

# 用于机器视觉测量曲面照明的 LED 阵列 优化算法设计

阙笑语<sup>1</sup>, 吴国华<sup>2</sup>

<sup>1</sup>北京邮电大学信息与通信工程学院, 北京 100876;

<sup>2</sup>北京邮电大学电子工程学院, 北京 100876

**摘要** 与平面目标面相比,在曲面目标面产生均匀的照度分布时,LED阵列的设计更复杂。通过优化LED阵列排布,使其在复杂曲面的目标面上产生了均匀的照度分布。构建了反映照度均匀性的目标函数,目标函数以阵列中各LED的位置坐标为变量,利用模拟退火算法对阵列中各LED的位置进行优化,使目标函数获得最小值。为了验证算法的可行性,针对圆柱形目标面、抛物线形柱状面以及正弦形柱状面,优化设计了3种不同排布的LED阵列,优化后的LED阵列在相应目标面上的照度分布均匀性分别达到99.0%、99.3%和97.0%。分析了LED阵列中各LED的装配公差对目标面照度均匀性的影响,模拟结果表明:装配公差在0.2 mm以内,目标的均匀度下降不超过0.3%,说明这种设计方法具有一定的实用价值。

**关键词** 光学设计; 照度均匀性; 模拟退火算法; LED阵列; 目标函数; 装配公差

中图分类号 O435 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.072201

## Designing LED Array for Uniform Illumination Distribution on Curved Surface Object in Machine Vision Measurement by Optimization Algorithm

Que Xiaoyu<sup>1</sup>, Wu Guohua<sup>2</sup>

<sup>1</sup> School of Information and Communication Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China;

<sup>2</sup> School of Electronic Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China

**Abstract** Compared with the plane target surface, it is more complex for designing light emitting diode (LED) array to produce a uniform illumination distribution on the curved surface. In this paper, the uniform illumination distribution in curved target surface is produced by optimizing the LED array arrangement. In the optimization, firstly, the objective function is constructed to reflect the uniformity of illumination distribution. The objective function takes the coordinates of each LED in the array as variables. Then, the location coordinates of each LED in the array is optimized by simulated annealing algorithm, so that the objective function is minimization. In order to verify the feasibility of the algorithm, we design the cylindrical curved surface, parabolic and sinusoidal curved surface as target surfaces. With the three different kinds of target surfaces, three different LED array arrangements are designed. The three arrays produce uniform illumination distribution on the corresponding target surfaces with the uniformity of 99.0%, 99.3% and 97.0%, respectively. The influence of assembly tolerance of LED arrays on the illumination uniformity of the target surface is also analyzed. The simulation results show that the decrease of the uniformity is no more than 0.3% when the assembly tolerance is within 0.2 mm. This indicates that the design method has good practical value.

**Key words** optical design; uniformity of illumination; simulated annealing algorithm; light emitting diode array;

收稿日期: 2017-11-09; 收到修改稿日期: 2018-01-16

基金项目: 国家自然科学基金(61471051)

作者简介: 阙笑语(1998—),男,本科生,主要从事数据算法方面的研究。E-mail: xfn@bupt.edu.cn

导师简介: 吴国华(1979—),男,博士,副教授,主要从事无线光通信、关联成像和压缩感知方面的研究。

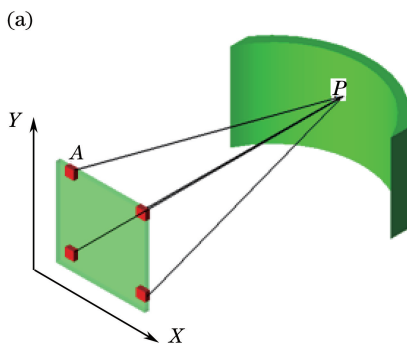
E-mail: wuguohua@bupt.edu.cn(通信联系人)

objective function; assembly tolerance

OCIS codes 220.2945; 220.4298; 220.0220

## 1 引言

机器视觉测量系统中通常要求被测物有均匀的照度分布,发光二极管(LED)阵列经常被用作机器视觉测量中的照明光源。对于机器视觉测量中的曲面柱状被测物,如何设计LED阵列,使其产生均匀的照度分布具有一定的研究意义。本文将探讨以LED阵列作为光源,合理优化设计LED的阵列结构,使其在曲面显示面上产生均匀的照度分布。为了在平面目标面上产生均匀的照度分布,国内外已有多个研究小组在优化设计LED阵列方面进行了研究<sup>[1-8]</sup>;文献[4-7]中使用解析方法设计的平面和球面LED阵列在目标面上产生了均匀的照度分布;Su等<sup>[8]</sup>采用数值优化方法设计了复杂的平面LED阵列,在目标面上产生了均匀的照度分布。上述研究都是针对平面目标面进行LED阵列设计的,目前针对曲面目标面进行LED阵列设计的报道比较少,特别是针对具有复杂曲面的目标面的报道更少。本文针对具有复杂曲面的目标面设计了相应的LED阵列优化算法,采用该算法优化了LED阵列,在复



杂曲面的目标面上产生了均匀的照度分布。对于LED阵列,所用LED的数量通常由目标面所需的照度来决定,LED的数量越少,其排列位置对照度均匀性的影响就越大。为了证实算法的有效性,采用6个LED组成阵列,设计了3个案例,采用圆柱形目标面、抛物线形柱状面和正弦形柱状面对LED阵列进行优化设计;最后针对LED阵列进行公差分析,使用统计方法计算了阵列中LED位置误差对目标面照度均匀性的影响。

## 2 LED阵列的设计原理及优化算法

图1(a)是一个平面LED阵列照明一个圆柱形目标面,图1(b)是圆柱形目标面在X-Z方向的投影图,投影曲线为一段圆弧,其半径为R,圆弧对应的中心角为 $2\alpha$ 。将这个中心角等分为M个采样角,每个采样角的大小为 $\Delta\alpha = 2\alpha/M$ 。 $z_1$ 是圆柱形目标面中心到LED阵列平面的距离。在圆柱形目标面上有任意一点P,假设P点位于第i个采样角上,则P点的横坐标为

$$x_i = R \sin[i(\Delta\alpha)]. \quad (1)$$

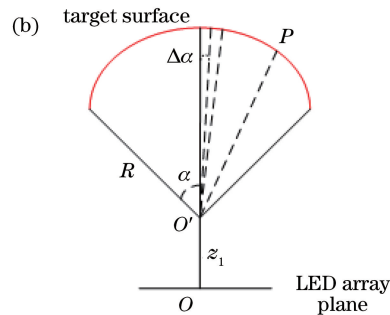


图1 (a) LED阵列照明圆柱形目标面;(b)圆柱形目标面的二维投影图

Fig. 1 (a) Cylindrical target surface of LED array illumination; (b) 2D projection view of the cylindrical target surface

圆柱形目标面沿着轴线方向(Y方向)的长度设为 $2R\alpha$ ,这样设计的目的是使圆柱形目标面在轴线方向的长度与圆弧长度相等。将圆柱形目标面在轴线方向也等分成M份,每份的长度为 $R \cdot \Delta\alpha$ ,假设P点在轴线方向的第j个采样范围内,则P点的纵坐标为

$$y_j = Rj(\Delta\alpha), \quad (2)$$

P点的z坐标为

$$z_k = z_1 + R \cos[i(\Delta\alpha)]. \quad (3)$$

如图1所示,假设阵列中任意一个LED位于A点,坐标为 $(X_t, Y_t, 0)$ ,则LED阵列中A点处的

LED在目标面上的P点产生的照度分布为<sup>[4-8]</sup>

$$E_t(x_i, y_j, z_k) = \frac{z_k^{m+1} I_0}{[(x_i - X_t)^2 + (y_j - Y_t)^2 + z_k^2]^{(m+3)/2}}, \quad (4)$$

式中: $I_0$ 为 $0^\circ$ 视角方向上的光强; $m$ 为反映LED光强分布的参数。

假设LED阵列平面中有n个LED照明目标面,则P点的照度为<sup>[8]</sup>

$$E_t(x_i, y_j, z_k) = \sum_{t=1}^n \frac{z_k^{m+1} I_0}{[(x_i - X_t)^2 + (y_j - Y_t)^2 + z_k^2]^{(m+3)/2}}. \quad (5)$$

为了评价目标面上照度分布的均匀性,构建了一个照度均匀性评价函数<sup>[1,8]</sup>:

$$u(X_1, Y_1, X_2, Y_2, \dots, X_p, Y_p, \dots, X_n, Y_n) = \frac{E_{\text{ave}}}{E_{\text{max}}}, \quad (6)$$

式中: $E_{\text{ave}}$ 、 $E_{\text{max}}$ 分别为目标面上所有采样点的照度平均值与最大照度值。从(5)式和(6)式可以看出评价函数的自变量是各LED的位置坐标。评价函数值越大,目标面的照度分布越均匀。在各种优化算法中,通常以目标函数取得最小值作为优化方向,因此不能用评价函数(即(6)式)作为目标函数。这里将(7)式作为优化过程的目标函数,(7)式的表达式为

$$f(X_1, Y_1, X_2, Y_2, \dots, X_p, Y_p, \dots, X_n, Y_n) = 1 - u(X_1, Y_1, X_2, Y_2, \dots, X_p, Y_p, \dots, X_n, Y_n) = 1 - E_{\text{ave}}/E_{\text{max}}. \quad (7)$$

可以看出:目标函数值越小,目标面上的照度均匀性越高。

比较(6)式和(7)式可以发现,当目标函数达到最小值时,评价函数达到了最大值,因此需要的结果是目标函数取得最小值。模拟退火算法常被用来寻找目标函数的最小值,当目标函数达到最小值时,所有的LED都处在最佳位置。对于一般的目标曲面,除了照度均匀性以外,还会有其他的照度要求,如要求中心位置的照度最大,或要求沿某个方向的照度逐渐衰减,这些约束条件可以作为判断条件写入目标函数。本研究采用中心位置照度最大这一约束条件,利用模拟退火算法<sup>[9-10]</sup>寻找使目标曲面照度均匀性最高的LED阵列排列。

## 3 设计案例

### 3.1 用于照明圆柱形目标面的LED阵列设计

所设计的LED阵列用于照明一个圆柱形的目

标面,如图1所示。该LED阵列是一个 $2 \times 3$ 的阵列,结构如图2所示。设阵列中所有的LED的光强分布都是朗伯分布,从而(4)、(5)式中的 $m=1$ 。在这个阵列中需要优化的变量有两个: $d_1$ 和 $d_2$ 。每个LED的位置都可以用这两个变量来表示,根据(5)式和(7)式建立了优化的目标函数。很明显,目标函数的自变量就是这两个变量,使用模拟退火算法优化这两个变量,使目标函数达到最小值。对于目标曲面中心位置照度最大的约束条件,可从中心沿 $x$ 轴及 $y$ 轴正负方向分别计算照度值的差分,两个轴同时满足差分值大于等于零即可。利用表1中的初始条件参数计算得到了该阵列在 $x$ 方向和 $y$ 方向之间的最佳距离为 $d_1=31.74$  mm和 $d_2=28.27$  mm。LED阵列在目标面上产生的照度分布如图3所示,其照度均匀度为99.0%。

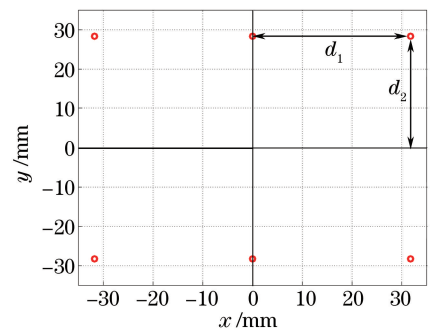


图2 圆柱形目标面的 $2 \times 3$  LED阵列结构示意图  
Fig. 2 Schematic of  $2 \times 3$  LED array configuration for cylindrical target surface

表1 LED阵列优化设计中使用的初始参数

Table 1 Some initial parameters for optimizing the LED array

$2\alpha$ / rad	$R$ / mm	$z_1$ / mm	$X$ / mm	$Y$ / mm
$\pi/3$	50	10	$[-35, 35]$	$[-35, 35]$

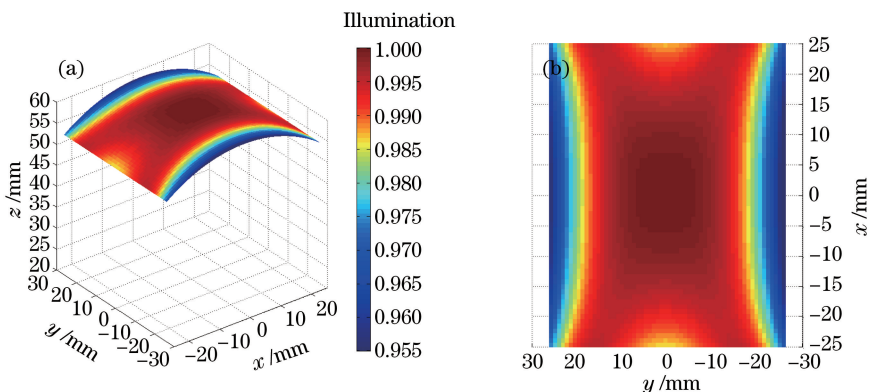


图3 优化后的 $2 \times 3$  LED阵列在圆柱形目标面上产生的照度分布。(a)三维分布;(b)二维分布

Fig. 3 Illumination distributions of optimized  $2 \times 3$  LED array on cylindrical target surface.

(a) 3D distribution; (b) 2D distribution

LED阵列也能排成其他的对称形式,如图4所示,则确定LED位置需要三个参数 $d_1$ 、 $d_2$ 和 $d_3$ ,这样目标函数的自变量就有3个( $d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_3$ )。经过优化计算,可得到 $d_1 = 5.53$  mm,  $d_2 = 34.85$  mm,  $d_3 = 34.51$  mm,该LED阵列在目标面上产生的照度分布如图5所示,其照度均匀度为98.1%。对比图2、图4两种阵列可知,图4由于在Y轴方向多了2个LED,所以目标面y轴的照度均匀性优于图2。由此可见,这种设计方法可通过调整目标函数的变量个数来处理各种排列形式,具有相当大的灵活性。

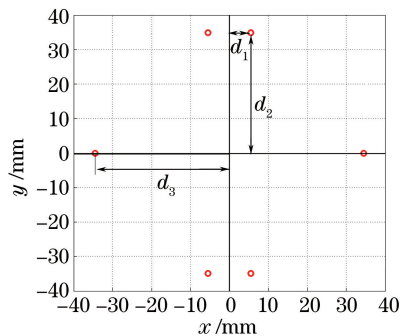


图4 圆柱形目标面的 $3 \times 2$  LED阵列结构示意图

Fig. 4 Schematic of  $3 \times 2$  LED array for cylindrical target surface

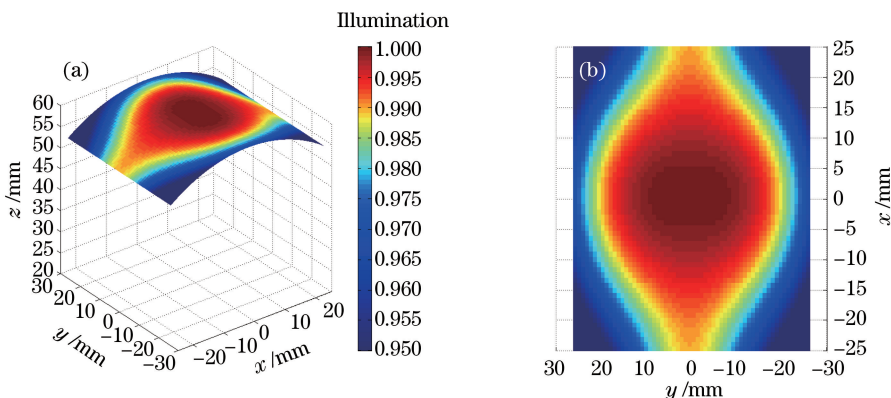


图5 优化后的 $3 \times 2$  LED阵列在圆柱形目标面上产生的照度分布。(a)三维分布;(b)二维分布

Fig. 5 Illumination distributions of optimized  $3 \times 2$  LED array on cylindrical target surface.

(a) 3D distribution; (b) 2D distribution

### 3.2 用于照明特殊柱形面的LED阵列设计

在一些特殊的应用中,目标面可能不是圆柱形,而是更为复杂的曲面柱。为了证实本算法强大的优化功能,针对两种特殊面形的目标面进行LED阵列的优化设计。如图6所示为两种特殊的目标面。图

6(a)为一条抛物线,将抛物线沿着y方向延伸形成的柱状面如图6(c)所示。该抛物线的方程为 $z = -7/625x^2 + 60$ 。图6(b)为一正弦曲线,沿y方向延伸形成的柱状面如图6(d)所示,该正弦曲线的方程为 $z = \sin(x/10) + 53$ 。

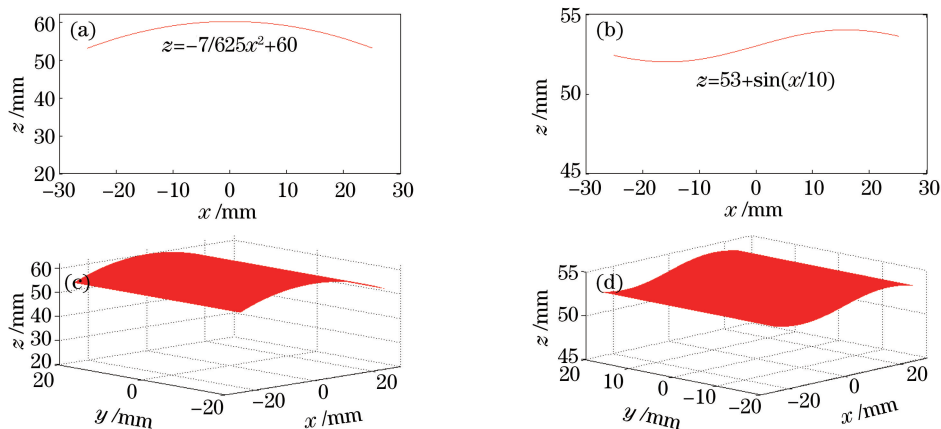


图6 抛物线形柱状面与正弦形柱状面示意图。(a)抛物线;(b)正弦曲线;(c)抛物线形柱状面;(d)正弦形柱状面

Fig. 6 Schematics of parabolic curved surface and sinusoidal curved surface. (a) Parabola; (b) sinusoid;

(c) paraboloid cylindrical surface; (d) sinusoidal cylindrical surface

针对抛物线形成的柱状目标面,设其大小为  $-25 \text{ mm} \leq x \leq 25 \text{ mm}$ ,  $-20 \text{ mm} \leq y \leq 20 \text{ mm}$ ,设计了一个  $2 \times 3$  阵列,如图 2 所示,其大小为  $-35 \text{ mm} \leq X \leq 35 \text{ mm}$ ,  $-35 \text{ mm} \leq Y \leq 35 \text{ mm}$ 。优化这个阵列的两个参数  $d_1$ 、 $d_2$ ,得到  $d_1 = 30.48 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 27.44 \text{ mm}$ ,其在抛物线形柱状目标面上产生的照度均匀度为 99.3%。

针对正弦曲线形成的正弦形柱状目标面,假设其大小为  $-25 \text{ mm} \leq x \leq 25 \text{ mm}$ ,  $-20 \text{ mm} \leq y \leq 20 \text{ mm}$ 。考虑到目标面在  $x$  轴方向不再具有对称性,设计了一个 LED 阵列,如图 7 所示,用 4 个参数表征 LED 的  $X$  轴位置,用 1 个参数表征 LED 的  $Y$  轴位置,分别用  $d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_3$ 、 $d_4$  和  $d_5$  表示。使用和上面两个例子类似的优化过程,最后得到这几个变量的最佳位置为  $d_1 = 12.36 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 22.80 \text{ mm}$ ,  $d_3 = 31.84 \text{ mm}$ ,  $d_4 = 34.21 \text{ mm}$ ,  $d_5 = 31.4 \text{ mm}$ 。根

据这些最佳变量就可以得到最优的 LED 阵列结构,优化后的 LED 阵列在目标面上产生了均匀的照度分布,如图 8 所示。经过计算可以得到该目标面上的照度均匀度为 97.0%。

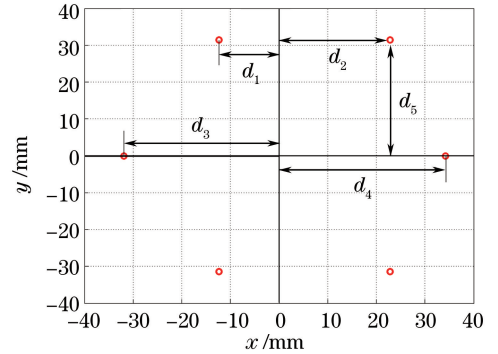


图 7 正弦形柱状目标面的  $3 \times 2$  LED 阵列结构示意图  
Fig. 7 Schematic of  $3 \times 2$  LED array for sinusoidal cylindrical target surface

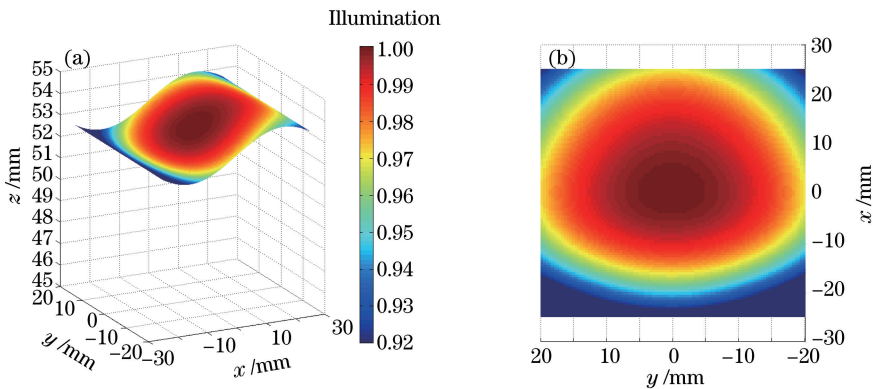


图 8 正弦曲线延伸形成的柱状面上产生的均匀照度分布。(a)三维分布;(b)二维分布  
Fig. 8 Uniform illumination distributions on columnar target surface extended by sinusoidal curve.  
(a) 3D distribution; (b) 2D distribution

#### 4 LED 阵列的装配公差对目标面照度均匀度的影响

LED 阵列在实际装配时,相应位置总会存在一定的公差。为了确定这个公差对目标面照度均匀性的影响,以第 3.1 节中的案例为例,在每个 LED 位置加上一个一定范围内的随机数,然后计算目标面的照度均匀度。统计 30 个计算样本,得到图 9 所示的结果。

常用 LED 贴片机的装配公差范围在  $0.1 \text{ mm}$  左右,因此以  $0.2 \text{ mm}$  的极限装配公差进行分析,经计算得到目标面照度均匀度在 98.7% 以上,平均值为 98.9%,与没有装配公差时的照度均匀度 99.0%

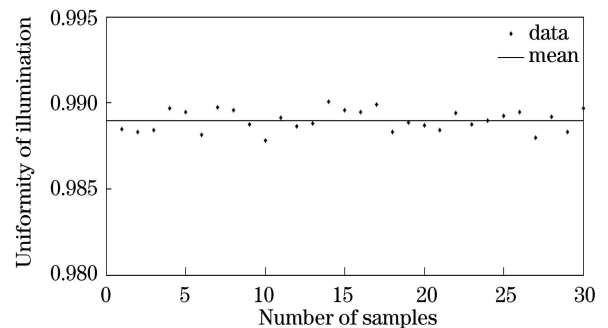


图 9 LED 阵列装配公差对照度均匀性的影响  
Fig. 9 Influence of assembly tolerance of LED array on illumination uniformity

相比,基本没差别,说明本设计方法具有很高的实用性。

## 5 结 论

提出了实现曲面目标面照度均匀化的 LED 阵列优化设计方法。通过计算复杂曲面目标面的照度分布函数,构建了目标面的均匀度评价函数及相关的目标优化函数,使用模拟退火算法优化目标函数取得最小值。当目标函数获得最小值且满足约束条件时,LED 阵列的结构是最优的,这些优化后的 LED 阵列在目标面上可产生均匀的照度分布。为了验证算法的可行性,设计了 3 个案例,针对圆柱形目标面、抛物线形柱状面以及正弦形柱状面,优化设计了 3 个 LED 阵列,这 3 个 LED 阵列在目标面上产生了均匀的照度分布,对应的照度均匀度分别为 99.0%、99.3%和 97.0%。另外,对相应的装配公差进行了计算,得出一定范围内的装配公差对照度均匀度影响不大的结论。本研究的方法对设计 LED 阵列照明曲面目标面具有一定的参考意义。

### 参 考 文 献

- [1] Wan Y J, Liu J, Lin H B, *et al.* Fresnel lens of freeform surface for realizing uniform light distribution on general LED light source[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(6): 062201.  
万运佳, 刘杰, 林浩博, 等. 一般 LED 光源均匀配光的自由曲面菲涅耳透镜[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(6): 062201.
- [2] Hao F, Shi J F, Zhu S Q, *et al.* Optimal positioning of forward installed square LED arrays for machine vision system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(12): 1215001.  
郝飞, 史金飞, 朱松青, 等. 机器视觉系统前置矩形 LED 阵列的优化布置[J]. *光学学报*, 2014, 34(12): 1215001.
- [3] Hua H, Mao X L, Tan J H, *et al.* Dynamic illumination design method based on LED array[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(10): 102202.  
花卉, 毛详龙, 谭家海, 等. 基于 LED 阵列的动态照明设计方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(10): 102202.
- [4] Moreno I, Avendaño-Alejo M, Tzonchev R I. Designing light-emitting diode arrays for uniform near-field irradiance [J]. *Applied Optics*, 2006, 45(10): 2265-2272.
- [5] Moreno I, Muñoz J, Ivanov R. Uniform illumination of distant targets using a spherical light-emitting diode array[J]. *Optical Engineering*, 2007, 46(3): 033001.
- [6] Whang A J W, Chen Y Y, Teng Y T. Designing uniform illuminance systems by surface-tailored lens and configurations of LED arrays [J]. *Journal of Display Technology*, 2009, 5(3): 94-103.
- [7] Qin Z, Wang K, Chen F, *et al.* Analysis of condition for uniform lighting generated by array of light emitting diodes with large view angle [J]. *Optics Express*, 2010, 18(16): 17460-17476.
- [8] Su Z P, Xue D L, Ji Z C. Designing LED array for uniform illumination distribution by simulated annealing algorithm [J]. *Optics Express*, 2012, 20(23): A843-A855.
- [9] Li W X, Chu Y D. Engineering optimization design and MATLAB implementation [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2011: 204-205.  
李万祥, 褚衍东. 工程优化设计与 MATLAB 实现 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2011: 204-205.
- [10] Zhuo J W. The application of MATLAB in athenatical modeling [M]. Beijing: Beihang University Press, 2011: 83-85.  
卓金武. MATLAB 在数学建模中的应用 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2011: 83-85.