红外遥感图像 TGV 正则化超分辨率重建

时文俊*

郑州升达经贸管理学院应用数学研究所,河南郑州 451191

摘要 为了克服图像超分辨重建中四阶全变分正则化模型存在的"斑点"现象和稀疏正则化模型中最优解不唯一的缺点,结合红外遥感图像超分辨率重建的实际需求,提出了一种基于总广义变分正则化的红外遥感图像超分辨 重建模型。根据零阶张量空间和松弛解的相关概念,分析了模型的优点和可行性。结合该模型的自身分裂性,采用 交替方向乘数法将模型分裂为两个子问题,分别利用共轭梯度法和快速傅里叶变换方法进行数值求解。从测试结果 分析,无论是模拟图像还是真实图像利用提出模型重建后的图像分辨率均有明显提升;客观评价中的不同指标值均 优于近期文献中的方法,其中峰值信噪比提高约2 dB,信噪比、结构相似度和信息熵分别提高1、0.02 和 0.1 个单位。 关键词 图像处理; 红外遥感图像; 超分辨率; 正则化; 总广义变分; 交替方向乘子算法 中图分类号 TP394.1 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP55.091004

TGV Regularized Super Resolution Reconstruction for Infrared Remote Sensing Image

Shi Wenjun*

Institute of Applied Mathematics, Zhengzhou Shengda University of Economics, Business & Management, Zhengzhou, Henan 451191, China

Abstract To overcome the shortcoming of bright speck phenomenon in four order totally variational model and the non-unique optimal solution in sparse regularization model of regularization image super-resolution reconstruction, an infrared remote sensing image super-resolution reconstruction model based on total generalized variation regularization is proposed in combination with the actual demand of infrared remote sensing image super-resolution reconstruction. The advantages and feasibility are analyzed with the concept of zero-order tensor space and the relaxation solution. Combined with the self-fissility of this model, the reconstruction model is split into two sub-problems by alternating direction multiplier method. The conjugate gradient method and the fast Fourier transform method are used to solve the sub-problem in numerical solution process, respectively. From the analysis of the testing results, the proposed model has a significant improvement in the resolution of the reconstructed image for both the simulated image and the real image. The objective evaluation is better than the method used in the literature, in which the peak signal to noise ratio can are increased by 1, 0.02 and 0.1 unit, respectively.

Key words image processing; infrared remote sensing image; super-resolution; regularization; total generalized variation; alternating direction multiplier method

OCIS codes 100.1830; 110.7348; 080.3620

1 引 言

图像分辨率是评价遥感图像质量的一项关键性 指标,在实际应用中,期待获取的遥感图像具有更高 的分辨率和质量。由于红外遥感成像具有被动工 作、强抗干扰性、强目标识别能力和全天候工作等特 点,已广泛应用于军事侦察、监视和制导等方面。与 可见光遥感图像相比,红外遥感图像具有分辨率低、 对比度低、边缘模糊、信噪比低、成分复杂等缺点。 根据遥感 CCD 相机成像原理,提高空间分辨率的最

收稿日期: 2018-02-27; 修回日期: 2018-04-09; 录用日期: 2018-04-17

基金项目:河南省科技攻关项目(172012201553)、河南省高等学校青年骨干教师培养计划项目(2017GGJS193)、河南省高等学校重点科研项目(17A413004)

^{*} E-mail: shiwj_1980@126.com

直接措施为增大光学系统焦距、减小 CCD 像元尺寸 和降低卫星轨道高度。然而,相比于可见光 CCD, 受红外谱段感光材料的限制,红外 CCD 传感器的像 元尺寸通常较大,像元间距也大,尤其是气象卫星的 红外 CCD 传感器探测,其飞行轨道高,在相同光学 系统下,红外谱段图像的分辨率无法满足其应用需 求^[1-2]。因此,在无法改变传感器物理条件的前提 下,利用数学理论结合信号处理的方法对红外遥感 图像讲行超分辨率重建具有重要意义。

基于重建的超分辨率方法认为,高分辨率图像 经过降质退化可以得到低分辨率图像,所以高分辨 率即为低分辨率图像的逆推过程。从数学上理解, 超分辨率重建属于病态的数学反问题,把病态问题 良态化,正则化方法是一项成熟的技术。该类方法 能够引入多种先验正则约束,针对不同类型的图像 建立不同的优化模型^[3-4]。1997年, Hong 等^[5]利用 Tikhonov 正则化技术研究了一种超分辨率重建方 法,但该方法容易模糊图像边缘。2000年,Capel 等[6]提出了基于全变分正则化的文本序列图像超分 辦率重建算法;2007年,Ng 等[7]提出了一种基于全 变分正则化的视频序列超分辨率重建算法;2012 年,Yuan 等^[8]提出了基于加权的全变分正则化超分 辨率重建算法。这些基于全变分的正则化超分辨率 重建方法,由于在局部区域利用平面近似曲面,均会 产生"阶梯"现象。2014年,邓承志等[9]提出了基于 稀疏正则化红外图像超分辨率重建。此类基于稀疏 正则化的超分辨率重建模型通常采用 lo 或 l1 范数 作为稀疏性度量[10],无法保证建立的优化模型解的 唯一性,需要用迭代参数控制解的适定性,再加上红 外遥感图像易受噪声的影响,稀疏正则化超分辨率 重建算法亦不稳定。

Bredies 等^[11]在 2011 年提出了一种全新的数 学概念——总广义变分(TGV)。由于 TGV 能够有 效地逼近任意阶的多项式函数(例如分片常数、分片 仿射函数等),同时还具有许多优良的性质(如旋转 不变、凸起、下半连续等)。多篇文献表明,TGV 作 为正则项进行图像复原处理时,能够避免全变分模 型的"阶梯"现象^[12-13]和四阶全变分模型的"亮斑"现 象^[14],在保持图像边缘的同时使纹理更加丰富。本 文以二阶总广义变分为正则约束项,针对红外遥感 图像建立一种超分辨率重建优化模型,结合交替方 向乘子(ADMM)算法进行数值求解,并利用仿真退 化的红外图像和真实的红外遥感图像进行对比测试 和客观评价。测试结果表明,根据所提出模型重建 后的图像分辨率得到了明显提升;客观评价中的不 同指标值均优于近期文献中采用的方法。

2 TGV 正则化超分辨率重建模型

在同一成像系统下,对于空间位移不变系统和 连续场景的目标成像,多幅低分辨率遥感红外图像 成像过程的数学模型可表示为

 $u_k = D \cdot [B \cdot (T_k \cdot u)] + n_k, k \ge 1,$ (1) 式中:D 为下采样函数;B 为点扩散函数;T_k 为第 k 幅图像的几何变形函数;u 为原始高分辨连续图像; n_k 为第 k 幅图像的噪声,并假设为不相关的零均值 加性噪声。通常,正则化方法是把超分辨率重建问 题归结为最优化问题,即:

$$\hat{\boldsymbol{u}} = \arg \min_{\boldsymbol{u}} \int_{\Omega} \boldsymbol{J}(\boldsymbol{u}) \, \mathrm{d}\Omega + \frac{\lambda}{2} \sum_{k=1}^{N} \int_{\Omega} \left\{ \boldsymbol{u}_{k} - \boldsymbol{D} \left[\boldsymbol{B} \cdot (\boldsymbol{T}_{k} \cdot \boldsymbol{u}) \right] \right\}^{2} \, \mathrm{d}\Omega, \quad (2)$$

式中: $\sum_{k=1}^{N} \int_{\Omega} \{u_k - D[B \cdot (T_k \cdot u)]\}^2 d\Omega$ 为保真 项,反映重建图像 \hat{u} 与理想图像u 的逼近程度; λ 为 正则化参数; $\int_{\Omega} J(u) d\Omega$ 为正则化项,去除噪声的同 时保证重建图像光滑。正则化超分辨率重建模型的 关键是正则化项的构造,比如利用高阶微分算子构 造正则项的低延迟趋势线(LLT)模型^[14],取:

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{u}) = |\nabla^{2}\boldsymbol{u}| = \sqrt{u_{xx}^{2} + u_{xy}^{2} + u_{yx}^{2} + u_{yy}^{2}}, \quad (3)$$

$$\forall \boldsymbol{\ell} \hat{\boldsymbol{\Xi}} \hat{\boldsymbol{b}} \ \boldsymbol{u} \in L_{loc}^{1}(\boldsymbol{\Omega}), \boldsymbol{k} \ \hat{\boldsymbol{b}} \ \text{TGV} \ \boldsymbol{\Xi} \boldsymbol{\mathcal{L}} \boldsymbol{\mathcal{B}}$$

$$\mathsf{TGV}_{a}^{k}(\boldsymbol{u}) = \sup \left(\int_{\boldsymbol{\Omega}} \boldsymbol{u} \ \text{div}^{k} \boldsymbol{v} \, dx, \| \operatorname{div}^{i} \boldsymbol{v} \|_{\infty} \leqslant \alpha_{i} \right),$$

$$(4)$$

式中: $\Omega \subset \mathbf{R}^{n}$ 是一个开区域; $\alpha = (\alpha_{0}, \alpha_{1}, \dots, \alpha_{k-1}) > 0, k \ge 1, i = 0, 1, \dots, k - 1; v \in C_{c}^{k} [\Omega, \operatorname{Sym}^{k}(\mathbf{R}^{n})],$ Sym^k(\mathbf{R}^{n})为 k 阶对称张量空间。利用 Legendre-Fenchel 对偶可得:

$$\operatorname{TGV}_{a}^{k}(\boldsymbol{u}) =$$

$$\inf_{\substack{\boldsymbol{u}_{i} \in C^{k-i}[\bar{D}, \operatorname{Sym}^{i}(\mathbf{R}^{n})]\\i=1, 2, \cdots, k-1, u_{0}=u, u_{k}=0}} \sum_{i=1}^{k} \alpha_{k-i} \| \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}_{i-1}) - \boldsymbol{u}_{i} \|_{1}, (5)$$

$$\vec{x} \neq :$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}_{i-1}) = \frac{1}{2} \left[\nabla \boldsymbol{u}_{i-1} + (\nabla \boldsymbol{u}_{i-1})^{\mathrm{T}} \right], \quad (6)$$

为对称梯度算子。当
$$k=2$$
 时,

$$\operatorname{TGV}_{\alpha}^{2}(\boldsymbol{u}) =$$

$$\sup_{\|\boldsymbol{v}\|_{\infty} \leq a_{0}} \left\{ \int_{\Omega} \boldsymbol{u} \operatorname{div}^{2} \boldsymbol{v} d\boldsymbol{x}, \| \operatorname{div} \boldsymbol{v} \|_{\infty} \leq \alpha_{1} \right\} =$$

$$\min_{\boldsymbol{\omega} \in BD(\Omega)} \alpha_{1} \| \nabla \boldsymbol{u} - \boldsymbol{\omega} \|_{1} + \alpha_{0} \| \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\omega}) \|_{1}, \quad (7)$$

式中 BD(Ω)为有界扭曲的向量场空间,对 $\forall \omega \in BD$ (Ω), $\epsilon(\omega) = 1/2 [\nabla \omega + (\nabla \omega)^T]$ 是一个矩阵值的 Radon 度量^[15]。根据以上定义,文献[12]给出了二 阶 TGV 正则化降噪模型,为

$$\arg\min_{\substack{\boldsymbol{u}\in\boldsymbol{w}^{2,1}(\Omega)\cap L^{2}(\Omega)\\\boldsymbol{\omega}\in\boldsymbol{BD}(\Omega)}} \operatorname{TGV}_{\alpha}^{2}(\boldsymbol{u}) + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} (\boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_{0})^{2} \mathrm{d}\Omega \,.$$
(8)

文献[16]的实验结果表明,TGV 正则化图像降 噪模型具有良好的边缘保持能力。该结果引起了不 少学者的关注,并在超分辨率重建中不断尝试。利 用 TGV 正则化图像复原模型的优点,对红外遥感 图像进行超分辨率重建,同样也能避免其他正则化 模型的缺点。根据以上理论分析和红外遥感图像超 分辨率重建的必要性,令:

$$\varphi(\boldsymbol{u}) = \sum_{k=1}^{N} \int_{\Omega} \{\boldsymbol{u}_{k} - \boldsymbol{D} [\boldsymbol{B} \cdot (\boldsymbol{T}_{k} \cdot \boldsymbol{u})] \}^{2} d\Omega$$
(9)

本文提出基于二阶 TGV 正则化的遥感红外图 像超分辨率重建模型,为

$$\boldsymbol{u} = \arg \min_{\substack{\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{w}^{2,1}(\Omega) \cap L^{2}(\Omega) \\ \boldsymbol{\omega} \in \boldsymbol{BD}(\Omega)}} \operatorname{TGV}_{a}^{2}(\boldsymbol{u}) + \frac{\lambda}{2}\varphi(\boldsymbol{u}) = \arg \min_{\substack{\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{w}^{2,1}(\Omega) \cap L^{2}(\Omega) \\ \boldsymbol{\omega} \in \boldsymbol{BD}(\Omega)}} \left[\alpha_{1} \int_{\Omega} |\nabla \boldsymbol{u} - \boldsymbol{\omega}| \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y + \alpha_{0} \int_{\Omega} |\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\omega})| \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y + \frac{\lambda}{2}\varphi(\boldsymbol{u}) \right], \quad (10)$$

式中 $\varphi(u)$ 为保真项, λ 为正则化参数, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 > 0$ 。

3 模型分析

上述提出的重建模型属于混合模型,计算量较大。本文根据松弛解的相关概念,分析模型的数学 原理,将退化图像(标量函数)理解为零阶对称张 量^[17],即*u*∈Sym⁰(**R**²),(3)式修改为

 $\min_{\boldsymbol{u}\in\boldsymbol{w}^{2,1}(\boldsymbol{\Omega})\cap\boldsymbol{L}^{2}(\boldsymbol{\Omega})} \alpha \int_{\boldsymbol{\Omega}} |\boldsymbol{\varepsilon}^{2}(\boldsymbol{u})| d\boldsymbol{\Omega} + \frac{\lambda}{2} \varphi(\boldsymbol{u}), \quad (11)$ $\boldsymbol{\mathfrak{K}} \oplus \alpha > 0_{\circ}$

$$\varepsilon^{2}(\boldsymbol{u}) = \varepsilon [\varepsilon(\boldsymbol{u})]^{\omega=\varepsilon(\boldsymbol{u})} = \varepsilon(\boldsymbol{\omega}) = \frac{\nabla \boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}} + \nabla \boldsymbol{\omega}}{2} = \begin{bmatrix} u_{xx} & \frac{1}{2}(u_{xy} + u_{yx}) \\ \frac{1}{2}(u_{xy} + u_{yx}) & u_{yy} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

由于:

$$\operatorname{TGV}_{\alpha}^{2}(\boldsymbol{u}) = \min_{\boldsymbol{\omega} \in \boldsymbol{BD}(\Omega)} \alpha_{1} \| \nabla \boldsymbol{u} - \boldsymbol{\omega} \|_{1} + \alpha_{0} \| \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\omega}) \|_{1} = \min_{\boldsymbol{\omega} \in \boldsymbol{BD}(\Omega)} \alpha_{1} \int_{\Omega} | \nabla \boldsymbol{u} - \boldsymbol{\omega} | d\Omega + \alpha_{0} \int_{\Omega} | \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\omega}) | d\Omega ,$$

因此,(10)式可以看作是对(11)式的一种分裂,即:

$$\begin{cases}
\hat{\boldsymbol{u}} = \arg \min_{\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{w}^{2,1}(\Omega) \cap L^{2}(\Omega) \\ \boldsymbol{\omega} \in \boldsymbol{BD}(\Omega)}} \alpha \int_{\Omega} |\boldsymbol{\varepsilon}(\vartheta)| d\Omega + \frac{\lambda}{2} \varphi(\boldsymbol{u}) \\ \text{s.t.} \vartheta = \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u})
\end{cases}$$
(14)

可见,(13)式是(10)式的一种松弛解^[17]。因为:
$$|\varepsilon^{2}(u)| = \sqrt{u_{xx}^{2} + 0.5 (u_{xy} + u_{yx})^{2} + u_{yy}^{2}} \leqslant \sqrt{u_{xx}^{2} + u_{xy}^{2} + u_{yy}^{2} + u_{yy}^{2}},$$
 (15)

所以:

)

$$\int_{\Omega} |\boldsymbol{\varepsilon}^{2}(\boldsymbol{u})| d\Omega \leqslant \int_{\Omega} |\nabla^{2}(\boldsymbol{u})| d\Omega$$
 (16)

可见, $\int_{\Omega} |\epsilon^{2}(u)| d\Omega$ 的正则性弱于

 $\int_{\Omega} |\nabla^2(u)| d\Omega$,即弱于 LLT 模型,因此可以更好地 保护图像的细节特征,避免出现"斑点"。因此,本文 提出的二阶 TGV 正则化的超分辨率重建模型在理 论上具有较好的效果。

4 数值解法

超分辨率重建模型(10)式属于 l₁ 范数的优化 问题,对该类优化问题解的适定性问题的讨论可以 参考文献[11]。求解此类问题的数值方法较多,如 结合变分原理建立偏微分方程求解、利用原始-对偶 算法求解、Spilt-Bregman 方法^[18]、ADMM 算法^[19] 等。ADMM 算法是增广拉格朗日算法的一种延 伸,通过线性逼近最优解(对偶上升),即使在二次惩 罚项的系数很小的情况下,也能够得到满足精度要 求的解。该方法比较成熟的约束问题是最优化通用 框架^[20]。鉴于本文理论分析中模型可以分裂的特 点,利用 ADMM 算法进行求解的思路如下。

首先,利用 Huber 函数进行半二次正则化对 (10)式光滑逼近^[21-22],即对(10)式进行分裂,与建立 增广拉格朗日函数的思想一致。(10)式分裂为

$$\hat{\boldsymbol{u}} = \arg \min_{\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{v}_{1} \cdot \boldsymbol{v}_{2}} \left[\frac{\alpha_{1}}{2\delta_{1}} \| \nabla \boldsymbol{u} - \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{v}_{1} \|_{2}^{2} + \alpha_{1} \| \boldsymbol{v}_{1} \|_{1}^{1} + \frac{\alpha_{0}}{2\delta_{2}} \| \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\omega}) - \boldsymbol{v}_{2} \|_{2}^{2} + \alpha_{0} \| \boldsymbol{v}_{2} \|_{1}^{1} + \frac{\lambda}{2} \varphi(\boldsymbol{u}) \right].$$
(17)

利用交替方向算法求解,(17)式可以分解为4 个子问题求解,即 u 的子问题:

$$\boldsymbol{u}^{n+1} = \arg\min_{\boldsymbol{u}} \left[\frac{\alpha_1}{2\delta_1} \| \nabla \boldsymbol{u} - \boldsymbol{\omega}^n - \boldsymbol{v}_1^n \|_2^2 + \frac{\lambda}{2} \varphi(\boldsymbol{u}) \right].$$
(18)

(13)

该优化问题只含有 l_2 范数,可以利用变分原理将最小问题转化为Euler方程求解,令 $M = DB \cdot T_k$,可得:

$$\frac{\alpha_1}{\delta_1} \left[\Delta \boldsymbol{u}^{n+1} - \nabla (\boldsymbol{\omega}^n - \boldsymbol{v}_1^n) \right] + \lambda \sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}} \cdot (\boldsymbol{u}_k - \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{u}^{n+1}) = 0, \quad (19)$$

整理可得:

$$\left[\frac{\alpha_{1}}{\delta_{1}}\Delta + \lambda \sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{M}\right] \boldsymbol{u}^{n+1} = \frac{\alpha_{1}}{\delta_{1}} \left[\nabla(\boldsymbol{\omega}^{n} - \boldsymbol{v}_{1}^{n})\right] + \lambda \sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{u}_{k} .$$
(20)

该方程组为线性方程组,可以采用共轭梯度法 求解。

ω 的子问题

$$\boldsymbol{\omega}^{n+1} = \arg\min_{\boldsymbol{\omega}} \left[\frac{\alpha_1}{2\delta_1} \| \nabla \boldsymbol{u}^{n+1} - \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{v}_1^n \|_2^2 + \frac{\alpha_0}{2\delta_2} \| \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\omega}) - \boldsymbol{v}_2^n \|_2^2 \right], \quad (21)$$

可以利用变分原理将最小问题转化为欧氏方程求 解,即

$$-\frac{\alpha_1}{\delta_1} (\nabla \boldsymbol{u}^{n+1} - \boldsymbol{\omega}^{n+1}) + \frac{\alpha_0}{\delta_2} \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} [\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\omega}^{n+1}) - \boldsymbol{v}_2^{n}] = 0, \quad (22)$$

整理后可以利用快速傅里叶变换和反变换简化计 算,可得

$$\boldsymbol{\omega}^{n+1} = \mathcal{F}^{1}\left\{\frac{\mathcal{F}[\boldsymbol{\alpha}_{0}/\boldsymbol{\delta}_{2}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{v}_{2}^{n} + \boldsymbol{\alpha}_{1}/\boldsymbol{\delta}_{1}(\nabla\boldsymbol{u}^{n+1} - \boldsymbol{v}_{1}^{n})]}{\mathcal{F}(\boldsymbol{\alpha}_{1}/\boldsymbol{\delta}_{1} + \boldsymbol{\alpha}_{0}/\boldsymbol{\delta}_{2}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{\varepsilon})}\right\} \circ$$
(23)

3) \mathbf{v}_{1} 的子问题 $v_{1}^{n+1} = \arg \min_{\mathbf{v}_{1}} \left(\frac{\alpha_{1}}{2\delta_{1}} \| \nabla \boldsymbol{u}^{n+1} - \boldsymbol{\omega}^{n+1} - \mathbf{v}_{1} \|_{2}^{2} + \alpha_{1} \| \mathbf{v}_{1} \|_{1}^{1} \right),$ (24)

该问题属于 l₁ 范数优化问题,可以采用二维收缩 (shrink)算子求解,即

$$\boldsymbol{v}_{1}^{n+1} = \operatorname{shrink}\left(\left| \nabla \boldsymbol{u}^{n+1} - \boldsymbol{\omega}^{n+1} \right|, \frac{1}{\delta_{1}} \right) = \max\left(\left| \nabla \boldsymbol{u}^{n+1} - \boldsymbol{\omega}^{n+1} \right| - \frac{1}{\delta_{1}}, 0 \right) \cdot \frac{\nabla \boldsymbol{u}^{n+1} - \boldsymbol{\omega}^{n+1}}{\left| \nabla \boldsymbol{u}^{n+1} - \boldsymbol{\omega}^{n+1} \right|} \right)$$

$$(25)$$

$$\boldsymbol{v}_{2}$$
 的子问题
 $\boldsymbol{v}_{2}^{n+1} = \arg\min_{\boldsymbol{v}_{2}} \left[\frac{\alpha_{0}}{2\delta_{2}} \| \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\omega}^{n+1}) - \boldsymbol{v}_{2} \|_{2}^{2} + \right]$

$$\alpha_{0} \| \mathbf{v}_{2} \|_{1}^{1}], \qquad (26)$$
同样可以采用 shrink 算子求解,即
$$\mathbf{v}_{2}^{n+1} = \operatorname{shrink} \left[\left| \boldsymbol{\varepsilon} (\boldsymbol{\omega}^{n+1}) \right|, \frac{1}{\delta_{2}} \right] = \max \left[\left| \boldsymbol{\varepsilon} (\boldsymbol{\omega}^{n+1}) \right| - \frac{1}{\delta_{2}}, 0 \right] \cdot \frac{\boldsymbol{\varepsilon} (\boldsymbol{\omega}^{n+1})}{\left| \boldsymbol{\varepsilon} (\boldsymbol{\omega}^{n+1}) \right|} \, . \quad (27)$$

综合以上分析,可得基于二阶 TGV 正则化的 红外遥感图像超分辨率重建流程,如图1所示。



图 1 红外遥感图像超分辨率重建流程图

Fig. 1 Flow chart of super-resolution reconstruction of infrared remote sensing images

5 实验测试

为了验证提出的超分辨率模型(10)式的可行 性,选用大小均为 800 pixel×1000 pixel 的风云二 号气象卫星红外波段高清云图作为测试对象,如图 2(a)所示。根据(1)式的低分辨图像成像模型对高 分辨率图像人工加入 13×13、标准差为 15 的高斯 模糊;其次以高分辨率图像的(1,1)、(1,2)、(2,1)、 (2,2)像素位置为起点,每隔 1 行和 1 列分别进行下 采样,获取 4 幅大小为 400 pixel×500 pixel的图像; 最后加入均值为 0、均方差为 0.01 的高斯加性噪声 获取 4 幅仿真的低分辨退化图像,如图 2(b)所示。 实验模拟退化过程不考虑几何变形。

实验采用同一台电脑,配置为 Intel Core i5-2320处理器、8G内存、非独立显卡、64 位 Win10 操 作系统,采用 Matlab2016a 平台编程实现,并与全变 分正则化^[7]、近似稀疏正则化^[9]超分辨率重建方法 进行对比实验分析,结果如图 3 所示。



图 2 实验测试图像。(a)气象云图;(b)气象云图退化图像之一

Fig. 2 Experimental test image (800 pixel×1000 pixel). (a) Weather cloud image; (b) one of the degraded weather cloud mages



图 3 气象云图(800 pixel×1000 pixel)超分重建结果。(a)文献[7]方法;(b)文献[9]方法;(c)本文方法 Fig. 3 Super resolution reconstruction results about weather cloud image (800 pixel×1000 pixel). (a) Method of Ref. [7]; (b) method of Ref. [9]; (c) proposed method

由图 3 可知,文献[7]方法去模糊效果最差,对 噪声的控制也不佳;文献[9]方法具备降噪功能,去 模糊效果略优于文献[7]方法,但在图像平缓区域存 在伪信息;本文提出的超分辨率重建方法不仅具备 降噪功能,而且细节保持能力优于文献[9]。为了更 好地评价超分效果,鉴于模拟仿真存在参考图像,采 用常见的峰值信噪比(PSNR)、信噪比(SNR)、结构 相似度(SSIM)对以上图像进行客观评价,评价值如 表1所示。

	表 1	客观	评价值	
Table 1	Obje	ctive	evaluation	value

Reconstruction method	PSNR /dB	SNR	SSIM
Ref. [7] method	26.37	31.73	0.9536
Ref. [9] method	28.14	32.56	0.9712
Proposed method	30.02	34.01	0.9896



由表1可知,本文提出的二阶 TGV 超分辨重 建模型均优于对比文献模型,也符合主观目视观察 的结果。为了进一步测试所提出的方法对遥感图像 超分辨率重建的可行性,选取两幅风云四号气象卫 星红外波段的某时段气象云图进行测试;为了主观 观察效果,截取其中的图像片段进行对比测试,如图 4 所示,大小为150 pixel×90 pixel。结合系统提供 的退化函数和设计的采样模式,利用本文提出的二 阶 TGV 超分辨重建模型进行超分辨率重建,重建 后的图像大小 300 pixel×180 pixel,如图 5 所示。

从图 5 可知,两幅云图在尺寸变大的情况下,图 像的边缘变得细腻、清晰,颗粒状明显减少,表明超 分辨率重建后的图像清晰程度优于超分前的图像, 即超分提升了红外波段气象云图的图像质量。因无 参考图像,表 2 为采用信息熵进行无参考评价红外



图 4 原始低分辨率云图之一。(a)云图 1;(b)云图 2 Fig. 4 One of the original low resolution cloud images. (a) Cloud image 1; (b) cloud image 2 波段气象云图的超分效果。结果表明,重建后的图



像信息熵值明显提高。



图 5 云图超分辨率重建效果。(a)云图 1;(b)云图 2

Fig. 5 Super resolution reconstruction result of cloud image. (a) Cloud image 1; (b) cloud image 2

表 2 云图的信息熵值

Table 2 Information entropy of cloud images

Image	Cloud image 1	Cloud image 2
Original image	5.23	6.33
Ref. [7] method	5.46	6.54
Ref. [9] method	5.77	6.71
Proposed method	5.86	6.73

6 结 论

在正则化超分辨率重建理论的基础上,从分析 红外遥感图像超分辨率重建的必要性出发,通过学 习分析不同正则化超分辨率重建方法,结合 TGV 自身的数学特点,建立了一种红外遥感图像超分辨 率重建的正则化模型。根据零阶对称张量空间和松 弛解的相关概念,分析了 TGV 的正则性弱于 LLT 模型,可以避免出现"斑点"现象。在数值求解时,采 用 ADMM 算法将模型分裂为两个子问题,分别利 用共轭梯度法和快速傅里叶变换方法进行迭代求 解;利用绝对误差控制迭代参数,避免因寻找最优解 而浪费计算时间。实验结果表明,模拟图像和真实 图像的主观效果均优于近期文献中的方法,峰值信 噪比、信噪比、平均结构相似度和信息熵等评价指标 值也均有所提高。红外遥感图像的意义并不只在图 像的清晰度,其灰度值也具有一定的物理意义和实 际价值,超分辨率重建势必影响这些值的后续应用, 如辐射定标。因此,进一步研究如何在尽可能小的 或局部范围内影响物理意义的前提下提高红外遥感 图像的分辨率非常重要。

参考文献

[1] Li J S, Yang W, Zhang X M. Infrared image processing, analysis and fusion[M]. Beijing: Science Press, 2009.

李俊山,杨威,张雄美.红外图像处理、分析与融合

[M]. 北京:科学出版社, 2009.

[2] Wen H B, Bi D Y, Ma S P, et al. Variational Retinex algorithm for infrared image enhancement with staircase effect suppression and detail enhancement[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(9): 0911005.
温海滨,毕笃彦,马时平,等.消除阶梯效应与增强

细节的变分 Retinex 红外图像增强算法[J].光学学报, 2016, 36(9): 0911005.

- [3] Wang B Y, Chen W T, Ma W J, et al. Reconstruction method of breast diffuse optical tomography based on non-negative-constraint L₁norm regularization[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36 (11): 1117002.
 王兵元,陈玮婷,马文娟,等.基于非负约束 L₁-范 数正则化的乳腺扩散光学层析成像重建方法[J].光 学学报, 2016, 36(11): 1117002.
- [4] Cao J H, Li C L, Jin J, et al. Application of super resolution reconstruction algorithm in thermal infrared image[J]. Infrared, 2016, 37(5): 27-32.
 曹嘉豪,李春来,金健,等.超分辨率重建算法在热 红外图像中的应用[J].红外,2016,37(5): 27-32.
- [5] Hong M C, Kang M G, Katsaggelos A K. A regularized multi-channel restoration approach for globally optimal high resolution video sequence [J]. Proceedings of SPIE, 1997, 3024: 1306-1316.
- [6] Capel D, Zisserman A. Super-resolution enhancement of text image sequences [C] // Proceedings 15th International Conference on Pattern Recognition, 2000: 600-605.
- [7] Ng M K, Shen H, Lam E Y, et al. A total variation regularization based super-resolution reconstruction algorithm for digital video [J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2007: 074585.
- [8] Yuan Q, Zhang L, Shen H. Multi-frame superresolution employing a spatially weighted variation model [J]. IEEE Transactions on Circuits and

Systems for Video Technology, 2012, 22(3): 379-392.

[9] Deng C Z, Tian W, Wang S Q, et al. Superresolution reconstruction of approximate sparsity regularized infrared images [J]. Optics and Precision Engineering, 2014, 22(6): 1648-1654.

邓承志,田伟,汪胜前,等.近似稀疏正则化的红外 图像超分辨率重建[J].光学精密工程,2014,22 (6):1648-1654.

[10] Yan J W, Xie T T, Peng H, et al. Motion image deblurring based on L₀ norms regularization term[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54 (2): 021005.

|目敬文,谢婷婷,彭鸿,等.基于L。范数正则项的运动图像去模糊[J].激光与光电子学进展,2017,54(2):021005.

- [11] Bredies K, Kunisch K, Pock T. Total generalized variation [J]. SIAM Journal of Imaging Sciences, 2010, 3(3): 492-526.
- Knoll F, Bredies K, Pock T, et al. Second order total generalized variation (TGV) for MRI [J].
 Magnetic Resonance in Medicine, 2011, 65(2): 480-491.
- [13] Xu J, Feng X, Hao Y, et al. Image decomposition using adaptive second-order total generalized variation
 [J]. Signal, Image and Video Processing, 2014, 8 (1): 39-47.
- [14] XuJL, FengXC, HaoY. Image restoration method with adaptive second order total generalized variation
 [J]. Journal of Optoelectronics • Laser, 2013, 24
 (2): 378-383.
 许建楼, 冯象初,郝岩. 自适应二阶总广义变分图像
 恢复方法[J]. 光电子 • 激光, 2013, 24(2): 378-383.
- [15] Bredies K, Valkonen T. Inverse problems with second-order total generalized variation constraints

[EB/OL]. (2011-06-28) [2017-10-01]. http:// tuomov.iki.fi/mathematics/SampTA2011.pdf.

- [16] Frestl D, Reinbacher C, Ranftl R, et al. Image guided depth up-sampling using anisotropic total generalized variation [C] // IEEE International Conference on Computer Vision, 2013: 993-1000.
- [17] Liu X Y, Feng X C. High-order regularization model for image denoising in symmetric tensor space [J]. Computer Science, 2013, 40(11A): 359-362.
 刘孝艳, 冯象初. 对称张量空间下高阶正则化的图像 恢复模型[J]. 计算机科学, 2013, 40(11A): 359-362.
- [18] Zhang Y L, Kong H H, Pan J X, et al. Spectral computed tomographic image reconstruction based on Split-Bregman algorithm [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(4): 0411003.
 张煜林,孔慧华,潘晋孝,等.基于 Split-Bregman 算法的能谱计算机层析图像重建[J].光学学报, 2017, 37(4): 0411003.
- Warren R E, Osher S J. Hyperspectral unmixing by the alternating direction method of multipliers [J]. Inverse Problems and Imaging, 2017, 9(3): 917-933.
- [20] Boyd S, Parikh N, Chu E, et al. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers [J]. Foundations and Trends in Machine Learning, 2011, 3(1): 1-122.
- [21] He R, Zheng W S, Tan T N, et al. Half-quadraticbased iterative minimization for robust sparse representation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2014, 36 (2): 261-275.
- [22] Guitton A, Symes W W. Robust and stable velocity analysis using the Huber function[J]. SEG Technical Program Expanded Abstracts, 1999, 18(1): 1166-1169.