

长程库仑势在原子阈上电离能谱中的影响

郭志坚*

陇东学院电气工程学院, 甘肃 庆阳 745000

摘要 利用改进的强场近似方法分析了长程势以及短程势在阈上电离能谱中的贡献,确定了能谱中低能结构的起因。同时,为了确定在计算电子与分子离子散射截面时用纯分子代替分子离子是否合理,计算了不同入射电子能量条件下,电子和原子离子弹性散射的微分散射截面。理论计算和实验结果表明在入射电子能量较大时,长程势在激光诱导的电子离子大角度背向散射时的影响可以忽略,证明了在大角度散射时,用纯分子来代替分子离子是合理的。

关键词 强场激光物理; 阈上电离; 强场近似方法; 长程势; 短程势; 光电子能谱

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.090201

Effects of Long-Range Coulomb Potential in Above-Threshold Ionization Energy Spectra of Atoms

Guo Zhijian*

College of Electrical Engineering, Longdong University, Qingyang, Gansu 745000, China

Abstract Using the improved strong field approximation method, the effects of long-range potential and short-range potential in above-threshold ionization energy spectra are investigated and the origin of the low-energy structure is also found. Meanwhile, in order to prove whether it is reasonable to use pure molecules instead of molecular ions in calculating the differential cross sections (DCS) of electrons and molecular ions, the DCS of electrons and atomic ions are calculated in some different incident electron energies conditions. The results of theoretical calculation and experiments show that the effect of long-range potential can be neglected and using pure molecules instead of molecular ions is reasonable with large-angle scattering in the large incident electron energies condition.

Key words strong field laser physics; above-threshold ionization; strong field approximation; long-range potential; short-range potential; photoelectron energy spectra

OCIS codes 020.2649; 320.2250

1 引言

随着激光技术的快速发展^[1-2],激光与原子分子相互作用得到广泛关注,其中阈上电离(above-threshold ionization, ATI)现象扮演着一个很重要的角色。随着对ATI的深入研究,越来越多的实验现象难以解释。但随着激光技术的不断突破^[3],持续时间少于10 fs的少周期激光脉冲在一些实验室已经开始使用。对于这一类持续时间很短的强激光脉冲,最主要的特征在于对载波相位(carrier-envelope phase, CEP)的依赖,实验上测得原子单电

离的二维光电子动量谱,与典型的ATI谱有着明显的差异^[4]。实验中还发现,在载波波长较长的激光脉冲作用下,ATI谱在能量很小的地方出现了尖锐的峰,即低能结构(low-energy structure, LES)^[5-6],一些研究者认为库仑势在电子再散射过程起到明显的作用^[7-8],但是在短波长的脉冲作用下没有出现LES,缺少合理的解释。

在 高 能 ATI 区 域,近 几 年 量 化 再 散 射 理 论 不 断 完 善^[9-10],除了能够较好地预测高能谱的特征,还可以从高能谱中获得微分散射截面(DCS),进而得到原子势即原子的结构信息^[11]。Blaga等^[12]通过实

收稿日期: 2018-03-29; 修回日期: 2018-04-03; 录用日期: 2018-04-17

基金项目: 国家自然科学基金(11565018)、甘肃省教育厅科研项目(2015B-109)、陇东学院青年科技创新项目(XYZK1706)

* E-mail: 853187893@qq.com

验测量分子的高阶 ATI 谱,并计算得到电子与分子离子的微分散射截面,最终得到有关分子的结构信息。但是在计算微分散射截面时为了计算方便,将分子离子用纯分子来替代,对其合理性并没有进行详细讨论。在离子势中长程库仑势的影响很重要,要将离子看作纯分子来处理,需要满足大角度背向散射时长程库仑势的影响可以忽略这个条件。

为了分析长程库仑势在 LES 中的贡献,以及在计算电子与分子离子的散射截面时用纯分子代替的合理性,本文采用数值求解含时薛定谔方程(time-dependent Schrödinger equation, TDSE)、强场近似(strong field approximation, SFA)^[13]、势散射理论^[14]等方法分析了长程库仑势和短程势(与原子结构有关)在 ATI 谱中的贡献,并对上述问题进行了详细的阐述。

2 基本方法

激光场电场分量大小为

$$E(t) = E_0 a(t) \cos(\omega t + \phi) z, \quad (1)$$

式中: ϕ 为 CEP; ω 为激光角频率; $a(t)$ 形式为

$$a(t) = \cos^2(\pi t/\tau), \quad (2)$$

式中 τ 为总的脉冲持续时间, $-\tau/2 \leq t \leq \tau/2$ 。文中提到的脉冲长度为半峰全宽,它和总脉冲持续时间的关系为: $\Gamma = \tau/2.75$ ^[13]。为了计算方便,采用了原子单位,即 $\hbar = m_e = e = 4\pi\epsilon_0 = 1$ 。

2.1 TDSE 方法

原子在强激光中的薛定谔方程(线性极化)为

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = [H_0 + H_i(t)] \psi(\mathbf{r}, t), \quad (3)$$

式中: $H_0 = -1/2 \nabla^2 + V(\mathbf{r})$ 为无外场时原子的哈密顿量; $H_i(t) = \mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(t)$ 为长度规范下原子与激光场的相互作用势。

光电子二维动量分布为

$$\frac{\partial^2 P}{\partial E \partial \theta} = |\langle \Phi_p^- | \psi(t = \tau/2) \rangle|^2 2\pi \mathbf{p} \sin \theta, \quad (4)$$

式中, P 为概率, \mathbf{p} 为在激光场中电离电子的动量。通过(5)式求解连续态:

$$\left[-\frac{1}{2} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) \right] \Phi_p^- = E \Phi_p^-, \quad (5)$$

对角度 θ 积分,即为光电子 ATI 能谱:

$$\frac{\partial P}{\partial E} = \int \frac{\partial^2 P}{\partial E \partial \theta} d\theta. \quad (6)$$

2.2 强场近似方法

在 SFA 模型中,电离振幅为^[15]

$$f(\mathbf{p}) = f_1(\mathbf{p}) + f_2(\mathbf{p}), \quad (7)$$

式中:第一项为 SFA1,即电子在强场中直接电离的部分,具体形式为

$$f_1(\mathbf{p}) = -i \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle \chi_p(t) | H_i(t) | \psi_0(t) \rangle, \quad (8)$$

式中 $|\psi_0(t)\rangle$ 为原子基态, $|\chi_p(t)\rangle$ 为 Volkov 态, Volkov 态的表达式为

$$|\chi_p(t)\rangle = |\mathbf{p} + \mathbf{A}(t)\rangle \exp[-iS_p(t)], \quad (9)$$

式中准经典行为 S 的表达式为

$$S_p(t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^t dt' [\mathbf{p} + \mathbf{A}(t')]^2, \quad (10)$$

第二项为 SFA2,描述的是电子在强激光场作用下的再散射过程,表达形式为

$$f_2(\mathbf{p}) = - \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_1^{\infty} dt' \langle \chi_p(t') |$$

$$V \int d\mathbf{k} |\chi_k(t')\rangle \langle \chi_k(t) | H_i(t) | \psi_0(t) \rangle, \quad (11)$$

二维动量谱为

$$\frac{d^2 P}{\partial E \partial \theta} = |f(\mathbf{p})|^2 2\pi \mathbf{p} \sin \theta. \quad (12)$$

2.3 势散射理论

本文采用的原子模型势为(库仑势与短程势的结合)^[14]

$$V(\mathbf{r}) = - \frac{1 + a_1 e^{-a_2 r} + a_3 r e^{-a_4 r} + a_5 e^{-a_6 r}}{r}, \quad (13)$$

电子与原子离子(如 Ar^+)在长程库仑势下的 DCS 为^[14]

$$\frac{d\sigma_C}{d\Omega} = |f_C(\theta)|^2 = \frac{\eta^2}{4k^2 \sin^4(\theta/2)}, \quad (14)$$

式中: $\eta = Z_1 Z_2 / k$; θ 为 \mathbf{k} 与 \mathbf{r} 之间的夹角(这里取 \mathbf{r} 沿 z 轴方向, \mathbf{k} 表示散射电子的波矢量)。

对于短程势,散射振幅为

$$f(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} f_l \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} Y_{l,0}(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} f_l P_l(\cos \theta), \quad (15)$$

对应的 DCS 为

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = \sum_{l,l'} f_l \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} Y_{l,0}(\theta) f_{l'}^* \sqrt{\frac{4\pi}{2l'+1}} Y_{l',0}(\theta), \quad (16)$$

式中 $f_l = (2l+1)/k e^{i\delta_l} \sin \delta_l$, δ_l 为短程势对应的相移。

本文中采用的离子势为长程库仑势与短程势的

结合,相应的DCS为

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_c(\theta) + f'(\theta, \varphi)|^2, \quad (17)$$

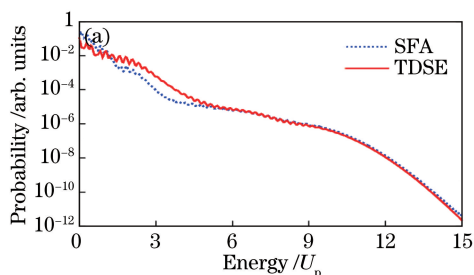
在短程势较小的情况下:

$$f'(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} f'_l \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} Y_{l,0}(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} f'_l P_l(\cos \theta), \quad (18)$$

式中 $f'_l = (2l+1)/k e^{2i\sigma_l} e^{i\delta_l} \sin \delta_l$, σ_l 为库伦相移。

3 结果与讨论

TDSE方法和SFA方法计算得到氢原子在持续时间为5 fs、峰值强度 $I_0 = 1 \times 10^{14}$ W/cm²、波长 $\lambda = 800$ nm 激光场中单电离的ATI能量谱如图1



所示。图1(a)为能量区间为(0~15) U_p 的ATI谱,具有典型遂穿电离机制下的ATI能谱特征, U_p 为有质动力能。由于SFA对电子产额的估值偏低,为了方便和TDSE结果进行比较,对SFA计算的ATI谱高能部分和TDSE进行归一化,(4~10) U_p 为高能平台,符合得很好,而低能部分差别明显。为了能够看清楚二者的差别,图1(b)给出了低能谱的比较,两种结果都能看到ATI峰,区别是TDSE计算的ATI峰向低能方向有一些移动,这是由库仑相互作用引起的,即在强激光场中,电离的电子在激光场中自由运动时受到母核的吸引,所以ATI峰靠近低能方向,而SFA没有考虑长程库仑势的影响。

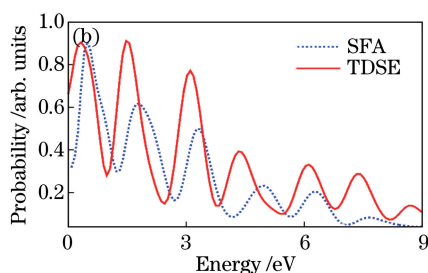


图1 氢原子的ATI能量谱。(a) TDSE与SFA,能量单位为 U_p ; (b) TDSE和SFA在低能部分的比较,能量单位为eV

Fig. 1 ATI energy spectra for hydrogen atomic. (a) TDSE and SFA, energy is in units of U_p ;

(b) TDSE and SFA in low-energy region, energy is in units of eV

图2给出了相同激光参数下的二维光电子动量分布, $\mathbf{p}_\perp = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ 和 p_z 分别为垂直于极化方向和沿着极化方向的光电子动量。图2(a)和图2(b)分别为TDSE和SFA计算的结果,在 $|p_z| > 0.3$ 的区域中均出现了垂直条纹,这是电离间隔在1个周期之内具有相同动量的电子轨道干涉和不同周期间电离的具有相同动量的电子轨道干涉共同作用的结果^[15]。与能量谱相比,二维动量谱的差别更明显,

集中在 $p_\perp < 0.2$, $|p_z| < 0.2$ 的区域内,也就是光电子能量小于0.5 eV的区域。图2(a)在低能区域出现类似扇形的条纹,在2(b)中相同的区域出现了4条垂直条纹布,若将TDSE中的原子势改为短程势,扇形结构消失^[13]。为了进一步分析,对SFA模型进行了改进,渐进动量为 \mathbf{p} 的散射态波函数用改进的Coulomb-Volkov波函数^[16]来替代,这样就考虑了长程库仑势的影响,这种方法即CV-SFA。

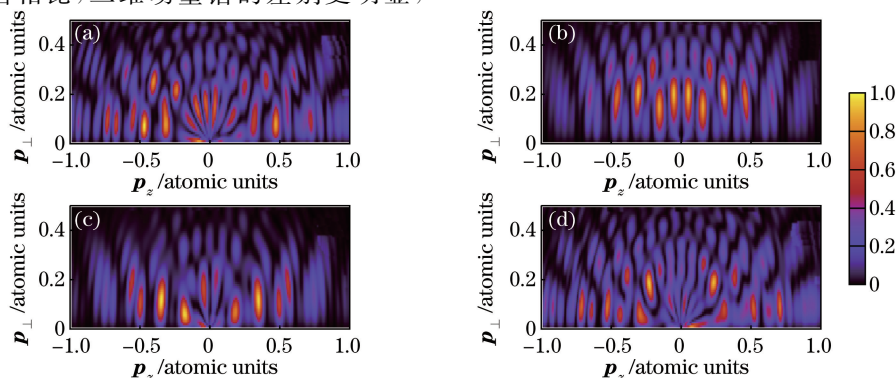


图2 相同激光参数下二维光电子动量分布。(a) TDSE; (b) SFA; (c) CV-SFA; (d) 相同参数Ar原子的TDSE结果

Fig. 2 Photoelectron momentum 2D distributions in the same laser parameter.

(a) TDSE; (b) SFA; (c) CV-SFA; (d) TDSE for Ar with same parameter as hydrogen atomic

Coulomb-Volkov 波函数为

$$\psi_{\mathbf{r}}^-(\mathbf{r}, t) = \psi_{\mathbf{p}+\mathbf{A}}^-(\mathbf{r}, t) \exp\left\{-i\left[\mathbf{p} \cdot \int_{-\infty}^t dt' \mathbf{A}(t') + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^t dt' \mathbf{A}^2(t') + \frac{1}{2} \mathbf{p}^2 t\right]\right\}, \quad (19)$$

其中库仑波函数为

$$\psi_{\mathbf{p}}^-(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp\left(\frac{\pi}{2\mathbf{p}}\right) \Gamma\left(1 + \frac{i}{\mathbf{p}}\right) \exp(i\mathbf{p}\mathbf{r}) {}_1F_1(-i/\mathbf{p}; 1; -2i\mathbf{p}\mathbf{r}), \quad (20)$$

可得一阶电离振幅为

$$T_{\mathbf{p}}^{(1)} = -i \int_{-\infty}^{\infty} dt \mathbf{E}(t) \exp[iS_{\mathbf{p}}(t)] \cdot \exp(iI_{\mathbf{p}}t) \int d\mathbf{r} [\psi_{\mathbf{p}+\mathbf{A}}^-(\mathbf{r}, t)]^* \mathbf{r} \cos \theta \psi_0(\mathbf{r}). \quad (21)$$

图 2(c) 为用 Coulomb-Volkov 近似后的二维光电子动量分布, $|\mathbf{p}_z| < 0.2$ 区域出现扇形径向条纹, 与 TDSE 相比符合较好, 验证了这个扇形结构的确是由库仑相互作用引起的。图 2(d) 给出了与图 2(a) 相同激光参数下 Ar 原子单电离的二维光电子动量分布, 与 H 原子相比, Ar 的原子势除了长程势, 还包括短程势, 而短程势中携带着原子结构的基本信息。Ar 与 H 相比, 除了扇形结构之外, 其余部分很接近。

随着波长的增加, 实验上发现在 ATI 能谱低能区域会出现 1 个很尖锐的峰, 半经典理论难以解释, LES 的起因归结为库仑势引起的前向散射^[7-8]。为了证明这一点, 用改进后的 CV-SFA 进行模拟计

算, 如图 3(a) 所示, 对应的波长分别为 1200 nm、2000 nm 和 2300 nm, 对应峰值强度分别为 1.0×10^{14} W/cm²、 0.7×10^{14} W/cm² 和 0.6×10^{14} W/cm², 持续时间为 50~70 fs, 图 3(b) 为实验结果^[7], 实验采用的激光脉冲波长分别为 1700 nm、2000 nm 和 2300 nm, 峰值强度为 0.72×10^{14} W/cm²、 0.48×10^{14} W/cm² 和 0.32×10^{14} W/cm²。在实际的实验中, 激光聚焦强度是有一定的分布的, 为了和实验进行比较, 在数值计算中考虑了激光的聚焦体积效应^[17]。通过对图 3(a) 和图 3(b) 的比较分析, 发现 CV-SFA 计算的结果重复出了 LES, 即在能谱 1 eV 附近会出现 1 个峰。由于这里仅考虑了 CV-SFA 只包含电子直接电离的部分, 图(3)说明 LES 的出现与直接电离有很大的关系, 而不仅是和电子的前向散射有关。虽然前向散射的低能电子对总的 LES 有贡献, 但电子返回之后与母核再散射的概率相对直接电离来说仍然是比较小的, 将 LES 直接归因于前向散射的低能电子产额是不合理的。这仍是一个非常复杂的问题, 但是可以肯定的是长程库仑势起着关键的作用。LES 依赖于波长, 实验发现在长波长条件下, 脉冲持续只有几个光学周期, 仍然出现了 LES。相同的情况下计算了短波长的情况, 未能出现 LES, 根据分析, 对于长波长脉冲, 光子能量较小, 电子需要吸收更多的能量才能电离, 更容易到达一些较稳定的激发态, 最终得到大量靠近阈值的电子。

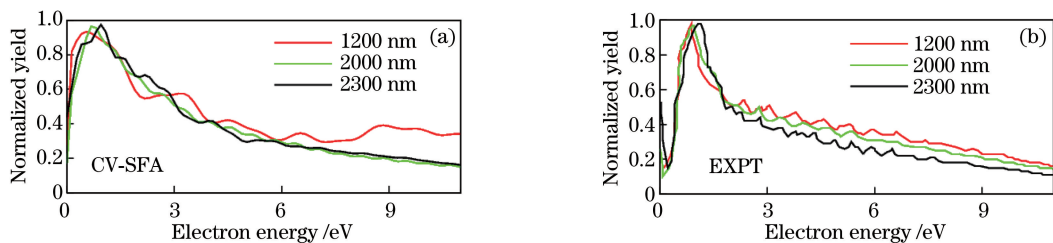


图 3 ATI 能谱中的 LES。(a) CV-SFA; (b) 实验结果

Fig. 3 LES in the ATI energy spectra. (a) CV-SFA; (b) experimental result

在图 4 中给出了 e-Ar⁺ 的弹性微分散射截面 (用黑色实线表示)。为了分析长程势和短程势的贡

献, 分别计算了二者作用下的微分散射截面, 在图中分别用 V_{lr} 和 V_{sr} 来表示。图 4(a)、4(b) 和 4(c) 对应

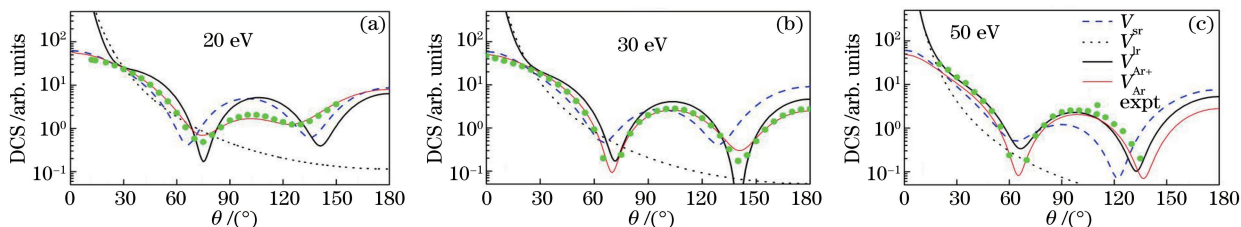


图 4 入射能量不同时 e-Ar 与 e-Ar⁺ 的微分散射截面。(a) 20 eV; (b) 30 eV; (c) 50 eV

Fig. 4 DCSs for e-Ar and e-Ar⁺ in different incident energies conditions. (a) 20 eV; (b) 30 eV; (c) 50 eV

的入射电子能量为 20 eV、30 eV 和 50 eV,从图中很明显地看出长程库仑势在散射角度小于 20° 的情况下占主导地位,即小角度的前向散射,而且散射截面和大角度散射相比要大很多,随着散射角度增加,长程势的贡献迅速衰减。所以当入射电子能量较小时有很大的概率发生前向散射且最终在激光脉冲结束后获得较小能量。短程势和 Ar^+ 势作用下,微分散射截面出现 2 个极小值,反映了靶原子的信息。

计算了 $e\text{-Ar}$ 的散射截面(图 4 中红色实线表示),并和 $e\text{-Ar}$ 散射的实验结果(绿色圆点表示)^[18-20] 进行比较,从图中可以看出理论结果和实验

符合得很好,这使得以下的分析更有依据。如前所述,将分子离子用纯分子替代的前提必须是库仑势的影响可以忽略不计。在图 4 中清楚地看到,入射电子能量为 20 eV 时,大角度背向散射的 DCS 差别很大,随着入射能量增加,区别逐渐减小。为了进一步分析这种可行性,图 5 分别给出了入射电子能量为 100 eV、150 eV 和 200 eV 的微分散射截面,可以看到前向散射的极小值逐渐消失,这说明较大能量散射时更容易发生背向散射,当入射能量大于 100 eV 时, $e\text{-Ar}$ 和 $e\text{-Ar}^+$ 大角度散射的 DCS 符合得很好,此时长程势的影响可以忽略。

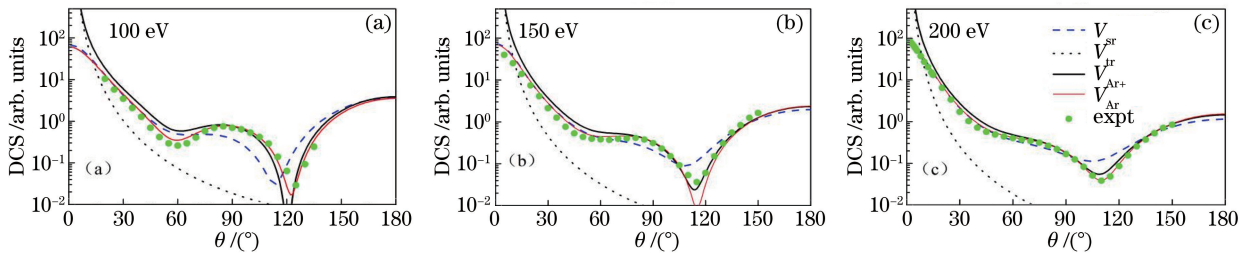


图 5 入射能量不同时 $e\text{-Ar}$ 与 $e\text{-Ar}^+$ 的微分散射截面。(a) 100 eV; (b) 150 eV; (c) 200 eV

Fig. 5 DCSs for $e\text{-Ar}$ and $e\text{-Ar}^+$ in different incident energy conditions. (a) 100 eV; (b) 150 eV; (c) 150 eV

4 结 论

用 SFA 和 TDSE 方法分析了长程势以及短程势在 ATI 能谱中的贡献,并通过 CV-SFA 方法重现了 ATI 谱中的低能结构,确定了能谱中低能结构的产生不仅仅是原子中电离的电子在激光场作用下(获得较小能量的电子)与母核发生前向散射引起的,直接电离的电子仍然有很大贡献,长程库仑势对 LES 起着很重要的影响。遗憾的是,目前还没找出在长波长作用下产生 LES、短波长情况下却没有的原因。同时计算了电子和原子离子弹性散射的微分散射截面,发现在入射电子能量较大时,长程势在激光诱导的电子离子大角度背向散射时的影响可以忽略,由于提取分子结构信息中只有大角度的散射截面被用到,所以在这个过程中,将分子离子看作纯分子来处理是有效的。这样证明了在某些实验中,为了获取分子的结构信息,在计算电子与分子离子散射截面时用纯分子代替分子离子是合理的。

参 考 文 献

[1] Shen Y L, Zhou S Q, Chen H W, *et al.* Output characteristics of Q-switched mid-infrared fiber laser with a mechanical chopper[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(1): 0114002.

沈炎龙, 周松青, 湛鸿伟, 等. 中红外 2.8 μm 光纤激光器机械调 Q 工作特性[J]. 光学学报, 2016, 36(1): 0114002.

[2] Zheng Y, Yang Y F, Zhao X, *et al.* Research progress on spectral beam combining technology of high-power fiber lasers [J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(2): 0201002.

郑也, 杨依枫, 赵翔, 等. 高功率光纤激光光谱合成技术的研究进展[J]. 中国激光, 2017, 44(2): 0201002.

[3] Liu J, Tan F Z, Liu C, *et al.* Progress on high-power ultrashort-pulsed thulium-doped fiber lasers [J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(2): 0201003.

刘江, 谭方舟, 刘晨, 等. 高功率超短脉冲掺铥光纤激光器的研究进展[J]. 中国激光, 2017, 44(2): 0201003.

[4] Gopal R, Simeonidis K, Moshhammer R, *et al.* Three-dimensional momentum imaging of electron wave packet interference in few-cycle laser pulses[J]. Physical Review Letters, 2009, 103(5): 053001.

[5] Blaga C I, Catoire F, Colosimo P, *et al.* Strong-field photoionization revisited[J]. Nature Physics, 2009, 5: 335-338.

[6] Quan W, Lin Z, Wu M, *et al.* Classical aspects in above-threshold ionization with a midinfrared strong

- laser field [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 103(9): 093001.
- [7] Guo L, Han S S, Liu X, *et al.* Scaling of the low-energy structure in above-threshold ionization in the tunneling regime: theory and experiment [J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110(1): 013001.
- [8] Kästner A, Saalman U, Rost J M. Electron-energy bunching in laser-driven soft recollisions[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 108(3): 033201.
- [9] Lin C D, Le A T, Chen Z J, *et al.* Strong-field rescattering physics-self-imaging of a molecule by its own electrons [J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2010, 43(12): 122001.
- [10] Morishita T, Le A T, Chen Z J, *et al.* Accurate retrieval of structural information from laser-induced photoelectron and high-order harmonic spectra by few-cycle laser pulses [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(1): 013903.
- [11] Xu J, Zhou H L, Chen Z J, *et al.* Genetic-algorithm implementation of atomic potential reconstruction from differential electron scattering cross sections [J]. *Physical Review A*, 2009, 79(5): 052508.
- [12] Blaga C I, Xu J L, DiChiara A D, *et al.* Imaging ultrafast molecular dynamics with laser-induced electron diffraction [J]. *Nature*, 2012, 483(7388): 194-197.
- [13] Chen Z J, Morishita T, Le A T, *et al.* Analysis of two-dimensional photoelectron momentum spectra and the effect of the long-range Coulomb potential in single ionization of atoms by intense lasers [J]. *Physical Review A*, 2006, 74(5): 053405.
- [14] Chen Z J, Le A T, Morishita T, *et al.* Quantitative rescattering theory for laser-induced high-energy plateau photoelectron spectra [J]. *Physical Review A*, 2009, 79(3): 033409.
- [15] Guo Z J, Chen Z J, Zhou X X. Origin of diffraction fringes in two-dimensional photoelectron momentum distributions for single ionization of atoms in few-cycle intense laser pulses [J]. *Chinese Physics B*, 2014, 23(4): 043201.
- [16] Zhang J T, Nakajima T. Coulomb effects in photoionization of H atoms irradiated by intense laser fields [J]. *Physical Review A*, 2007, 75(4): 043403.
- [17] Morishita T, Chen Z J, Watanabe S, *et al.* Two-dimensional electron momentum spectra of argon ionized by short intense lasers: comparison of theory with experiment [J]. *Physical Review A*, 2007, 75(2): 023407.
- [18] DuBois R D, Rudd M E. Differential cross sections for elastic scattering of electrons from argon, neon, nitrogen and carbon monoxide [J]. *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics*, 1976, 9(15): 2657-2667.
- [19] Srivastava S K, Tanaka H, Chutjian A, *et al.* Elastic scattering of intermediate-energy electrons by Ar and Kr [J]. *Physical Review A*, 1981, 23(5): 2156-2166.
- [20] Vuskovic L, Kurepa M V. Differential cross sections of 60-150 eV electrons elastically scattered in argon [J]. *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics*, 1976, 9(5): 837-842.