

# 数码相机畸变模型的相互转换方法

任超锋<sup>1,2</sup>, 张楠<sup>3</sup>

<sup>1</sup>长安大学地质工程与测绘学院, 陕西 西安 710054;

<sup>2</sup>西部矿产资源与地质工程教育部重点实验室, 陕西 西安 710054;

<sup>3</sup>陕西省计量科学研究院, 陕西 西安 710054

**摘要** 数码相机的非线性光学畸变补偿,主要有用于摄影测量领域的像方畸变模型和用于计算机视觉领域的物方畸变模型两种方式。针对两种畸变模型难以通用的问题,提出了一种像方和物方的畸变模型相互转换方法。利用已知畸变模型系数及内方位元素生成原始像点与理论像点的对应关系,构成虚拟观测值。再利用虚拟观测值对内方位元素及待转换畸变模型系数进行整体最小二乘平差解算。最后,利用三维控制场检校结果对转换结果进行精度评价。实验结果表明,当相机检校总体中误差小于 0.3 pixel 时,两种畸变模型转换前后像点畸变量差值小于 0.5 pixel,可以满足对子像素转换精度的要求。

**关键词** 图像处理; 畸变模型; 相机检校; 三维控制场; 无人机; 最小二乘法

**中图分类号** P237      **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP55.071901

## Conversion Method of Digital Camera Distortion Model

Ren Chaofeng<sup>1,2</sup>, Zhang Nan<sup>3</sup>

<sup>1</sup> School of Geology Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710054, China;

<sup>2</sup> Key Laboratory of Western Mineral Resources and Geological Engineering, Ministry of Education, Xi'an, Shaanxi 710054, China;

<sup>3</sup> Shaanxi Institute of Metrology Science, Xi'an, Shaanxi 710054, China

**Abstract** There are two kinds of nonlinear optical distortion compensation methods for digital cameras. One is the image distortion model used in the photogrammetry, and the other is the object distortion model used in the computer vision. Aiming at the problem that the two kinds of distortion models are difficult to achieve generality, we propose a method for transformation of image distortion and objects distortion. First, the transfer relationship between the original image point and the theoretical image point, generated from the known distortion model coefficients and the intrinsic parameters, is used as the virtual measurements. Then, the intrinsic parameters and distortion model coefficients are computed according to the virtual measurements by the least square method. Finally, the three-dimensional (3D) control field calibration result is used to evaluate the precision of the conversion results. The experimental results show that when the camera calibration root mean square error is less than 0.3 pixel, the mutual conversion error of the two types of distortion models is less than 0.5 pixel, which can meet the conversion precision of the sub-pixel.

**Key words** image processing; distortion model; camera calibration; three-dimensional control field; unmanned aerial vehicle; least square method

**OCIS codes** 190.4410; 220.2740; 230.4320; 280.4788

**收稿日期:** 2017-11-28; **收到修改稿日期:** 2017-12-28

**基金项目:** 中央高校基本科研业务费专项基金(310826161011,310826173101)、航空遥感技术国家测绘地理信息局重点实验室开放基金(2015B10)

**作者简介:** 任超锋(1984—),男,博士,讲师,主要从事低空摄影测量三维自动重建、组合相机数据预处理方面的研究。

E-mail: ren\_cf@163.com

# 1 引言

相机检校(标定)是摄影测量及计算机视觉中一个至关重要的问题,相机检校是否精确,会直接影响到后续测图及三维(3D)重建精度<sup>[1]</sup>。通常在作业前需对相机进行检校,检校采用专业检校场(鉴定场)进行,检校的主要内容有相机内方位元素和光学畸变系数。然而,实际作业过程中,用户掌握的相机参数及光学畸变系数与当前的处理软件不匹配现象时常发生,导致无法进行后续处理,甚至会由于输入错误的畸变系数而产生错误的处理结果。因此,研究一种不同畸变模型之间的相互转换方法,具有迫切的工程应用需求。

为了补偿相机光学系统的非线性畸变,通常在中心投影的成像方程中引入畸变模型,再基于控制点或其他方法求解修正系数,从而对图像进行校正<sup>[2]</sup>。1971年,Brown<sup>[3]</sup>首先提出了著名的包含径向和切向畸变的Brown模型,其中两种畸变均为非线性畸变。在此基础上,Melen<sup>[4]</sup>提出一种附加参数,用于补偿由影像纵横轴不垂直引起的线性畸变,然而大部分情况下,该类型畸变非常微小,可忽略不计<sup>[5]</sup>。Fraser<sup>[6]</sup>提出了另一种畸变类型:薄棱镜畸变,该类畸变主要由相机镜头设计及制造不良引起,可通过在径向畸变和切向畸变模型之后添加一个线性因子进行补偿<sup>[7]</sup>。高瞻宇<sup>[8]</sup>等在上述模型基础上,提出顾及高阶项和交

叉项的切向畸变,适用于更加复杂的光学畸变。上述畸变类型中,径向畸变的影响远大于其他畸变<sup>[9-12]</sup>,因此径向畸变模型和切向畸变模型是相机检校中常采用的畸变模型<sup>[13-15]</sup>。实际应用中,不同成像方式采用的畸变模型大同小异,区别仅在于使用畸变模型的成像环节不同。总体上可将其分为两类:像方畸变和物方畸变。像方畸变是将畸变模型添加在像平面坐标系统之上,以Inpho等传统摄影测量软件为代表。物方畸变则是将畸变模型添加在相机坐标系之上,以Matlab、OpenCV等计算机视觉软件为代表。对于用户而言,在研究或者生产过程中经常需要对两类畸变模型进行相互转换,然而,目前还没有与之对应的转换方法。

本文在深入研究两类畸变模型的基础上,以两种具有代表性的畸变模型为例,推导其数学模型,并通过构建虚拟像点观测值,提出一种物方和像方畸变模型的相互转换方法,最后利用实验数据验证了算法的精确性和稳定性。

## 2 畸变模型

### 2.1 成像模型

利用影像进行高精度三维重建的基础是建立严格的影像成像模型,其中使用最广泛的是小孔成像模型,它描述了地面物点、像点、投影中心三者共线的几何属性,其数学形式为<sup>[16]</sup>

$$\begin{cases} x_u - x_0 = -f \times x_c = -f \frac{\bar{X}}{Z} = -f \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \\ y_u - y_0 = -f \times y_c = -f \frac{\bar{Y}}{Z} = -f \frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \end{cases}, \quad (1)$$

式中:  $(x_u, y_u)$  为理想情况下的像平面坐标;  $(x_c, y_c)$  为地物点对应的相机坐标系下的坐标;  $(f, x_0, y_0)$  为相机的内方位元素;  $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$  分别为对应地物点相对于投影中心的偏差;  $(X_s, Y_s, Z_s)$  为投影中心的物方空间坐标;  $(X, Y, Z)$  为对应地物点的物方空间坐标;  $(a_i, b_i, c_i)$  ( $i=1, 2, 3$ ) 为影像3个外方位元素所组成的旋转矩阵的相应元素。

(1)式描述了理想情况下的小孔成像模型,实际上由于相机装配及制造误差,相机光学系统或多或少都存在一定程度的非线性畸变,且每台相机不尽相同。为了高精度还原相机成像时刻每一个像点的投影光线,需对相机的非线性畸变进行检校并补偿,通常是在(1)式中引入畸变模型,用以补偿相机光学

系统的非线性畸变。

### 2.2 像方畸变模型

基于像方的畸变模型是将畸变数学模型作为附加参数,添加至像平面坐标系中。以Fraser<sup>[6]</sup>模型为代表,保留其径向畸变系数 $(k_1, k_2, k_3)$ 及切向畸变系数 $(p_1, p_2)$ ,具体形式为

$$\begin{cases} \Delta x = \bar{x}(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + p_1(r^2 + 2\bar{x}^2) + 2p_2 \bar{x} \bar{y} \\ \Delta y = \bar{y}(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + p_2(r^2 + 2\bar{y}^2) + 2p_1 \bar{x} \bar{y} \end{cases}, \quad (2)$$

式中: $\Delta x, \Delta y$  分别为原始像点 $(x_d, y_d)$ 处 $x, y$ 方向的畸变量; $\bar{x} = x_d - x_0, \bar{y} = y_d - y_0, (x_d, y_d)$  为原始像点坐标; $r$  为实际构像点的辐射距,  $r =$

$$\sqrt{(x_d - x_0)^2 + (y_d - y_0)^2}.$$

将(2)式作为附加参数添加至(1)式,可得到原始像 $(x_d, y_d)$ 与理论像点 $(x_u, y_u)$ 之间的相互关系为

$$\begin{cases} x_u = x_d + \bar{x}(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + \\ p_1(r^2 + 2\bar{x}^2) + 2p_2 \bar{x} \bar{y} \\ y_u = y_d + \bar{y}(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + \\ p_2(r^2 + 2\bar{y}^2) + 2p_1 \bar{x} \bar{y} \end{cases} \quad (3)$$

(3)式建立了原始像点、理论像点及像方畸变模型的数学关系。

### 2.3 物方畸变模型

将(1)式表示为矩阵形式,可得

$$\begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & x_0 \\ 0 & f & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & x_0 \\ 0 & f & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

(4)式即为计算机视觉领域常用的小孔成像模型。由于计算机视觉中像空间坐标系与摄影测量中

像空间坐标系的 $Z$ 轴方向相反,(1)式与(4)式中的主距 $f$ 符号相反,但两者表达的几何关系没有区别。若考虑相机畸变,则其成像模型可表示为

$$\begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & x_0 \\ 0 & f & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{dc} \\ y_{dc} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

式中: $(x_{dc}, y_{dc})$ 为相机坐标系下包含畸变的像点坐标。

基于物方的畸变模型是将畸变数学模型添加在相机坐标系中,其形式与Fraser<sup>[6]</sup>模型相似。保留径向畸变系数 $(l_1, l_2, l_3)$ 和切向畸变系数 $(t_1, t_2)$ ,其具体形式可表示为

$$\begin{cases} x_{dc} = x_c(1 + l_1 r'^2 + l_2 r'^2 + l_3 r'^2) + \\ t_2(r'^2 + 2x_c^2) + 2t_1 x_c y_c \\ y_{dc} = y_c(1 + l_1 r'^2 + l_2 r'^2 + l_3 r'^2) + \\ t_1(r'^2 + 2y_c^2) + 2t_2 x_c y_c \end{cases}, \quad (6)$$

式中: $r' = \sqrt{(x_c - x_0)^2 + (y_c - y_0)^2}$ 。

将(4)式和(5)式代入(6)式,可得

$$\begin{cases} x_d = x_0 + (x_u - x_0) \left( 1 + l_1 \frac{\bar{r}^2}{f^2} + l_2 \frac{\bar{r}^4}{f^4} + l_3 \frac{\bar{r}^6}{f^6} \right) + \frac{t_2}{f} [\bar{r}^2 + 2(x_u - x_0)^2] + 2 \frac{t_1}{f} (x_u - x_0)(y_u - y_0) \\ y_d = y_0 + (y_u - y_0) \left( 1 + l_1 \frac{\bar{r}^2}{f^2} + l_2 \frac{\bar{r}^4}{f^4} + l_3 \frac{\bar{r}^6}{f^6} \right) + \frac{t_1}{f} [\bar{r}^2 + 2(y_u - y_0)^2] + 2 \frac{t_2}{f} (x_u - x_0)(y_u - y_0) \end{cases}, \quad (7)$$

式中: $\bar{r} = \sqrt{(x_u - x_0)^2 + (y_u - y_0)^2}$ 。

(7)式建立了原始像点、理论像点及物方畸变模型的数学关系。

## 3 畸变模型转换方法

### 3.1 虚拟观测值

(3)式与(7)式分别建立了像方、物方原始像点与理论像点之间的数学关系,两者从形式上都属于Brown模型,但所代表物理意义却不相同。物方畸变模型是将非线性畸变添加在相机坐标系下,其单位与物方单位一致(一般为米)。像方畸变模型是将非线性畸变添加在像平面坐标系下,直接作用于原始影像,其单位与像平面坐标系单位一致(一般为像素)。此外,基于像方的畸变模型转换与相机主距无关,而物方畸变模型与相机主距相关。由于(3)式与(7)式之间为非线性关系,因此无法推导两者的直接转换关系。

分析(3)式和(7)式可知,确定了相机内方位元素与畸变系数,即确定了当前相机理论像点与原始像点之间的转换关系,即理论像点与原始像点之间是一一对应关系。因此,可以将理论像点与实际像点作为虚拟观测值,平差解算将要转换的目标畸变模型参数。具体算法流程如下:

- 1) 获取相机内方位元素与畸变系数;
- 2) 在有效像幅内,按照规则格网生成一定数量的虚拟观测值;
- 3) 按照(3)式或(7)式平差解算拟转换畸变模型的畸变系数;
- 4) 保存并输出平差转换结果。

### 3.2 像方至物方的转换方法

已知像方的畸变参数,转换对应的物方畸变参数。首先按照2.1节所述方法,按照(3)式生成一定数量的理论像点与原始像点观测值。之后,以(7)式作为物方畸变数学模型,可得

$$\left\{ \begin{aligned} F_x(f, x_0, y_0, l_1, l_2, l_3, t_1, t_2) = & x_d + x_0 - (x_u - x_0) \left( 1 + l_1 \frac{\bar{r}^2}{f^2} + l_2 \frac{\bar{r}^4}{f^4} + l_3 \frac{\bar{r}^6}{f^6} \right) + \\ & \frac{t_2}{f} [\bar{r}^2 + 2(x_u - x_0)^2] + 2 \frac{t_1}{f} (x_u - x_0)(y_u - y_0) \\ F_y(f, x_0, y_0, l_1, l_2, l_3, t_1, t_2) = & y_d + y_0 - (y_u - y_0) \left( 1 + l_1 \frac{\bar{r}^2}{f^2} + l_2 \frac{\bar{r}^4}{f^4} + l_3 \frac{\bar{r}^6}{f^6} \right) + \\ & \frac{t_1}{f} [\bar{r}^2 + 2(y_u - y_0)^2] + 2 \frac{t_2}{f} (x_u - x_0)(y_u - y_0) \end{aligned} \right. \quad (8)$$

由于(8)式为非线性形式,需对其进行线性化。按照泰勒公式展开,并保留至小值一次项,可得像方畸变模型至物方畸变模型转换的误差方程为

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_x}{\partial f} & \frac{\partial F_x}{\partial x_0} & \frac{\partial F_x}{\partial y_0} \\ \frac{\partial F_y}{\partial f} & \frac{\partial F_y}{\partial x_0} & \frac{\partial F_y}{\partial y_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} df \\ dx_0 \\ dy_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial F_x}{\partial l_1} & \frac{\partial F_x}{\partial l_2} & \frac{\partial F_x}{\partial l_3} & \frac{\partial F_x}{\partial t_1} & \frac{\partial F_x}{\partial t_2} \\ \frac{\partial F_y}{\partial l_1} & \frac{\partial F_y}{\partial l_2} & \frac{\partial F_y}{\partial l_3} & \frac{\partial F_y}{\partial t_1} & \frac{\partial F_y}{\partial t_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dl_1 \\ dl_2 \\ dl_3 \\ dt_1 \\ dt_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -F_x^0 \\ -F_y^0 \end{bmatrix} = 0. \quad (9)$$

(9)式用矩阵形式可表示为

$$\mathbf{B}_1 \mathbf{X}_1 + \mathbf{B}_2 \mathbf{X}_2 - \mathbf{l} = 0, \quad (10)$$

式中: $\mathbf{X}_1$ 为内方位元素的增量向量; $\mathbf{B}_1$ 为其对应的系数矩阵; $\mathbf{X}_2$ 为物方畸变模型系数的增量向量; $\mathbf{B}_2$ 为其对应的系数矩阵; $\mathbf{l}$ 为常数项矩阵。

按照最小二乘平差原理可知

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1^T \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_1^T \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{B}_2^T \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2^T \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1^T \mathbf{l} \\ \mathbf{B}_2^T \mathbf{l} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

将像方获取的  $n$  个虚拟观测值代入(11)式,按照最小二乘平差迭代求解,迭代开始时,内方位初始值设置为像方内方位元素,畸变系数初始值均设为 0。当未知数改正量小于某一极小值时(这里像方转物方的阈值设置为  $0.1 \mu\text{m}$ ,约为  $0.02 \text{ pixel}$ ),迭代结束。未知数取迭代改正数之和。

### 3.3 物方至像方的转换方法

已知物方畸变参数,转换对应的像方畸变模型参数,方法与 3.2 节类似,以(3)式作为像方畸变数学模型。令

$$\left\{ \begin{aligned} G_x(x_0, y_0, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2, \alpha, \beta) = & x_d - \\ & x_u - \bar{x} (k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) - \\ & p_1 (r^2 + 2\bar{x}^2) - 2p_2 \bar{x} \bar{y} - \alpha \bar{x} - \beta \bar{y} \\ G_y(x_0, y_0, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2, \alpha, \beta) = & y_d - \\ & y_u - \bar{y} (k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) - \\ & p_2 (r^2 + 2\bar{y}^2) - 2p_1 \bar{x} \bar{y} \end{aligned} \right. \quad (12)$$

同理,可类比(9)式对(12)式进行线性化,之后将物方获取的  $n$  个虚拟观测值代入公式,按照最小二乘平差迭代求解(这里物方转像方的阈值设置为  $0.01 \text{ pixel}$ ),即可获取像方的畸变系数。

## 4 实验与结果分析

### 4.1 实验数据

选择低空无人机摄影测量常用的 3 款相机:佳能 5D MarkII、索尼 ILCE 5100、索尼 DSC-RX1RM2 作为研究对象,分别以相机①、相机②、相机③代替。3 款实验相机的指标参数如表 1 所示。

表 1 实验相机的指标参数

Table 1 Parameters of test camera

Camera	Size / pixel×pixel	Pixel size / $\mu\text{m}$	Focal length /mm
Cam①	5616×3744	6.4	24
Cam②	6000×4000	3.9	20
Cam③	7952×5304	4.5	35

首先对表 1 所列 3 款相机按照实验场法进行检校,获取像方和物方的检校参数,检校方法采用多片后方交会进行整体平差解算,具体公式及流程参考文献[17]。所使用的室外三维控制场均匀布设了 747 个控制点,且控制点分布于不同平面内,避免检校过程中内方位元素与外方位元素存在的相关性。控制点测量理论误差为  $1 \text{ mm} \pm 10^{-6} \text{ m}$ ,分布如图 1 所示。



图1 三维控制场及控制点分布

Fig. 1 3D control field and control point distribution

分别获取3款相机的检校影像之后,量测控制点对应的像点坐标,对3款相机进行平差检校,获取其物方和像方畸变系数,得到3款相机的检校结果及方均根误差(RMSE,  $R_{MSE}$ )如表2所示。

表2 3款相机的检校结果及均方根误差

Table 2 Calibration results and root-mean-square error of test cameras

Model	Parameter	Cam①	Cam②	Cam③
Image distortion model	$f$	5546.618	5249.147	7483.596
	$x_0$	2780.938	2921.972	3958.634
	$y_0$	1862.785	1949.625	2704.883
	$k_1$	$2.859987 \times 10^{-9}$	$6.012081 \times 10^{-9}$	$1.434100 \times 10^{-10}$
	$k_2$	$-1.048447 \times 10^{-16}$	$-9.372935 \times 10^{-17}$	$1.516296 \times 10^{-16}$
	$k_3$	$-1.275629 \times 10^{-24}$	$-6.986634 \times 10^{-24}$	$-4.312730 \times 10^{-24}$
	$p_1$	$1.229415 \times 10^{-7}$	$1.946764 \times 10^{-7}$	$-1.982032 \times 10^{-8}$
	$p_2$	$-1.150595 \times 10^{-8}$	$2.874529 \times 10^{-7}$	$6.589224 \times 10^{-8}$
	$R_{MSE}/\text{pixel}$	0.162	0.299	1.027
Object distortion model	$f$	5546.340	5248.897	7486.177
	$x_0$	2780.836	2921.870	3959.224
	$y_0$	1862.786	1949.442	2705.477
	$l_1$	$-8.695999 \times 10^{-2}$	$-1.638446 \times 10^{-1}$	$-1.985395 \times 10^{-2}$
	$l_2$	$1.117678 \times 10^{-1}$	$1.415960 \times 10^{-1}$	$-3.732801 \times 10^{-1}$
	$l_3$	$1.737243 \times 10^{-3}$	$1.337443 \times 10^{-2}$	$5.997279 \times 10^{-1}$
	$t_1$	$-6.177340 \times 10^{-5}$	$1.288535 \times 10^{-3}$	$4.445400 \times 10^{-4}$
	$t_2$	$6.415810 \times 10^{-4}$	$8.592075 \times 10^{-4}$	$-1.394464 \times 10^{-4}$
	$R_{MSE}/\text{pixel}$	0.161	0.298	0.936

在平差解算相机物方和像方畸变系数及内方位元素时,每一款相机对应相同的像点坐标及其控制点坐标,排除平差解算数据的不同造成的差异。然而从表2可知,同一款相机在物方和像方的检校结果精度相近,但其内方位元素稍有差别。其原因在于,内方位元素与畸变系数均作为未知数进行平差解算,两者作为一个整体达到整体最优。因此,将某一项内方位元素或者畸变系数单独进行对比分析是无意义的。此外,相机③的检校精度明显低于另外两款相机,主要原因在于相机③为全画幅相机,其有效像幅最大,畸变更加复杂,需要更高次项的畸变系数来补偿其畸变量。这里以相机畸变模型的相互转换为主要研究内容,因此不对相机与畸变模型的适

应性展开讨论。

## 4.2 实验结果分析

首先验证直接转换的精度。将表2所示检校结果分别代入(3)式和(7)式,并按照固定间隔大小生成一定数量的理论像点坐标与实际像点坐标(采用间隔100 pixel),将其作为虚拟观测值代入(9)式进行平差解算,计算目标畸变模型的模型系数。之后,将转换所得的畸变模型系数分别代入(3)式和(7)式,计算虚拟观测值所对应的新的畸变量,将其与原始虚拟观测值畸变量进行对比,统计两者之间的差值。畸变模型系数转换后虚拟观测值畸变量的差值如表3所示。

表3 畸变模型系数转换后虚拟观测值畸变量的差值

Table 3 Distortion difference before and after distortion model transformation

Transformation	Distortion difference	Cam①		Cam②		Cam③	
		x direction	y direction	x direction	y direction	x direction	y direction
Object to image	Max	0.11918	0.07187	0.49150	0.39164	1.60927	0.62419
	Min	-0.04547	-0.07078	-0.21582	-0.11891	-1.59070	-1.11782
	Average	0.00230	-0.00012	0.01093	0.01170	-0.00312	0.01200
	$R_{MSE}$	0.01210		0.05299		0.17406	
Image to object	Max	0.04922	0.07060	0.24865	0.10499	1.62366	1.13292
	Min	-0.11917	-0.07218	-0.48808	-0.37713	-1.63384	-0.65743
	Average	-0.00209	0.00010	-0.00818	-0.00843	0.00420	-0.01601
	$R_{MSE}$	0.01217		0.04751		0.18642	

结合表2与表3可知,畸变模型的转换精度与相机检校精度相关。相机检校精度越高,其畸变模型转换越准确。这是由于相机检校结果精度低导致生成的虚拟观测值不够准确,无法准确反映当前相机的畸变规律,进而影响了畸变模型的转换精度。当相机检校中误差小于0.3 pixel时,其畸变模型转换后像点畸变量差值小于0.5 pixel。另外,同一相机中,物方和像方的畸变模型转换精度相近。两种

畸变模型本质上都是Brown模型的应用,可以精确模拟相机光线传播路径,没有明显的优劣之分。

其次,验证虚拟观测值格网间隔大小对畸变模型转换精度的影响。分别按照间隔25,50,100,200,400,800 pixel生成虚拟观测值,之后分别按照(11)式进行平差解算,统计转换前后虚拟观测值畸变量的中误差。不同格网大小的畸变模型转换精度如表4所示。

表4 不同格网大小的畸变模型转换方均根误差

Table 4 Conversion RMSE of distortion models with different mesh sizes

Grid interval / pixel	Image to object			Object to image		
	Cam①	Cam②	Cam③	Cam①	Cam②	Cam③
25	0.011065	0.045519	0.180192	0.011014	0.050951	0.16746
50	0.011327	0.046116	0.184336	0.011271	0.051587	0.171909
100	0.012171	0.047512	0.186424	0.012104	0.052988	0.174056
200	0.014285	0.050802	0.188091	0.012997	0.056103	0.176442
400	0.015121	0.057044	0.197795	0.015001	0.061985	0.189201
800	0.017719	0.06666	0.215399	0.015049	0.070913	0.21159

由表4可见,畸变模型转换精度随虚拟观测值格网间隔增大而缓慢降低。固定间隔小于100 pixel时,其转换中误差趋于稳定,因此在综合考虑时间效率及转换精度的基础上,虚拟观测值固定间隔以不超过100 pixel为宜。

最后,验证不同平差方式对转换结果的影响。相机内方位元素的物理意义明确,因此,无论物方或者像方畸变模型,其内方位元素应该相同。然而,表2的检校结果表明,同一相机不同畸变模型的检校结果中,内方位元素也略有差异。因此,在畸变模型转换时,内方位元素可以采用3种不同的平差方法。解算方法1是将目标畸变模型的主距、像主点均作为未知数,与其他畸变系数一起参与平差解算,如表2的转换结果。解算方法2是将目标畸变模型的主距作为未知数,与其畸变系数统一参与平差。解算方法3是将原始畸变模型的内方位元素作为已

知量,直接赋予目标畸变模型,仅平差解算畸变系数。结合上文分析结果,当采用格网间隔为100 pixel时,3种不同平差方式的畸变模型转换结果及相应的精度统计如表5所示(仅列出内方位元素的转换结果)。

由(12)式可知,基于像方的畸变平差模型与相机主距无关,因此物方转像方时,相机主距直接采用物方的检校结果,所以表5中物方转像方时,解算方法1与解算方法2的未知数相同,故没有列出方法1的平差结果。

分析表5中3种相机的检校精度可知,3种平差方法中,仅将畸变系数作为未知数进行平差解算(方法3)时,精度最低,而将内方位元素整体作为未知数平差(方法1)时,精度最高,但方法1所得相机主距与地面实地检校差距较大。3款相机的主距差异值分别达到了1.16%,0.95%,1.80%。造成这一

现象的主要原因在于畸变模型平差解算过程中,对虚拟观测值的过度拟合影响了内方位元素的转换精度。因此,在像方和物方畸变模型转换过程中,需加

入已知量对转换模型进行约束,即保持相机主距不变,使畸变模型转换更加符合实际,从而获得稳定、可靠的转换结果。

表5 不同平差方法的内方位元素结果及均方根误差

Table 5 Results of intrinsic parameters and RMSE of different adjustment methods

Cam	Parameter	Image to object			Object to image	
		Method 1	Method 2	Method 3	Method 2	Method 3
Cam①	$f$	5482.296	5546.618	5546.618	5546.34	5546.34
	$x_0$	2778.876	2778.876	2780.938	2782.873	2780.836
	$y_0$	1863.05	1863.05	1862.785	1862.512	1862.786
	$R_{MSE}/\text{pixel}$	0.012171	0.013271	0.016454	0.012104	0.050251
Cam②	$f$	5199.144	5249.147	5249.147	5248.897	5248.897
	$x_0$	2916.543	2916.543	2921.972	2927.287	2921.87
	$y_0$	1940.738	1940.738	1949.625	1958.672	1949.442
	$R_{MSE}/\text{pixel}$	0.047512	0.055512	0.106891	0.052988	0.129598
Cam③	$f$	7395.438	7483.728	7483.728	7486.297	7486.297
	$x_0$	3957.292	3957.291	3958.506	3960.89	3959.112
	$y_0$	2706.803	2706.807	2704.846	2701.297	2705.443
	$R_{MSE}/\text{pixel}$	0.186424	0.196424	0.216635	0.174056	0.235617

## 5 结 论

针对数码相机物方和像方畸变模型难以相互转换的问题,提出了一种基于虚拟畸变量观测值的畸变模型相互转换方法。步骤如下:1) 按照已知畸变系数按照规则格网方式生成一定数量的虚拟畸变量;2) 按照最小二乘平差方法,对待转换畸变模型系数进行迭代求解;3) 以实际的三维控制场检校结果进行对比实验。实验结果表明:当相机几何检校总体中误差小于0.3 pixel时,物方和像方畸变模型转换前后像点畸变量差值小于0.5 pixel,满足对子像元的转换精度的要求。根据相机畸变系数生成虚拟观测值格网时,格网间隔大小对畸变模型的转换结果影响微弱。当格格网间隔不超过100 pixel时,其转换结果无明显变化。不同畸变模型转换时,需保持转换前后相机主距不变这一约束条件,将相机主距作为已知量代入平差模型中,提高转换结果的可靠性。

## 参 考 文 献

- [1] Zhao S, Li X J, Liu T, *et al.* Camera self-calibration method based on large scale aerial images coplanarity constraints [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2017, 46(1): 98-106.  
赵爽, 李学军, 刘涛, 等. 基于大比例尺航空影像共面约束条件的相机自检校方法[J]. *测绘学报*, 2017, 46(1): 98-106.

- [2] Yang B W, Guo X S. Overview of nonlinear distortion correction of camera lens [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2005, 10(3): 269-274.  
杨必武, 郭晓松. 摄像机镜头非线性畸变校正方法综述[J]. *中国图象图形学报*, 2005, 10(3): 269-274.
- [3] Brown D C. Close-range camera calibration [J]. *Photogrammetric Engineering*, 1971, 37(8): 855-866.
- [4] Melen T. Geometrical modelling and calibration of video cameras for underwater navigation [J]. *Psychotherapeut*, 1994, 60(5): 351-352.
- [5] Heikkila J, Silven O. A four-step camera calibration procedure with implicit image correction [C]. *IEEE Computer Society Conference*, 1997: 1106-1112.
- [6] Fraser C S. Digital camera self-calibration [J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 1997, 52(4): 149-159.
- [7] Hu H, Liang J, Tang Z Z, *et al.* Global calibration for multi-camera videogrammetric system with large-scale field-of-view [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2012, 20(2): 369-378.  
胡浩, 梁晋, 唐正宗, 等. 大视场多像机视频测量系统的全局标定[J]. *光学精密工程*, 2012, 20(2): 369-378.
- [8] Gao Z Y, Gu Y Y, Liu Y H, *et al.* Self-calibration based on simplified brown non-linear camera model and modified BFGS algorithm [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2017, 25(9): 2532-2540.  
高瞻宇, 顾营迎, 刘宇航, 等. 采用简化 Brown 模型

- 及改进 BFGS 法的相机自标定[J]. 光学精密工程, 2017, 25(9): 2532-2540.
- [9] Hanning T. A least squares solution for camera distortion parameters [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2013, 45(2): 138-147.
- [10] Gao S T, Wu D C, Miao E L. Distortion correcting method when testing large-departure asphere [J]. Chinese Optics, 2017, 10(3): 383-390.  
高松涛, 武东城, 苗二龙. 大偏离度非球面检测畸变校正方法[J]. 中国光学, 2017, 10(3): 383-390.
- [11] Xie Z X, Chi S K, Wang X M, *et al.* Calibration method for structure-light auto-scanning measurement system based on coplanarity [J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(3): 0308003.  
解则晓, 迟书凯, 王晓敏, 等. 基于共面法的结构光自扫描测量系统参数标定方法[J]. 中国激光, 2016, 43(3): 0308003.
- [12] Zou P P, Zhang Z L, Wang P, *et al.* Binocular camera calibration based on collinear vector and plane homography [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(11): 1115006.  
邹朋朋, 张滋黎, 王平, 等. 基于共线向量与平面单应性的双目相机标定方法[J]. 光学学报, 2017, 37(11): 1115006.
- [13] Gui D Z, Lin Z J, Liu Z Q, *et al.* Mosaic model of compact and wide-angle composite digital camera system for UAV [J]. Infrared and Laser Engineering, 2009, 38(5): 905-909.  
桂德竹, 林宗坚, 刘召芹, 等. UAV 载特轻小型组合广角数字相机拼接模型[J]. 红外与激光工程, 2009, 38(5): 905-909.
- [14] Liu W, Li X, Ma X, *et al.* Camera calibration method for close range large field of view camera based on compound target [J]. Infrared and Laser Engineering, 2016, 45(7): 0717005.  
刘巍, 李肖, 马鑫, 等. 采用复合式靶标的近景大视场相机标定方法[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(7): 0717005.
- [15] Zhao M, Zheng X C, Huang Q H, *et al.* Camera calibration with narrow field of view for deep space [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(9): 091502.  
赵敏, 郑兴纯, 黄秋红, 等. 深度空间小视角摄像机标定[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(9): 091502.
- [16] Xie Z X, Han Z H, Gao X. Key technologies of monocular vision measurement system with light pen [J]. Chinese Optics, 2013, 6(5): 780-787.  
解则晓, 韩振华, 高翔. 光笔式单目视觉测量系统的关键技术[J]. 中国光学, 2013, 6(5): 780-787.
- [17] Ren C F. Research on key technologies of DOM generation by aerial video [D]. Wuhan: Wuhan University, 2014.  
任超锋. 航空视频影像的正射影像制作关键技术研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2014.