

# 正交解调 Pound-Drever-Hall 激光稳频技术研究

苏娟<sup>1,2\*\*</sup>, 焦明星<sup>1\*</sup>, 江飞<sup>1</sup>, 邢俊红<sup>1</sup>

<sup>1</sup>西安理工大学机械与精密仪器学院, 陕西 西安 710048;

<sup>2</sup>西安石油大学光电油气测井与检测教育部重点实验室, 陕西 西安 710065

**摘要** 为克服传统 Pound-Drever-Hall(PDH)激光稳频方法的缺点,设计了正交解调 PDH 激光稳频系统。该系统采用同一直接数字频率合成器(DDS)同步产生三路同频正弦信号,一路作为本振信号驱动电光调制器产生激光相位调制边带,另外两路相位差为 $90^\circ$ 的信号作为解调参考信号。采用两个模拟解调器分别获得误差信号的同相分量和正交分量,对其进行数字化采集和相敏检波运算,即可获得稳频系统的误差信号。通过正交解调 PDH 激光稳频关键技术研究,建立了激光频率跟踪实验系统。实验结果表明,Fabry-Perot (F-P)参考腔可以实时跟踪激光频率变化的功能,跟踪时长约 1 h。

**关键词** 激光技术; 正交解调; Pound-Drever-Hall 稳频; Fabry-Perot 参考腔; 直接数字频率合成器; 激光频率跟踪

中图分类号 TN248

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.081404

## Research on Laser Frequency Stabilization Techniques Using Orthogonally Demodulated Pound-Drever-Hall Method

Su Juan<sup>1,2\*\*</sup>, Jiao Mingxing<sup>1\*</sup>, Jiang Fei<sup>1</sup>, Xing Junhong<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*School of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China;*

<sup>2</sup>*Key Laboratory of Photoelectric Logging and Detecting of Oil and Gas, Ministry of Education, Xi'an Shiyou University, Xi'an, Shaanxi 710065, China*

**Abstract** To overcome the disadvantages of traditional Pound-Drever-Hall (PDH) laser frequency stabilization method, we have design a PDH laser frequency stabilization system based on orthogonal demodulation method. The system uses the same direct digital synthesizer (DDS) to synchronously generate three sine signals with the same frequency. One signal is used as local oscillator signal to drive an electro-optic modulator so as to produce the phase sidebands, and the other two sine signals with a phase difference of  $90^\circ$  are used as demodulation references. The in-phase and orthogonal components of the error signal are obtained by use of two analog demodulators, and the error signal of the frequency stabilization system is obtained when both components are digitally sampled and then operated by an algorithm of digital phase-sensitive detection. The key techniques for the PDH laser frequency stabilization based on the orthogonal demodulation method have been investigated, and an experimental system of laser frequency tracking has been established. Experimental results show that the F-P cavity can track the laser frequency variation in real time, with a tracking time of approximately about 1 hour.

**Key words** laser technology; orthogonal demodulation; PDH frequency stabilization; Fabry-Perot cavity; direct digital synthesizer; laser frequency tracking

**OCIS codes** 140.3425; 140.3580; 140.3518; 140.3570

收稿日期: 2018-01-24; 修回日期: 2018-03-08; 录用日期: 2018-03-16

基金项目: 国家自然科学基金(61605156)

\* E-mail: jiaomx@xaut.edu.cn; \*\* E-mail: sjsu@xsyu.edu.cn

## 1 引言

利用 Pound-Drever-Hall (PDH) 稳频技术将激光频率锁定在高精细度、高稳定性 Fabry-Perot (F-P) 参考腔的谐振峰上,是目前获得超窄线宽激光的有效方法之一<sup>[1-5]</sup>。PDH 稳频技术结合了调制光谱技术和光外差检测技术,将激光频率的变化转变为光电探测器 (PD) 输出正弦信号幅度的变化,并进行相敏检测。在进行相敏检测时,传统 PDH 系统采用模拟相敏检波方法将本振信号移相,补偿其与 PD 输出信号的相位差,再与 PD 输出信号进行混频和低通滤波,得到频率漂移信号<sup>[6-8]</sup>。然而,PD 输出信号相位的时变性和移相器的相移精度使相位差无法实时精确补偿。并且,混频器的直流偏置噪声混叠在误差信号内,共同作为伺服系统的输入对 PDH 系统进行反馈控制,降低了激光频率的稳定精度。

PDH 稳频技术常采用 F-P 参考腔作为稳频基准,因此多年来各国学者都致力于研究振动和温度不敏感参考腔,以提高 PDH 稳频技术的稳频精度<sup>[9-12]</sup>。近年来,国内外学者对 PDH 技术的关注主要集中在解决剩余幅度调制 (RAM)<sup>[13-15]</sup> 和设计新材料及结构的 F-P 参考腔<sup>[16-18]</sup> 上,部分研究小组也研究了数字 PDH 系统,以压低频率噪声,提高系统频率的稳定性<sup>[19-22]</sup>。然而,为了避开激光幅度噪声的影响,PDH 稳频技术采用射频调制频率对单模激光进行相位调制,数字系统需要采用高速高精度模数 (A/D) 转换器对 F-P 参考腔反射的光外差信号进行直接采样,极大地增加了系统对 A/D 转换器的性能要求。

2016 年,本课题组设计了正交解调 PDH 稳频方案。利用直接数字频率合成器 (DDS) 产生一对正交参考信号,对 PD 输出进行两路模拟解调,获得误差信号的同相分量和正交分量,再通过数字相敏检波方法计算获得的误差信号。这种方法无需采用移相器,避免了移相器的移相误差和幅度失真。模拟数字混合的设计既降低了系统对 A/D 的性能要求,又消除了混频器的直流偏置噪声。通过分析该方案的工作原理,建立了正交解调 PDH 稳频系统,获得了鉴频实验曲线,验证了方案的可行性<sup>[23]</sup>。

本文在正交解调 PDH 稳频系统关键技术研究的基础上,设计了正交解调 PDH 激光频率跟踪系统,即对获得的误差信号经数字比例-积分 (PI) 运算得到频率纠偏信号,经数模 (D/A) 转换器获得模拟信号输出,反馈调节 F-P 参考腔的腔长,从而实现

F-P 参考腔对激光频率的自动跟踪。

## 2 正交解调 PDH 激光稳频系统组成

正交解调 PDH 激光稳频系统如图 1 所示。单频激光器 (SFL) 射出的单频线偏振激光经过光隔离器 (SOI) 阻止了背向反射光影响激光器输出,偏振片 (P) 调节激光的偏振方向与电光调制器 (EOM) 晶体内的主轴重合。经过相位调制的载波和两个一阶边带光经过偏振分光镜 (PBS) 变为 P 偏振光,经四分之一波片 (QWP) 变为圆偏振光垂直入射到 F-P 参考腔内。DDS 本振信号源 (LO) 产生三路同频正交正弦信号,相位分别是  $0^\circ$ 、 $180^\circ$  和  $270^\circ$ 。其中,  $0^\circ$  相位信号作为本振信号,经过 EOM 驱动器 (EOM-DR) 对 EOM 进行相位调制,  $180^\circ$  和  $270^\circ$  相位信号作为误差信号的解调参考信号。从 F-P 参考腔腔镜泄露的载波和反射的两个边带光经过 QWP 变为 S 偏振光,经 PBS 入射到 PD 上。PD 输出信号经过互阻增益放大器 (TIA) 和选频放大器 (FSA) 提取出频率为本振频率的信号。该信号送入混频器 1 (MIX<sub>1</sub>) 和混频器 2 (MIX<sub>2</sub>), 分别与  $270^\circ$  和  $180^\circ$  相位正弦信号混频,其输出进入低通滤波放大器 1 (LPF<sub>1</sub>) 和低通滤波放大器 2 (LPF<sub>2</sub>), 得到 PDH 误差信号的同相分量和正交分量。ARM 处理器的 I/O 端口连接模式开关 (MS) 的控制端进行工作模式选择。上电后系统工作于“刻度”模式,  $180^\circ$  相位正弦信号作为待测信号进行幅度检测,得到系统的检测固有误差; 1 ms 后系统工作于“测量”模式,对 FSA 的输出信号进行相敏检波。两路信号进入 A/D 转换器进行同步采集,采集后的信号通过串口送入上位机 (HC) 进行数字相敏检波 (DSPD) 运算,获得 PDH 误差信

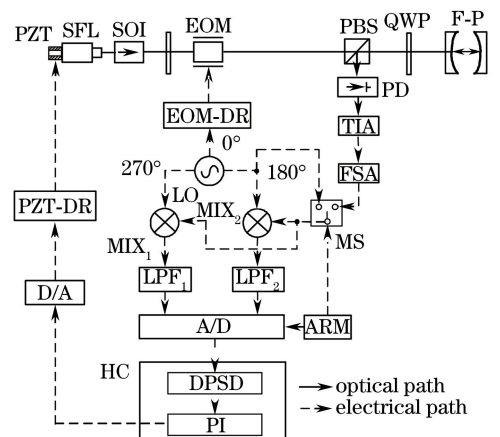


图 1 正交解调 PDH 激光稳频系统框图

Fig. 1 Schematic of orthogonal demodulation PDH laser frequency stabilization system

号。经过 PI 运算,获得压电陶瓷(PZT)的数字控制信号。D/A 转换器将数字控制信号转换为模拟信号,模拟信号经过 PZT 驱动源(PZT-DR)后加在激光器腔镜上的 PZT 上,调节激光器腔长,将激光器频率锁定到 F-P 参考腔的谐振频率上。

### 3 正交解调 PDH 稳频关键技术

#### 3.1 本振信号产生技术

为了在 PDH 稳频技术中得到误差信号,EOM 的调制信号与解调参考信号必须保持严格同频。因此,本振信号不仅作为 EOM 的调制信号,同时也作为解调参考信号。模拟产生的本振信号极易受到温度的影响而产生幅度漂移,从而引起系统检测误差。数字控制信号产生的本振信号不会产生任何谐波,并且内部晶振时钟源的高稳定性能够避免参考信号幅度不稳定带来的增益误差。正交解调 PDH 稳频技术采用同一个 DDS 同步产生三路正弦信号,其中  $0^\circ$  相位信号作为 EOM 的调制信号, $180^\circ$  和  $270^\circ$  相位信号作为解调参考信号。三路信号具有相同的频率稳定性,能够保证严格同频,并且这种设计能够最大程度上将解调参考信号的幅度不一致和相位非正交带来的系统检测误差降到最小。

#### 3.2 直流偏置噪声和信道失配消除技术

为了降低系统对 A/D 的要求,误差信号的同相分量和正交分量采用模拟解调方法获得,但混频器的固有直流偏置噪声无法通过模拟方法消除。通过实验测量了解调器的输出,并与理论值比较,绘制了图 2 所示的绝对误差曲线。

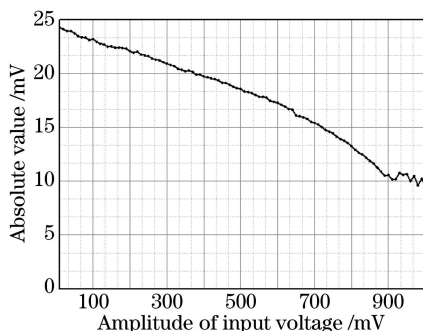


图 2 解调器输出值与理论值的绝对误差曲线

Fig. 2 Absolute error curve between the demodulator output and theoretical calculation

由图 2 可知,解调器的输出始终偏离理论值,这使得输出无法正确反映输入信号幅度的变化。直流偏置噪声在输入信号幅度较小时误差较大,最大绝对误差为 24.28 mV;随着输入信号幅度的增大,误

差逐渐减小。而误差信号一般较为微弱,即使经过选频放大器之后,幅度也远远小于解调器的最大允许输入。因此,此直流偏置噪声带来了较大的检测误差,降低了系统的稳频精度。假设经过中心频率为  $\Omega$ 、带宽为  $B$  的带通滤波器后,FSA 的输出信号表示为

$$x(t) = u(t) \sin(\Omega t + \phi) + n(t) = s(t) + n(t), \quad (1)$$

式中: $u(t)$  为待测信号瞬时幅值; $s(t)$  为待测信号瞬时值; $\phi$  为待测信号相位; $n(t)$  为中心频率为  $\Omega$ ,功率谱密度为  $N_0/2$  的零均值高斯分布窄带噪声,可分解为

$$n(t) = n_c(t) \cos \Omega t - n_s(t) \sin \Omega t, \quad (2)$$

其中  $n_c(t)$  和  $n_s(t)$  分别为  $n(t)$  的同相分量和正交分量,是两个相互独立的低频平稳随机过程,均值为零,幅值为高斯分布,功率谱密度在  $-B/2 \sim B/2$  之间且恒定为  $N_0/2$ 。本振信号为  $r(t) = U_r \sin \Omega t$ ,  $U_r$  为本振信号的初始幅值,将两个信号输入通过混频器和低通滤波器的相敏检测器进行检波运算。考虑混频器的零点漂移噪声  $v_0$ ,输出信号可表示为

$$\begin{aligned} u_m(t) = & [u(t) \sin(\Omega t + \phi) + n_c(t) \cos \Omega t - \\ & n_s(t) \sin \Omega t] \cdot U_r \sin \Omega t + v_0 = \\ & [u(t) U_r \cos \phi - u(t) U_r \cos(2\Omega t + \phi) + \\ & n_c(t) U_r \sin 2\Omega t - n_s(t) U_r + \\ & n_s(t) U_r \cos 2\Omega t] / 2 + v_0. \end{aligned} \quad (3)$$

经过低通滤波器后,(3)式中的第 2,3,5 项被滤除,第 4 项表示的直流噪声和第 6 项表示的混频器零点漂移噪声落入低通滤波器的等效带宽内。设  $v_0$  和  $v'_0$  分别为同相通道和正交通道的零点漂移噪声,则同相通道输出  $u_I(t)$  和正交通道输出  $u_Q(t)$  可表示为

$$\begin{cases} u_I(t) = \frac{1}{2} [u(t) U_r \sin \phi + n_c(t) U_r] + v_0 \\ u_Q(t) = \frac{1}{2} [u(t) U_r \cos \phi + n_s(t) U_r] + v'_0 \end{cases} \quad (4)$$

由(4)式得到的误差信号  $u'(t)$  可表示为

$$\begin{aligned} u'(t) = & 2 \sqrt{\left[ \frac{1}{2} u(t) \sin \phi + v_0 \right]^2 + \left[ \frac{1}{2} u(t) \cos \phi + v'_0 \right]^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

误差信号  $u'(t)$  与实际的  $u(t)$  值之间必然存在较大误差。正交 PDH 稳频技术采用模式开关抑制混频器直流噪声,同时起到信号通道失配补偿

的作用。ARM 处理器首先选择  $180^\circ$  正弦信号作为两个混频器的输入,与正交参考信号进行相敏检波运算,此时系统处于“刻度”模式。同步采集两路低通滤波器的输出信号,获得两个解调通道的固有失配量,这两个失配量中包含了两个混频器的直流偏置噪声。1 ms 后模式开关变动,选频放大器的输出作为两个混频器的输入,与正交参考信号进行相敏检波运算,系统进入“测量”模式。同步采集两路低通滤波器的输出信号,与系统固有失配量进行补偿运算后进行数字相敏检波运算,获得 PDH 误差信号。

### 3.3 过采样和均值滤波技术

当相敏检波采用二阶低通滤波器时,低通滤波器输出的等效噪声带宽  $B_{eq} \approx 1.22B_1$ ,  $B_1$  为低通滤波器的带宽<sup>[24]</sup>。为了保证系统具有一定的稳定裕度和良好的环路跟踪性能,低通滤波器的带宽不能设计得太窄。除此之外,A/D 转换过程中也会引入各种噪声,比如量化噪声、热噪声、杂散噪声等,这些噪声可近似为白噪声。正交 PDH 稳频技术采用过采样和均值滤波方法来抑制噪声,以提高信噪比。

由奈奎斯特采样定理可知,噪声信号会混叠在有用的测量频带内,则带内噪声能量谱密度为

$$E(f) = e_{rms} \left( \frac{2}{f_s} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (6)$$

式中:  $e_{rms}$  为平均噪声功率,  $f_s$  为采样频率。从(6)式可知,信号频带内的噪声能量谱密度随采样频率的增加而降低。过采样以  $f_s = f_n \times x_{OSR}$  对输入信号进行采样,  $f_n$  为奈奎斯特频率,  $x_{OSR}$  为过采样率,则带内噪声压制比为  $\sqrt{x_{OSR}}$ 。对过采样数据进行均值滤波相当于采用一个降采样低通滤波器。降采样的比率仍是  $x_{OSR}$ ,抽取到初始的奈奎斯特频率  $f_n$ ,这会使得输入信号的频率曲线与以  $f_n$  频率采样时的频率相同,但是噪声强度降低到  $e_{rms}/x_{OSR}$ ,信号功率不受影响<sup>[25]</sup>,如图 3 所示。

正交解调 PDH 激光稳频系统采用 16 位 8 通道同步采样 A/D 转换器 AD7606 进行数据采集。采样频率为 1.6 kHz,  $x_{OSR}$  为 16,等效采样频率为 100 Hz。由信噪比公式可知<sup>[26]</sup>,采用过采样和均值滤波,A/D 的有效位数可达 18 位,信噪比提高 12 dB。

## 4 激光频率跟踪实验研究

为了验证正交解调 PDH 稳频系统的可行性,

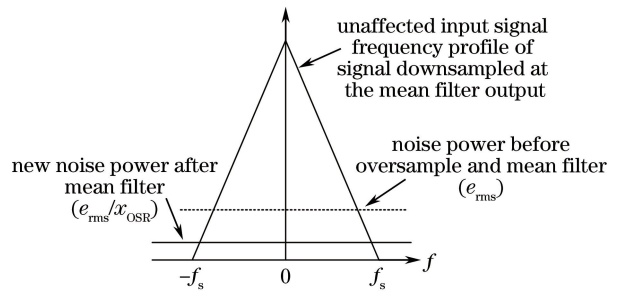


图 3 过采样信号经过均值滤波后的频率曲线和噪声功率  
Fig. 3 Frequency profile and noise power of oversampled signal after mean filter

基于实验中单频全固态激光器腔长的不可调节性,本课题组设计并建立了正交解调 PDH 激光频率跟踪实验系统,如图 4 所示。经过数字相敏检波运算和 PI 控制的频率校正信号从上位机输出,经 D/A 变为模拟信号,作为 PZT-DR 的驱动信号,驱动器的输出加在 F-P 参考腔的 PZT 上,调节参考腔腔长,使其跟踪激光器频率的变化。

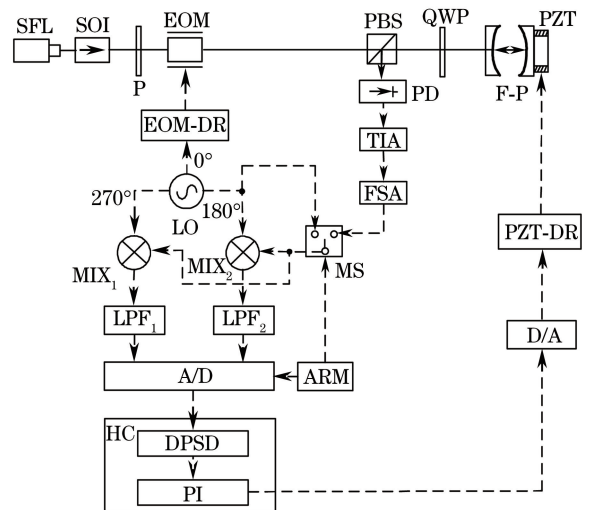


图 4 正交解调 PDH 频率跟踪系统框图

Fig. 4 Schematic for orthogonal demodulation PDH frequency tracking system

单频全固态 1064 nm 激光器的型号为 MSL-III-1064 nm-50 mW(长春新产业光电技术公司生产),功率约为 50 mW,频率漂移范围约为 15 MHz。由同一 DDS 产生三路频率为 10 MHz、幅度为 500 mV 的正弦信号,其中一路信号作为 EOM 驱动器的输入信号,通过 4003 型 EOM(Newport 公司生产)对 1064 nm 单频激光进行相位调制,调制度约为 0.9;F-P 参考腔的自由光谱范围为 375 MHz,精细度为 421;光探测器 PD 的输出信号经过带宽为 200 kHz 的选频放大网络后,其

输出信号幅度为 100 mV, 该信号与 DDS 产生的两路相位差为  $90^\circ$  信号(解调参考信号)进行混频和滤波处理, 混频滤波网络的放大倍数约为 60 倍。

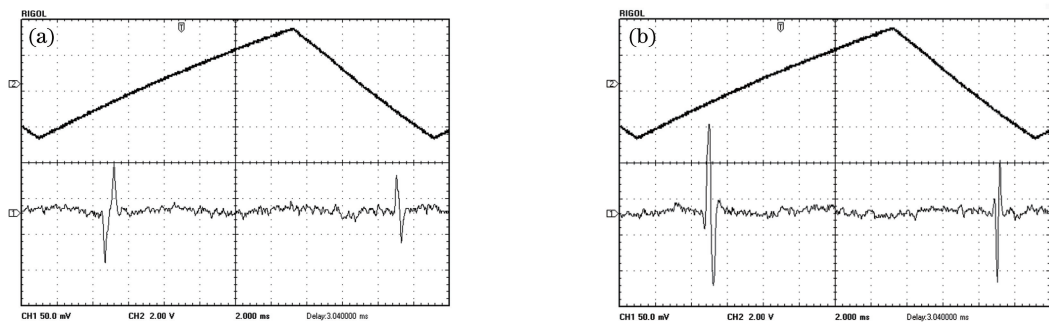


图 5 鉴频信号。(a)同相分量;(b)正交分量

Fig. 5 Frequency-discriminated signal. (a) In-phase components; (b) orthogonal components

由图 5 可以看出, 通过扫描 F-P 参考腔的腔长, 获得的鉴频信号同相分量和正交分量都能够反映激光频率的变化, 并且同相分量和正交分量与 F-P 参考腔谐振频率的变化方向相反, 这说明 PD 输出信号的相位处于第二或第三象限。由于这两个分量是由两条独立的信道解调得到, 所以其解调输出曲线在形态上略有差别。鉴频信号的同相分量和正交分量经过 A/D 采样器, 采样频率

在 F-P 参考腔的 PZT 上加入幅度为 30 V(峰-峰值)、频率为 100Hz 的锯齿波信号, 解调后获得了鉴频信号的同相分量和正交分量, 如图 5 所示。

为 100 kHz, 再进入上位机进行数字相敏检波运算。经过一个锯齿波周期信号的采集, 计算获得如图 6 所示的鉴频曲线。

由图 6 可以看出, 鉴频曲线具有色散谱线形态, 与传统 PDH 方法获得的鉴频曲线形态相同<sup>[27]</sup>。两个边带处的频率为 10 MHz, 据此可以确定, 正交解调 PDH 稳频系统误差信号的线性动态范围为 8.3 MHz, 鉴频灵敏度为 22.7 mV/MHz。

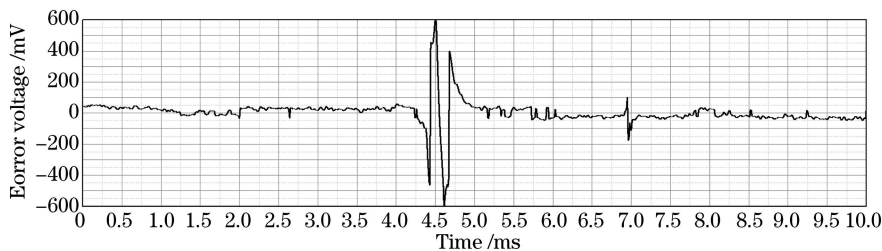


图 6 正交解调 PDH 稳频系统鉴频曲线

Fig. 6 Frequency-discriminated curve of orthogonal demodulation PDH system for frequency stabilization

减小锯齿波幅度, 同时不断地调整直流偏置, 可使载波始终处于 F-P 参考腔线宽内。去掉锯齿波, 将解调后的误差信号作为 PI 控制单元的输入。PI 控制单元的采样周期为 50 ms, 采用试凑法得到控制参数。当 F-P 参考腔频率能够锁定激光器频率时, 探测到的透射光和反射光如图 7 所示。图 7 中通道 1(Channel 1)为锁定后的透射光, 其近似为一条直线, 但透射光信号中有一些毛刺, 这是因为当激光的线宽与 F-P 腔的线宽可比拟时, F-P 腔的透射光信号反映了激光线宽内的功率抖动与频率波动。当 F-P 腔 PZT 的机械响应频率为 1 kHz 左右, 激光频率短且漂移速率很快时, PZT 跟不上激光频率漂移, 从而导致信号毛刺的出现。图 7 中

通道 2(Channel 2)为探测到的反射光, 锁定后也近似为一条直线, 由于探测反射光的探测器本身直流漂移比较大, 所以通道 2 的数值并不能代表反射光在锁定后的光功率值。

本课题组设计了正交解调 PDH 稳频控制软件, 并以该软件获得了激光频率锁定时的误差信号, 如图 8 所示。频率误差信号在零点附近波动且均值并不为零, 这是因为激光在电光相位调制过程中产生了 RAM, 产生了非对称调制边带, 在频率锁定时光外差信号不为零。在正交解调 PDH 激光频率跟踪实验中, 频率跟踪时长约 1 h。同时, 在激光频率锁定过程中, 还测量了 350 s 内误差信号相位随时间的变化曲线, 如图 9 所示, 结果

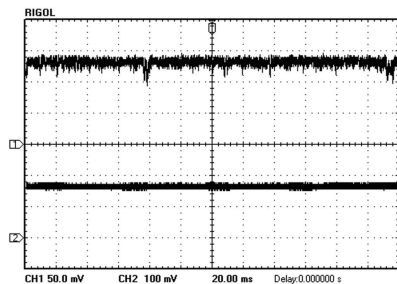


图7 频率锁定时 F-P 参考腔的透射光和反射光曲线

Fig. 7 Transmitted light and reflected light curves of locked F-P cavity

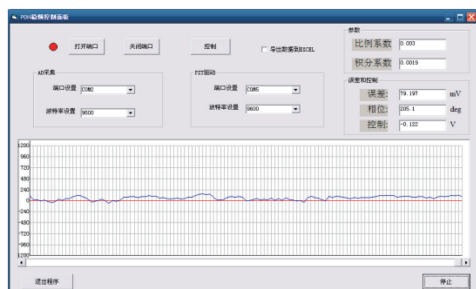


图8 PDH 锁定系统的误差信号

Fig. 8 Error signal of PDH locked system

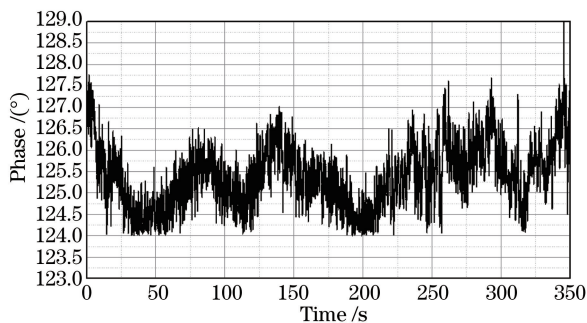


图9 频率锁定时误差信号的实时相位变化

Fig. 9 Real-time phase change of the error signal when frequency is locked

显示相位是时刻变化的,无法实时精确补偿,因此,采用模拟相敏检波方法会降低系统的稳频精度。

## 5 结 论

对正交解调 PDH 激光稳频关键技术和频率跟踪技术进行了研究,结果表明,正交解调 PDH 稳频方案是可行的。在正交解调 PDH 稳频技术中,两路解调参考信号的幅度不一致和相位非正交是影响稳频精度的主要因素。A/D 和 D/A 截断误差,数字计算的有限字长效应引起的系统检测误差能够通过合理的硬件设计和有效的软件算

法来减小。RAM 会使鉴频信号发生基线漂移,稳频后的激光频率将会偏离 F-P 参考腔的共振频率,从而影响激光频率锁定精度。今后研究的主要工作任务是:1) 采用有效方法对 RAM 进行抑制,以提高稳频系统的锁频精度;2) 进一步优化稳频系统的 PI 控制参数,以提高稳频系统的响应速度和抗干扰能力;3) 采用腔长可调的单频全固态激光器作为稳频对象,建立正交解调 PDH 激光稳频系统,深入研究激光稳频技术。

## 参 考 文 献

- [1] Shen H, Li L F, Chen L S. Lasers with ultra-narrow linewidth-theories and applications of laser frequency stabilization[J]. *Physics*, 2016, 45(7): 441-448. 沈辉, 李刘锋, 陈李生. 超窄线宽激光——激光稳频原理及其应用[J]. *物理*, 2016, 45(7): 441-448.
- [2] Clivati C, Mura A, Calonico D, *et al.* Planar-waveguide external cavity laser stabilization for an optical link with  $10^{-19}$  frequency stability[J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control*, 2011, 58(12): 2582-2587.
- [3] Chen Q F, Nevsky A, Schiller S. Locking the frequency of lasers to an optical cavity at the  $1.6 \times 10^{-17}$  relative instability level [J]. *Applied Physics B*, 2012, 107(3): 679-683.
- [4] Chen H Q, Jiang Y Y, Bi Z Y, *et al.* Progress and trend of narrow-linewidth lasers [J]. *Science China Technological Sciences*, 2013, 56(7): 1589-1596.
- [5] Wu B, Yao H, Hua G, *et al.* 1 Hz linewidth Ti:sapphire laser as local oscillator for  $^{40}\text{Ca}^+$  optical clocks[J]. *Review of Scientific Instrument*, 2016, 87(6): 063121.
- [6] Drever R W P, Hall J L, Kowalski F V, *et al.* Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator[J]. *Applied Physics B: Photophysics and Laser Chemistry*, 1983, 31(2): 97-105.
- [7] Zheng G J, Dai D P, Fang Y F, *et al.* Locking of optical transfer cavity based on PDH technique[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(12): 121401. 郑公爵, 戴大鹏, 方银飞, 等. 基于 PDH 技术的光学传递腔的锁定[J]. *激光与光电子学进展*, 2014, 51(12): 121401.
- [8] Cygan A, Lisak D, Maslowski P, *et al.* Pound-Drever-Hall-locked, frequency-stabilized cavity ring-down spectrometer [J]. *Review of Scientific Instrument*, 2011, 82(6): 063107.

- [9] Notcutt M, Ma L, Ye J, *et al.* Simple and compact 1-Hz laser system via an improved mounting configuration of a reference cavity[J]. *Optics Letters*, 2005, 30(14): 1815-1817.
- [10] Kessler T, Hagemann C, Grebing C, *et al.* A sub-40-mHz-linewidth laser based on a silicon single-crystal optical cavity[J]. *Nature Photonics*, 2012, 6(10): 687-692.
- [11] Webster S A, Oxborrow M, Gill P. Vibration insensitive optical cavity [J]. *Physical Review A*, 2007, 75(1): 10064-10070.
- [12] Davila-Rodriguez J, Baynes F N, Ludlow A D, *et al.* Compact, thermal-noise-limited reference cavity for ultra-low-noise microwave generation[J]. *Optics Letters*, 2017, 42(7): 1277-1280.
- [13] Andreou S, Williams K A, Bente E A J M. Residual amplitude modulation in InP-based integrated phase modulators and its effect in Pound-Drever-Hall frequency stabilization [C] // *Integrated Photonics Research, Silicon and Nanophotonics 2017*, July, 24-27 2017, New Orleans, Louisiana United States. Washington: Optical Society of America, 2017: IM3A.7.
- [14] Fan X L, Jin S Z, Zhang S, *et al.* Active suppression of residual amplitude modulation in laser frequency stabilization by multi-frequency mixing [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, 43(4): 0402001  
范夏雷, 金尚忠, 张枢, 等. 多频率合成主动抑制激光稳频的剩余幅度调制 [J]. *中国激光*, 2016, 43(4): 0402001.
- [15] Li Z X, Ma W G, Yang W H, *et al.* Reduction of zero baseline drift of the Pound-Drever-Hall error signal with a wedged electro-optical crystal for squeezed state generation[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(14): 3331-3333.
- [16] Gallego J, Ghosh S, Alavi S K, *et al.* High-finesse fiber Fabry-Perot cavities: stabilization and mode matching analysis[J]. *Applied Physics B*, 2016, 122(3): 47.
- [17] Wang M Y, Jin X Y, Wang J, *et al.* Analysis of the Pound-Drever-Hall frequency stabilization technique based on a whispering gallery mode optical microsphere cavity[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2017, 46(7): 0706003.  
王梦宇, 金雪莹, 王静, 等. 基于回音壁模式微球腔的 PDH 稳频技术 [J]. *光子学报*, 2017, 46(7): 0706003.
- [18] Spencer D T, Davenport M L, Komljenovic T, *et al.* Stabilization of heterogeneous silicon lasers using Pound-Drever-Hall locking to Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> ring resonators [J]. *Optics Express*, 2016, 24(12): 13511-13517.
- [19] Lam T Y, Slagmolen B J, Chow J H, *et al.* Digital laser frequency stabilization using an optical cavity[J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2010, 46(8): 1178-1183.
- [20] Geng W B, Hu S L, Shao H F. Design of laser frequency stabilization systems based on FPGA and Pound-Drever-Hall technique[J]. *Laser Technology*, 2014: 38(5): 665-668.  
耿伟彪, 胡妹玲, 邵洪峰. 基于 FPGA 数字相位调制光外差激光稳频系统设计 [J]. *激光技术*, 2014, 38(5): 665-668.
- [21] Bian Z L, Huang C D, Gao M, *et al.* Research on control technique for Pound-Drever-Hall laser frequency stabilizing system [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2012, 39(3): 0302001.  
卞正兰, 黄崇德, 高敏, 等. PDH 激光稳频控制技术的研究 [J]. *中国激光*, 2012, 39(3): 0302001.
- [22] Gatti D, Gotti R, Sala T, *et al.* Wide-bandwidth Pound-Drever-Hall locking through a single-sideband modulator[J]. *Optics Letters*, 2015, 40(22): 5176-5179.
- [23] Su J, Jiao M X, Ma Y Y, *et al.* Design of Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization system using the quadrature demodulation[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, 43(3): 0316001.  
苏娟, 焦明星, 马源源, 等. 正交解调 Pound-Drever-Hall 激光稳频系统设计 [J]. *中国激光*, 2016, 43(3): 0316001.
- [24] Guo Y C, Ruan H L. *Random signal processing* [M]. Hefei: Hefei University of Technology Press, 2009.  
郭业才, 阮怀林. *随机信号分析* [M]. 合肥: 合肥工业大学出版社, 2009.
- [25] Oppenheim A V, Schaffer R W. *Discrete-time signal processing* [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1999.
- [26] Li S Z, Wan J W. *Discrete-time signal processing* [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1994.  
李素芝, 万建伟. *时域离散信号处理* [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1994.
- [27] Black E D. An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization [J]. *American Journal of Physics*, 2001, 69(1): 79-87.