热透镜焦距和球差影响光束质量的分析模型

王启晗**,姚强强,冯驰,陈薪羽,董渊*

长春理工大学理学院吉林省固体激光技术与应用重点实验室,吉林长春 130022

摘要 基于热透镜效应和球差效应同时存在的客观事实,建立了光束质量因子 M² 与热透镜焦距和球差的内在理论关系,准确地分析了热透镜焦距和球差共同作用下的光束质量变化。实验利用哈特曼-夏克波前传感器对 LD 端面抽运 Nd:YVO4晶体的相关波前信息进行重构,进而对比光束质量因子 M² 的实验数据与理论分析结果,证明光束质量在热透镜焦距和球差共同影响下逐渐减弱,验证了此模型的可行性,为固体激光器的优化设计和实验研究提供了参考。

关键词 激光光学; 热效应; 光束质量; 热透镜焦距; 球差
 中图分类号 O436
 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.081402

Analytical Model for Thermal Focal Length and Spherical Aberration on Beam Quality

Wang Qihan**, Yao Qiangqiang, Feng Chi, Chen Xinyu, Dong Yuan*

Jilin Key Laboratory of Solid Laser Technology and Application, School of Science, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China

Abstract Based on the objective fact that the effect of thermal lens and the influence of spherical aberration coexist, the intrinsic theoretical relationship between the beam quality factor M^2 , the thermal focal length and spherical aberration is established, and the beam quality change under the combined effect of the thermal focal length and the spherical aberration is more accurately analyzed in addition. In this experiment, the Hartmann-Shack wavefront sensor is used to reconstruct the related wavefront information of the Nd: YVO₄ crystal by LD end-pumped. The experimental data of the beam quality factor M^2 are compared with the theoretical analysis. Furthermore, under the influence of the thermal focal length and the spherical aberration, the gradual attenuation of the beam quality is proved. The feasibility of this model is finally confirmed. The above conclusions provide the reference for the optimal design and experiment of solid-state laser.

Key words laser optics; thermal effect; beam quality; thermal focal length; spherical aberration **OCIS codes** 140.3580; 140.6810; 140.3295

1 引 言

激光晶体热效应是降低激光性能的重要原因, 直接影响着激光谐振腔的稳定性、光束质量和输出 功率等问题^[1-2]。由于激光器工作时晶体受到抽运 光的吸收和散热不均等因素的影响,一部分抽运光 转换成输出激光,另一部分在晶体内形成了热沉积, 此时会产生温度梯度,温度差导致了折射率分布不 均,使激光晶体中心折射率高,两边折射率低,由此 便产生了热透镜效应。同时激光束经过热透镜后会 发生波前畸变,所以此时不是理想的透镜,是含有像 差的透镜。因此,热透镜效应和球差效应会共同影 响激光光束质量^[3],其中以热透镜焦距和球差的影 响最为严重。目前,现有的分析只单一研究了其中 一个影响因素对光束质量的影响^[4-6],没有考虑到激 光器在工作时热透镜效应和球差效应同时存在、互 相影响的事实,这使得对热效应的分析不完整,不够 全面准确。本文在已知相关热透镜效应测量技术的

收稿日期: 2018-02-22;修回日期: 2018-03-01;录用日期: 2018-03-09

基金项目: 国家自然科学基金(61505012)

^{*} E-mail: laser_dongyuan@163.com; ** E-mail: wqh_0201@sina.com

基础上,建立光束质量因子 M² 与热透镜焦距和球差的理论模型,利用哈特曼-夏克波前传感器获得波前相关测量数据,进一步分析二者共同降低光束质量的内在规律。

2 基本原理

2.1 球差对光束质量的影响

根据赛德尔初级像差理论,若只考虑初级球差的情况,像差函数沿径向的四次多项式,可表示为^[7]

$$W(r) = C_0 + C_2 r^2 + C_4 r^4$$
, (1)
式中:r 为径向坐标; C_0 为常数项; C_2 表示聚焦项;
 C_4 为球差系数,可表征球差的大小。

基于 Zernike 多项式具有正交性和圆对称性, 这和光斑的性质一致,所以常用 Zernike 多项式表 示光学畸变。根据光斑的圆对称性,将直角坐标系 转化为极坐标系,将光程差分布用 Zernike 多项式 展开:

$$W(\rho,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} C_{nm} Z_n^m(\rho,\theta), \qquad (2)$$

式中:n 为径向阶数,m 为角向阶数,n 和m 同为正 整数; $Z_n^m(\rho, \theta)$ 为极坐标形式下的n 阶泽尼克多项 式; C_{nm} 为其系数。

在 Zernike 多项式中,球差项表示为: $Z_4^0(\rho, \theta) = \sqrt{5} (6\rho^4 - 6\rho^2 + 1), 则对比(1) 式可得到$ 球差系数与 Zernike 球差系数 C_{Zer} 的关系^[8-9]:

$$C_4 = 6\sqrt{5} \; \frac{C_{\rm Zer}}{r_0^4},\tag{3}$$

式中:r。可表示增益介质的半径。

由于光束质量因子 M² 与光束位置无关,基于 此,M² 因子可由强度、相位、相干三个参量分项构成,则光束质量因子可分解为^[10]

 $M^{2} = \sqrt{(M_{diff}^{2})^{2} + (M_{ab}^{2})^{2} + (M_{cohe}^{2})^{2}},$ (4) 式中: M_{diff}^{2} 表示强度参量; M_{ab}^{2} 表示相位参量; M_{cohe}^{2} 表示相干参量。激光的相干性非常好,通常认为 $M_{cohe}^{2} = 0$ 。在此假设强度分布 $M_{diff}^{2} = 1$,即光的强度 分布为高斯分布的时候,则其相位分布与球差系数 的关系为^[10]

$$M_{\rm ab}^2 = \frac{2\pi}{\lambda} |C_4| w_0^4 \sqrt{\frac{3}{2}}, \qquad (5)$$

式中:w。为基模束腰半径。结合(3)式,光束质量 相位分布分量可表示为

$$M_{\rm ab}^2 = \sqrt{270} \, k \, \frac{C_{\rm Zer}}{r_0^4} w_0^4 \,, \tag{6}$$

式中:k=2π/λ 为波数。所以在忽略光强分布的影

响时,光束质量因子可表示为

$$M^{2} = \sqrt{1 + 270k^{2} \frac{C_{\text{Zer}}^{2}}{r_{0}^{8}} w_{0}^{8}} .$$
 (7)

2.2 波前信息与热透镜焦距和球差间的理论模型

假设图 1 所示的谐振腔中,热透镜焦距为 f,晶体长度为 l,激光介质到两个曲率半径分别 R_1 和 R_2 的反射镜的距离为 d_1 和 d_2 ,腔内传输矩阵为^[11]

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -f^{-1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - d_2/f & d_1 + d_2 - d_1 d_2/f \\ -1/f & 1 - d_1/f \end{bmatrix}, \quad (8)$$

式中:*a*,*b*,*c*,*d* 分别为晶体的热透镜表达式。谐振 腔的 g 参数表示为

$$\begin{cases} g_{1} = a - (b/R_{1}) = 1 - d_{2}/f - b/R_{1} \\ g_{2} = d - (b/R_{2}) = 1 - d_{1}/f - b/R_{2} \\ b = d_{1} + d_{2} - \frac{d_{1}d_{2}}{f} \end{cases}$$
(9)

对稳定腔来说,其稳定条件应满足下列条件:



图1 g 参数谐振腔

Fig. 1 Resonant cavity with g parameter

若测得输出镜后任意两点处的光斑尺寸为 $w_{M}(z_{1})$ 和 $w_{M}(z_{2})$ (设 $z_{2} > z_{1}$),且光束经过透镜其光束质量因子 M^{2} 是不变的,因此利用哈特曼-夏克波前传感器测量出的因子就是激光器输出光束的因子,则光束远场发散角为^[12]

$$\theta_{\rm r} = \frac{w_{\rm M}(z_2) - w_{\rm M}(z_1)}{z_2 - z_1} = \frac{\lambda M^2}{\pi w_{\rm M0}}, \qquad (11)$$

故

$$w_{\rm M0} = \frac{\lambda M^2}{\pi} \frac{z_2 - z_1}{w_{\rm M}(z_2) - w_{\rm M}(z_1)} = M^2 B, \ (12)$$

其中 $B = \frac{\lambda}{\pi} \frac{z_2 - z_1}{w_M(z_2) - w_M(z_1)}$ 。根据混合模传输

理论得

$$\frac{w_{\rm M}^2(z_2)}{w_{\rm M}^2(z_1)} = \frac{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2 B^4} (z_2 + z_m)^2 \frac{1}{M^4}}{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2 B^4} (z_1 + z_m)^2 \frac{1}{M^4}}, \quad (13)$$

则有

$$M^{2} = \frac{\lambda}{\pi B^{2}} \times \sqrt{\frac{w_{M}^{2}(z_{2})(z_{1} + z_{m})^{2} - w_{M}^{2}(z_{1})(z_{2} + z_{m})^{2}}{w_{M}^{2}(z_{1}) - w_{M}^{2}(z_{2})}} \circ$$
(14)

在输出镜一端,如果不考虑透镜的厚度的影响,则透 镜两端的光参数将保持一致,则有

$$R = z_m \left| 1 + \frac{\pi^2 M^4 B^2}{\lambda^2 z_m^2} \right|, \qquad (15)$$

式中:R 为输出镜曲率半径。根据(15)式能确定光 束质量因子和混合模束腰半径的大小;根据多模理 论,基膜束腰可表示为

$$w_0 = \frac{w_{\rm M0}}{M} = BM_{\circ} \tag{16}$$

因此,结合稳定谐振腔标准传输矩阵,可得到包含热透镜的谐振腔中热透镜焦距与基模束腰半径的关系,则表示为^[12-13]

$$w_{0}(f)^{2} = \frac{\lambda b}{\pi} \frac{\sqrt{g_{1}g_{2}(1-g_{1}g_{2})}}{g_{1}+a^{2}g_{2}-2ag_{1}g_{2}}, \quad (17)$$

式中 $:g_1$ 和 g_2 是包含晶体热透镜焦距的函数。

在此基础上考虑热应力对光束质量的影响。由 于温度分布不均致使晶体内的应力分布不均,这也 是直接导致晶体内部产生折射率梯度的原因之一。 考虑晶体内部分布函数、热光系数和热膨胀系数,则 晶体内折射率的分布函数可表示为^[14]

$$n(r) = n_0(1 - \gamma \cdot r^2) + \Gamma r^4$$
, (18)
式中:二次项系数 γ 表示热透镜效应的强弱;四次
项系数 Γ 表示球差效应的强弱。具有球差效应的
波前和理想波前之间的波像差可表示为

$$W_{\text{OPD}}(r) = \int_{0}^{L} \{n [r(z)] - n_{\text{ref}} [r(z)] \} dz,$$
(19)

式中:L 为晶体长度。简化后可得到含有球差效应的表达式^[14]:

$$W_{\rm OPD} = \varepsilon(r) \cdot \Gamma r^4 L, \qquad (20)$$

其中 ε(r)为关于 r 的函数,它是与热透镜焦距有关 的参数,此时的球差效应考虑热透镜焦距的影响。 另外,函数 ε(r)还与激光晶体内光束的分布情况有 关,若光束在激光介质中分布为对称状态,可取 0.9, 若为端面准直状态,可取 0.7^[14]。

依照以上分析,在假设光强度分布为高斯分布 时,光束质量因子 M² 在热透镜焦距和球差共同作 用下的表达式为

$$M^{2} = \sqrt{1 + 270k^{2} \frac{\varepsilon(r)^{2} C_{\text{Zer}}^{2}}{r_{0}^{8}} w_{0}^{8}(f)} . \quad (21)$$

通常情况下,强度分布分项 $M_{diff}^2 \ge 1$,当强度分布为 理想的基模高斯分布时, $M_{diff}^2 = 1$,当强度分布为 存在高阶像差时, M_{ab}^2 有最小值,为 1,当不 存在高阶像差时, M_{ab}^2 有最小值,为 0,同时由于激光 光源的相干性都很好,均可视为理想相干光源, $M_{cohe}^2 = 0$ 。对于无高阶像差的理想高斯分布状态下 的激光,可知此时光束质量最佳,即 $M^2 = 1$ 。因此 (21)式的理论模型仅适用于带有波前畸变的基模高 斯分布。

3 实验分析与讨论

根据上述原理,本文对激光二极管端面抽运棒状 激光器的热透镜焦距和球差进行了实验测量,实验装 置如图 2 所示,实验采用 Nd: YVO4 晶体,掺杂 Nd 离 子分数为 0.3%,晶体尺寸为 ø3 mm×10 mm,并通过 与外侧面接触良好的紫铜热沉循环水冷进行散热,实 验构建对称平平腔,腔长为200 mm。通过哈特曼-夏 克波前传感器对相关波前信息进行测量,如光束质量 因子 M²、Zernike 各阶像差系数等。其用微透镜阵列 分束聚焦,成像在焦平面处的 CCD 面阵上,利用计算 机实时进行恢复波前运算,得出光束的波前参数。测 量精度高,简单易操所^[15-16]。



Fig. 2 Experimental setup used for thermal lensing measurements

图 3 为以哈特曼-夏克波前传感器测量的基模 束腰半径为桥梁,根据(9)式与(17)式得到的热透镜 焦距随抽运功率变化的关系;图 4 为哈特曼-夏克波 前传感器内置 Zernike 算法重构的球差随抽运功率 变化的关系。可见,随着抽运功率的增大,热透镜焦 距减小,球差增大,光束质量变差。

将上述利用波前传感器得到的热透镜焦距值和 球差值代入(21)式得到光束质量因子 M² 的理论计 算值与利用哈特曼-夏克波前传感器测量的光束质 量因子 M² 的实验值进行对比,如图 5 所示。可见 理论计算的光束质量因子 M² 在热透镜焦距和球差 共同影响下,随抽运功率增加而增大,光束质量变 差,图中表明计算值与实验值吻合度较高。这证明



图 3 热透镜焦距随抽运功率变化的关系

Fig. 3 Thermal focal length on pump power



图 4 球差随抽运功率变化的关系

Fig. 4 Spherical aberration on pump power



Fig. 5 M^2 dependence on pump power

该理论模型可行。事实上,球差是具有一定累加性的,为了避免系统中因其他腔镜引入的球差对独立 分析激光晶体的球差产生叠加影响,实验中的腔镜 均选用了平面镜,即可视哈特曼-夏克波前传感器测 量的球差值为激光晶体产生的球差值。

4 结 论

以热透镜焦距和球差同时存在、共同影响激光 光束质量的实际情况为基础,建立了光束质量因子 M² 受热透镜焦距和球差影响的理论模型,该模型 清晰地体现了 M² 与透镜焦距和球差的内在关系。 通过实验利用哈特曼-夏克波前传感器重构相关波 前信息,最终得到光束质量因子 M² 在抽运功率为 5~30 W 的范围内逐渐增大的变化趋势,直观地反 映了热透镜焦距及球差共同降低光束质量的过程。 改善了以往单一分析影响光束质量因素的不足,从 而全面了解激光束的输出特性。使用该方法得到的 计算值与实验值吻合度较高,为补偿热透镜效应提 供了有利的依据。

参考文献

- Cox L J. Solid-state laser engineering [J]. Optica Acta: International Journal of Optics, 1977, 24(9): 995-995.
- [2] Qu P F, Wang S Y, Guo Z, et al. Adaptive adjusting technique of thermal effect to laser beam quality [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37 (5): 0514001.

屈鹏飞, 王石语, 过振, 等. 热效应对激光器光束质 量的自适应调整技术[J]. 光学学报, 2017, 37(5): 0514001.

- Liu S, Song F, Cai H, et al. Effect of thermal lens on beam quality and mode matching in LD pumped Er Yb-codoped phosphate glass microchip laser [J]. Journal of Physics D: Applied Physics, 2008, 41(3): 035104.
- [4] Wang Y, Inoue K, Kan H, et al. Study on thermally induced depolarization of a probe beam by considering the thermal lens effect [J]. Journal of Physics D: Applied Physics, 2009, 42(23): 235108.
- [5] Schwarz J, Ramsey M, Headley D, et al. Thermal lens compensation by convex deformation of a flat mirror with variable annular force [J]. Applied Physics B, 2005, 82(2): 275-281.
- Liu C. A birefringence-compensated two-rod Nd : YAG laser operating in TEM₀₀, mode with a CW 61
 W output power[J]. Laser Physics, 2009, 19(12): 2155-2158.
- Siegman A E. Analysis of laser beam quality degradation caused by quartic phase aberrations [J].
 Applied Optics, 1993, 32(30): 5893-5901.
- [8] Liu B, Liu C, Shen L, et al. Beam quality management by periodic reproduction of wavefront aberrations in end-pumped Nd : YVO₄ laser amplifiers[J]. Optics Express, 2016, 24(8): 8988-8996.
- [9] Wang Y. Dynamic compensation of laser amplifier to beam quality [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2015.

王毅.激光放大器对光束质量的动态补偿[D].杭州:浙江大学,2015.

- [10] Neubert B J, Eppich B. Influences on the beam propagation ratio M² [J]. Optics Communications, 2005, 250(4): 241-251.
- [11] Zhang X, Su L K, Cai Q. Analysis of thermal effect and experimental test of beam wavefront aberration in all solid-state Nd : YAG laser [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(3): 802-807.
 张翔,苏礼坤,蔡青.全固态 Nd:YAG 激光器热效 应及输出光束波前像差分析[J].光学学报, 2010, 30(3): 802-807.
- [12] Zheng J A, Zhao S Z, Wang Q P, et al. Thermal lens measurement of LD-end-pumped solid state laser with stable resonator[J]. Chinese Journal of Lasers, 2001, 28(8): 717-720.
 郑加安,赵圣之,王青圃,等. 稳腔固体激光器运转 时热透镜焦距的测量[J]. 中国激光, 2001, 28(8): 717-720.
- [13] Yang Y M, Wen J G, Wang S Y, et al. The thermal lens focus of the end-pumped Nd: YAG laser [J].

Acta Photonica Sinica, 2005, 34(12): 1769-1771. 杨永明, 文建国, 王石语, 等. LD 端面抽运 Nd: YAG 激光器中的热透镜焦距[J]. 光子学报, 2005, 34(12): 1769-1771.

- [14] Bonnefois A M, Gilbert M, Thro P Y, et al. Thermal lensing and spherical aberration in highpower transversally pumped laser rods [J]. Optics Communications, 2006, 259(1): 223-235.
- [15] Shen F, Jiang W H. The measurement error of wavefront phase with Shack-Hartmann wavefront sensor. [J]. Acta Optica Sinica, 2000, 20(5): 666-671.

沈锋,姜文汉.夏克-哈特曼波前传感器的波前相位 探测误差[J].光学学报,2000,20(5):666-671.

[16] Meng Q B, Qi Y J, Lu Z X, et al. Analysis of effect of ambient temperature variation on measurement accuracy ofShack-Hartmann wavefront sensor [J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(8): 0810001.
孟庆宾,齐月静,卢增雄,等.环境温度变化对夏克-哈特曼波前传感器测量精度影响分析[J].中国激 光, 2016, 43(8): 0810001.