

# 同心圆光栅莫尔条纹的光学分析

翟中生<sup>1</sup>, 程壮<sup>1</sup>, 张艳红<sup>1</sup>, 周向东<sup>1</sup>, 吕清花<sup>2</sup>, 王选择<sup>1</sup>

<sup>1</sup>湖北工业大学机械工程学院现代制造质量工程湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430068;

<sup>2</sup>湖北工业大学理学院, 湖北 武汉 430068

**摘要** 利用遮光阴影和频谱分析原理,对多种情况下的莫尔条纹表达式进行了分析和仿真验证,得到了两光栅圆心距和明条纹交点族序数对椭圆和双曲线莫尔条纹族形状的影响规律。研究表明,双曲线莫尔条纹族比椭圆莫尔条纹族更有利于识别与计量。基于同心圆光栅的透过率函数和计算全息,利用空间光调制器生成了同心圆光栅莫尔条纹,通过放大处理和选用合适的低通滤波器,得到了工程中应用比较广泛的双曲线莫尔条纹。

**关键词** 光栅;同心圆光栅;椭圆莫尔条纹;双曲线莫尔条纹;全息图;低通滤波器

中图分类号 O436.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.070501

## Optical Analysis of Moiré Fringes of Concentric-Circle Gratings

Zhai Zhongsheng<sup>1</sup>, Cheng Zhuang<sup>1</sup>, Zhang Yanhong<sup>1</sup>, Zhou Xiangdong<sup>1</sup>,  
Lü Qinghua<sup>2</sup>, Wang Xuanze<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Hubei Key Laboratory of Modern Manufacturing Quantity Engineering, School of Mechanical Engineering,  
Hubei University of Technology, Wuhan, Hubei 430068, China;

<sup>2</sup>School of Science, Hubei University of Technology, Wuhan, Hubei 430068, China

**Abstract** Moiré fringe expressions in many cases are analyzed and verified via simulation based on the shadow shading and spectrum analysis principles. The influence laws of the center distance of two gratings and the number of the intersection points for bright fringes on the patterns of the families of hyperbolic and elliptic moiré fringes are obtained. The research results show that the family of hyperbolic moiré fringes has more advantages on discrimination and measurement than that of elliptic moiré fringes. Based on the transmittance function of concentric-circle gratings and the computer-generated hologram, the moiré fringes of this concentric-circle grating can be generated by the use of spatial light modulator. With magnification and the suitable low-pass filter, the hyperbolic moiré fringes widely used in engineering are obtained.

**Key words** gratings; concentric-circle grating; moiré pattern for ellipses; moiré pattern for hyperbolas; hologram; low-pass filter

**OCIS codes** 050.2270; 050.1940; 100.2650

## 1 引言

莫尔条纹是18世纪法国人莫尔首先发现的一种光学现象。1874年,瑞利首次将莫尔条纹用于计量测试<sup>[1-3]</sup>。莫尔条纹现象是光栅传感器的理论基础<sup>[4]</sup>,莫尔条纹可以用包括直线光栅<sup>[5]</sup>、径向圆光栅<sup>[6]</sup>、切向圆光栅<sup>[7]</sup>以及同心圆光栅<sup>[8-12]</sup>等光栅产生,不同的光栅产生的莫尔条纹不一样。关于莫尔

条纹的形成机理主要有三种理论:1)遮光阴影原理,即由条纹构成的交点轨迹可表示为莫尔条纹的光强分布;2)衍射干涉原理,即由莫尔条纹构成的新的光强分布可按衍射波之间的干涉结果来描述;3)频谱分析原理,即莫尔条纹是由低于光栅频率的空间频率分量组成。其中,频谱分析原理是一种广义的解释,光栅线纹稀疏时用遮光阴影原理来解释比较合适,而光栅线纹密集时用衍射干涉原理来解

收稿日期:2018-01-12;收到修改稿日期:2018-01-29

基金项目:国家自然科学基金(51575164,51405143)、湖北省教育厅重点项目(D20161406)

作者简介:翟中生(1978—),男,博士,教授,主要从事激光加工、光电检测方面的研究。E-mail: zs.zhai@mail.hbut.edu.cn

释则更为恰当<sup>[13-14]</sup>。

本文针对同心圆光栅莫尔条纹,在遮光阴影原理中利用几何方法讨论了双曲线莫尔条纹族和椭圆莫尔条纹族的变化规律,说明了双曲线莫尔条纹族相比于椭圆莫尔条纹族具有识别性强和计量性好的优点。利用频谱分析原理对莫尔条纹的形成进行了分析,通过计算机仿真提取出双曲线莫尔条纹族和椭圆莫尔条纹族,验证了其变化规律的正确性。在此基础上,利用空间光调制器(SLM)加载全息图模拟了同心圆光栅,并设计光路生成了同心圆光栅莫尔条纹<sup>[15-16]</sup>。最后选用合适的低通滤波器并进行形态学处理得到了双曲线莫尔条纹族<sup>[17-20]</sup>。

## 2 理论分析

### 2.1 遮光阴影原理

当光栅的节距  $d$  远大于光源的波长  $\lambda$  时,衍射现象不明显,可以用遮光阴影原理来解释莫尔条纹的形成机理。两同心圆光栅相互叠加时产生图1(a)所示的莫尔条纹。

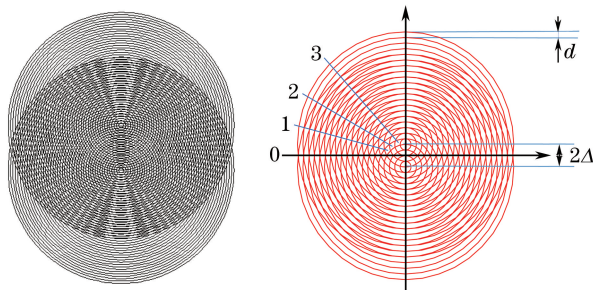


图1 两同心圆光栅的叠加示意图。

(a)莫尔条纹图形;(b)莫尔条纹形成原理图

Fig. 1 Superposition of two concentric-circle gratings.

(a) Moiré fringes; (b) formation of moiré fringes

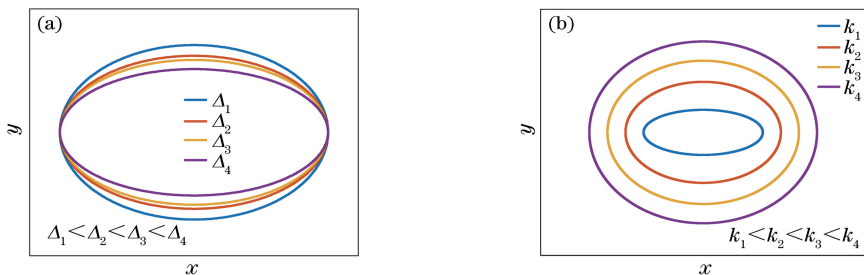


图2 椭圆莫尔条纹的变化规律。(a)  $k$  一定时椭圆随  $\Delta$  的变化规律;(b)  $\Delta$  一定时椭圆随  $k$  的变化规律

Fig. 2 Variation of elliptic moiré fringes. (a) Ellipse versus  $\Delta$  when  $k$  is constant; (b) ellipse versus  $k$  when  $\Delta$  is constant

由(5)式得,当  $k=0$  时,  $\tan \theta = \infty$ , 则  $\theta = 90^\circ$ ; 当  $k=n$  时,  $\tan \theta = 0$ , 则  $\theta = 0^\circ$ , 说明在第一象限内共有  $n$  条莫尔条纹,在第四象限内共有  $4n$  条莫尔

将两等节距同心圆光栅线纹由内向外分别编号,如图1(b)所示。可以看出,光栅线纹的交点即为明条纹的交点族。依据光栅编号的方法对明条纹的交点族编号,即  $k=0,1,2,\dots$ ,将文献[14]推导的莫尔条纹方程表达式经过变形可得

$$\frac{y^2}{(kd/2)^2 - \Delta^2} + \frac{x^2}{(kd/2)^2} = 1, \quad (1)$$

式中  $\Delta$  为两光栅圆心偏离坐标原点的距离,  $d$  为同心圆光栅节距,  $x, y$  为点坐标。

由(1)式可以看出,当  $(kd/2)^2 - \Delta^2 > 0$  时,莫尔条纹为椭圆族;当  $(kd/2)^2 - \Delta^2 < 0$  时,莫尔条纹为双曲线族。

当莫尔条纹为椭圆族时,离心率  $e$  满足

$$e^2 = 1 - \left[ \left( \frac{kd}{2} \right)^2 - \Delta^2 \right] / \left( \frac{kd}{2} \right)^2 = \left( \frac{2\Delta}{kd} \right)^2. \quad (2)$$

在  $(kd/2)^2 - \Delta^2 > 0$  的范围内,条纹形状随两光栅圆心距  $2\Delta$  和明条纹交点族序数  $k$  的变化如图2所示。从图2(a)可以得出,当明条纹交点族序数  $k$  一定时,两光栅圆心距  $2\Delta$  越大,椭圆离心率越大,椭圆的扁平程度越大;从图2(b)可以得出,当两光栅圆心距  $2\Delta$  一定时,明条纹交点族序数  $k$  越大,椭圆的离心率越小,椭圆越接近于圆。

当莫尔条纹为双曲线族时,离心率  $e$  满足

$$e^2 = 1 + \left[ \Delta^2 - \left( \frac{kd}{2} \right)^2 \right] / \left( \frac{kd}{2} \right)^2 = \left( \frac{2\Delta}{kd} \right)^2. \quad (3)$$

双曲线渐近线的斜率  $K$  满足

$$K^2 = e^2 - 1 = \tan^2 \theta, \quad (4)$$

式中  $\theta$  为直线族与  $x$  轴的夹角。令  $2\Delta = nd$ , 其中  $n$  为正整数。

由(4)式得

$$\tan \theta = \pm \sqrt{\left( \frac{n}{k} \right)^2 - 1}. \quad (5)$$

条纹。

当两同心圆光栅的圆心距  $2\Delta$  保持不变,栅距  $d$  变为原来的一半时,  $n$  变为原来的两倍,说明在第

一象限内共有  $2n$  条莫尔条纹,在第四象限内共有  $8n$  条莫尔条纹。

当圆心距变化量为  $n'd$  (其中  $n'$  为相应  $d$  的变化系数) 时,圆心距为  $2\Delta = (n+n')d$ , 且

$$\tan \theta = \pm \sqrt{\left(\frac{n+n'}{k}\right)^2 - 1}. \quad (6)$$

由(6)式得,当  $k=0$  时,  $\tan \theta = \infty$ , 则  $\theta = 90^\circ$ ; 当  $k = n+n'$  时,  $\tan \theta = 0$ , 则  $\theta = 0^\circ$ , 说明在第一象限内共有  $(n+n')$  条莫尔条纹,在第四象限内共有  $(4n +$

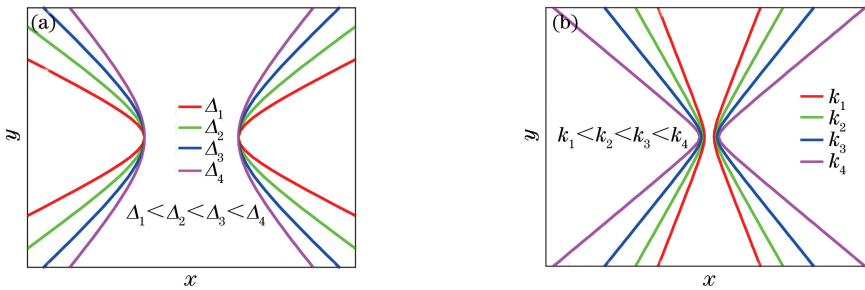


图3 双曲线莫尔条纹的变化规律。(a)  $k$  一定时双曲线随  $\Delta$  的变化规律;(b)  $\Delta$  一定时双曲线随  $k$  的变化规律

Fig. 3 Variation of hyperbolic moiré fringes. (a) Hyperbola versus  $\Delta$  when  $k$  is constant;

(b) hyperbola versus  $k$  when  $\Delta$  is constant

无论莫尔条纹是椭圆族还是双曲线族,当两光栅圆心距  $2\Delta$  变大时,  $k$  的取值范围会相应变大,故明条纹序列会变多,莫尔条纹的条数增多,莫尔条纹变得越来越密。

利用 Matlab 软件对莫尔条纹进行仿真,得到的结果如图 4 所示。可以看出,当两光栅圆心距  $2\Delta$  保持不变时,随着明条纹交点族序数  $k$  的增加,椭圆莫尔条纹族越来越接近于圆,双曲线莫尔条纹族的开口越来越小。当明条纹交点族序数  $k$  保持一定时,对比图 4(a)和图 4(b)所示的 0 族和 1 族可得,两光栅圆心距  $2\Delta$  越大,椭圆莫尔条纹族越扁平,双曲线莫尔条纹

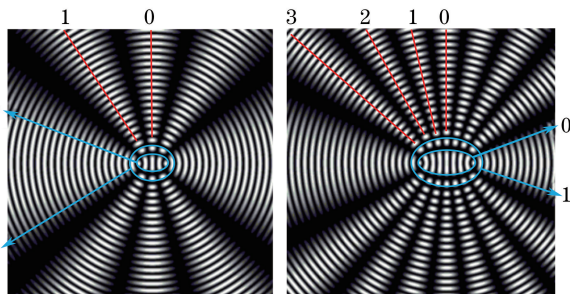


图4 圆心距不同时莫尔条纹的变化规律。(a)  $k$  一定时双曲线随  $\Delta$  的变化规律;

(b) 双曲线随  $k$  的变化规律

Fig. 4 Variation of moiré fringes under different center distances. (a) Hyperbola versus  $\Delta$  when  $k$  is constant;

(b) hyperbola versus  $k$  when  $\Delta$  is constant

$4n'$ ) 条莫尔条纹。若两光栅圆心距  $2\Delta$  增减  $n'd$ , 莫尔条纹增减  $4n'$  条。

在  $(kd/2)^2 - \Delta^2 < 0$  的范围内,条纹形状随两光栅圆心距  $2\Delta$  和明条纹交点族序数  $k$  的变化如图 3 所示。从图 3(a)可以得出,当明条纹交点族序数  $k$  一定时,两光栅圆心距  $2\Delta$  越大,双曲线离心率越大,双曲线的开口越大;从图 3(b)中可以看出,当两光栅圆心距  $2\Delta$  一定时,明条纹交点族序数  $k$  越大,双曲线的离心率越小,双曲线的开口越小。

族开口越大,同时莫尔条纹数目越多。

对比椭圆莫尔条纹族和双曲线莫尔条纹族,从条纹形状变化上来看,当两光栅圆心距和明条纹交点族序数变化时,椭圆莫尔条纹族的变化主要表现为扁平程度的变化,当形状越接近圆时,椭圆莫尔条纹族几乎无变化;而双曲线莫尔条纹族的变化主要表现为开口的变化,当开口变大或变小时,呈辐射状分布的双曲线莫尔条纹族的变化明显,更有利于识别。从条纹数目变化上来看,双曲线莫尔条纹族数目的变化与两光栅圆心距的变化存在确定的数学关系,更有利于计量。

## 2.2 频谱分析原理

通过傅里叶变换原理将两同心圆光栅后面的合成透射强度分解为不同空间频率的分量。两同心圆光栅相互叠加形成莫尔条纹,光栅的特性可以用其透射函数来表征。设两块同心圆光栅周期分别为  $d_1$  和  $d_2$ , 其透射函数可分别表示为

$$T_1(x, y) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{d_1} \sqrt{x^2 + y^2}\right), \quad (7)$$

$$T_2(x, y) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{d_2} \sqrt{x^2 + y^2}\right). \quad (8)$$

同心圆光栅是由许多等节距同心圆环构成,其具体参数如图 5 所示,其中  $a$  为两光栅圆心连线与水平方向的夹角,即偏心角; $a, b$  为任意条纹族上一点到两光栅圆心的距离; $\beta$  为这点与光栅中心的连

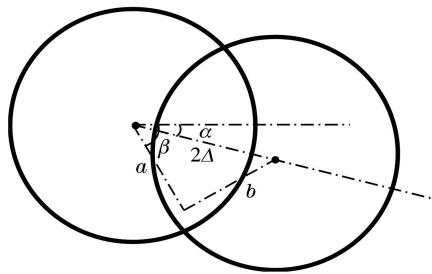


图5 两同心圆光栅参数示意图

Fig. 5 Parameters of two concentric-circle gratings

线与水平方向的夹角。可以用其中一光栅的参数表示另一光栅的参数,由几何关系可得

$$b^2 = a^2 + (2\Delta)^2 - 4a\Delta \cos(\beta - \alpha), \quad (9)$$

则

$$b = \sqrt{a^2 + (2\Delta)^2 - 4a\Delta \cos(\beta - \alpha)}. \quad (10)$$

用强度为  $\varphi_0$  的平面光波照射这两块相互叠合的同心圆光栅,其透射强度为

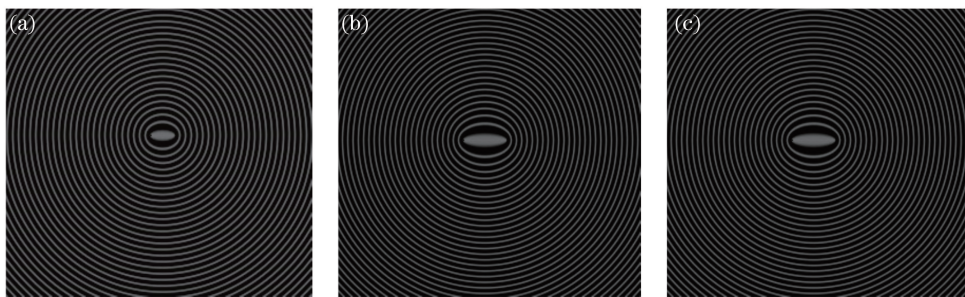
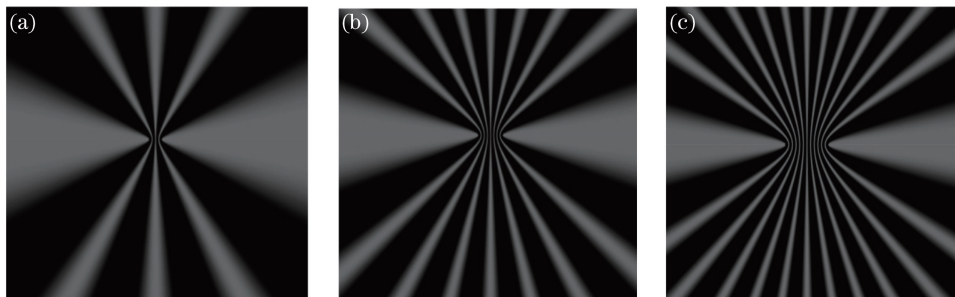
$$\begin{aligned} \varphi = \varphi_0 T_1(x, y) T_2(x, y) = & \\ \frac{1}{4} \varphi_0 + \frac{1}{4} \varphi_0 \cos\left(\frac{2\pi}{d_1} \sqrt{x^2 + y^2}\right) + & \\ \frac{1}{4} \varphi_0 \cos\left(\frac{2\pi}{d_2} \sqrt{x^2 + y^2}\right) + & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{8} \varphi_0 \cos\left[2\pi\left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}\right) \sqrt{x^2 + y^2}\right] + \\ & \frac{1}{8} \varphi_0 \cos\left[2\pi\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) \sqrt{x^2 + y^2}\right] = \frac{1}{4} \varphi_0 + \\ & \frac{1}{4} \varphi_0 \cos\left(2\pi \frac{m}{R} a\right) + \frac{1}{4} \varphi_0 \cos\left(2\pi \frac{m}{R} b\right) + \\ & \frac{1}{8} \varphi_0 \cos\left[2\pi \frac{m}{R} (a + b)\right] + \\ & \frac{1}{8} \varphi_0 \cos\left[2\pi \frac{m}{R} (a - b)\right], \quad (11) \end{aligned}$$

其中最后化简式的第一项为均匀透过率,也为平均光强度;第二项与第三项来源于两同心圆光栅的周期结构;第四项为和频项,其空间频率为原来两同心圆光栅的空间频率之和;第五项为差频项,其空间频率为原来两同心圆光栅的空间频率之差。

通过分析(11)式中每项所代表的不同空间频率分量,用 Matlab 软件仿真分别提取第四项同心圆光栅空间频率之和以及第五项同心圆光栅空间频率之差,结果如图 6、7 所示。取两圆心初始距离  $2\Delta$  为  $20 \mu\text{m}$ ,最大半径  $R$  为  $500 \mu\text{m}$ ,同心圆圈数  $m$  为 50,  $\varphi_0$  为 1,  $\alpha$  为  $0^\circ$ 。

由仿真结果可知,两同心圆光栅空间频率之和

图6 不同圆心距下的和频项。(a)  $2\Delta = 20 \mu\text{m}$ ; (b)  $2\Delta = 40 \mu\text{m}$ ; (c)  $2\Delta = 60 \mu\text{m}$ Fig. 6 Sum frequency terms under different center distances. (a)  $2\Delta = 20 \mu\text{m}$ ; (b)  $2\Delta = 40 \mu\text{m}$ ; (c)  $2\Delta = 60 \mu\text{m}$ 图7 不同圆心距下的差频项。(a)  $2\Delta = 20 \mu\text{m}$ ; (b)  $2\Delta = 40 \mu\text{m}$ ; (c)  $2\Delta = 60 \mu\text{m}$ Fig. 7 Difference frequency terms under different center distances. (a)  $2\Delta = 20 \mu\text{m}$ ; (b)  $2\Delta = 40 \mu\text{m}$ ; (c)  $2\Delta = 60 \mu\text{m}$ 

表征的是椭圆莫尔条纹族,两同心圆光栅空间频率之差表征的是双曲线莫尔条纹族,且两种莫尔条纹

族随圆心距  $2\Delta$  的变化规律与遮光阴影原理中分析的结果一致,在条纹形状变化上,双曲线莫尔条纹族

比椭圆莫尔条纹族更易于识别;在条纹数目变化上,两同心圆光栅每增加 1 个栅距,双曲线莫尔条纹增加 4 条。故对比椭圆莫尔条纹族,双曲线莫尔条纹族的应用更广泛。

### 3 利用 SLM 生成同心圆光栅莫尔条纹

相比于线光栅,同心圆光栅的制造过程较繁琐,且线宽精度不能达到比较理想的要求。为了减小同心圆光栅制造工艺带来的误差,可以利用同心圆光栅的透过率函数生成同心圆光栅的全息图,如图 8(a)所示,通过 SLM 加载生成的全息图模拟同

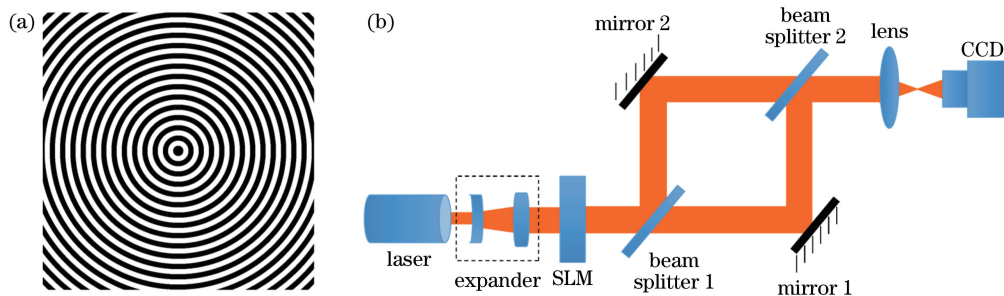


图 8 同心圆光栅莫尔条纹的产生原理示意图。(a)全息图;(b)光路

Fig. 8 Generation of moiré fringes of concentric-circle gratings. (a) Hologram; (b) light path

## 4 实验结果与分析

### 4.1 栅距变化对条纹的影响

在图 8 所示的实验装置中,利用 SLM 加载计

算机生成的全息图,不仅简化了同心圆光栅的制造过程,而且减小了由同心圆光栅加工工艺引起的误差。适当改变全息图的参数栅距  $d$ ,实验结果如图 9 所示。

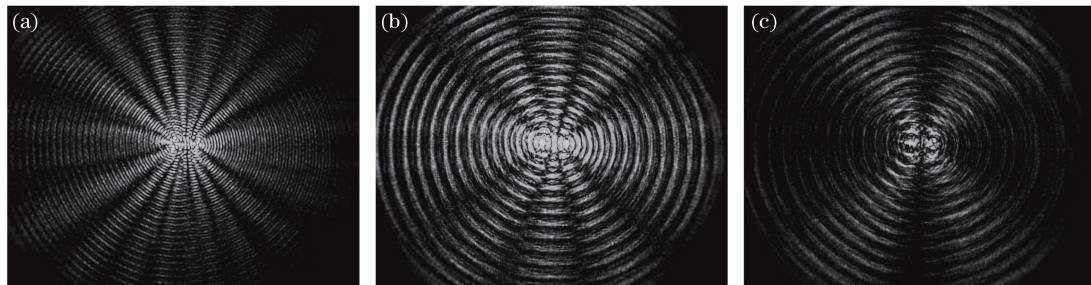


图 9 圆心距  $2\Delta$  一定时不同栅距下的莫尔条纹。(a)  $d=2$ ; (b)  $d=4$ ; (c)  $d=8$

Fig. 9 Moiré fringes under different grating pitches when center distance is fixed as  $2\Delta$ . (a)  $d=2$ ; (b)  $d=4$ ; (c)  $d=8$

从图 9 可以看出,当栅距增大  $d$  时,莫尔条纹数目变为原来的一半;当栅距减小  $d$  时,莫尔条纹数目变为原来的两倍。当栅距较小时,莫尔条纹比较密集,条纹计数不方便;当栅距较大时,莫尔条纹比较稀少,莫尔现象不明显;当栅距适中时,莫尔现象比较明显,条纹计数也比较方便。因此在利用同心圆光栅相叠加生成莫尔条纹时,选择适当的栅距是比较重要的,且利用 SLM 加载全息图模拟同心

心圆光栅。设计的实验装置光路原理图如图 8(b)所示,采用波长为 632.8 nm 的氦-氖(He-Ne)激光器,其发射出的激光通过准直扩束装置后入射到 SLM(液晶类型为透射式液晶显示器,分辨率为  $1024 \text{ pixel} \times 768 \text{ pixel}$ ,像元间距为  $26 \mu\text{m}$ )。出射光到达分光棱镜 1 后分为两束,一束经过反射镜 1 和分光棱镜 2,另外一束经过反射镜 2 和分光棱镜 2,从分光棱镜 2 出来的两束光发生干涉,从而模拟两同心圆光栅的叠加,干涉条纹经透镜放大后被电荷耦合元件(CCD)(分辨率为  $1024 \text{ pixel} \times 768 \text{ pixel}$ ,像元间距为  $5.2 \mu\text{m}$ )接收。放大的莫尔条纹具有更高的清晰度,更有利于莫尔条纹的提取。

圆光栅,不仅减小了由同心圆光栅加工产生的误差,而且可以实时适当地调节栅距,灵活性强,便于后续的测量研究。

### 4.2 双曲线莫尔条纹的提取

针对由图 8 所示实验装置生成的同心圆光栅莫尔条纹,由频谱分析原理可知,双曲线莫尔条纹是由两同心圆光栅空间频率之差形成的,则双曲线莫尔条纹频率小于同心圆光栅空间频率,故可以选择合

适的低通滤波器来提取双曲线莫尔条纹。通过分析原始图像的频谱图,找到低频部分灰度值比较集中的区间,即大致为双曲线莫尔条纹所在的区间,以区

间中临界值的较大值为低通滤波器的截止频率作为参数设置的依据。对双曲线莫尔条纹的提取结果如图 10 所示。

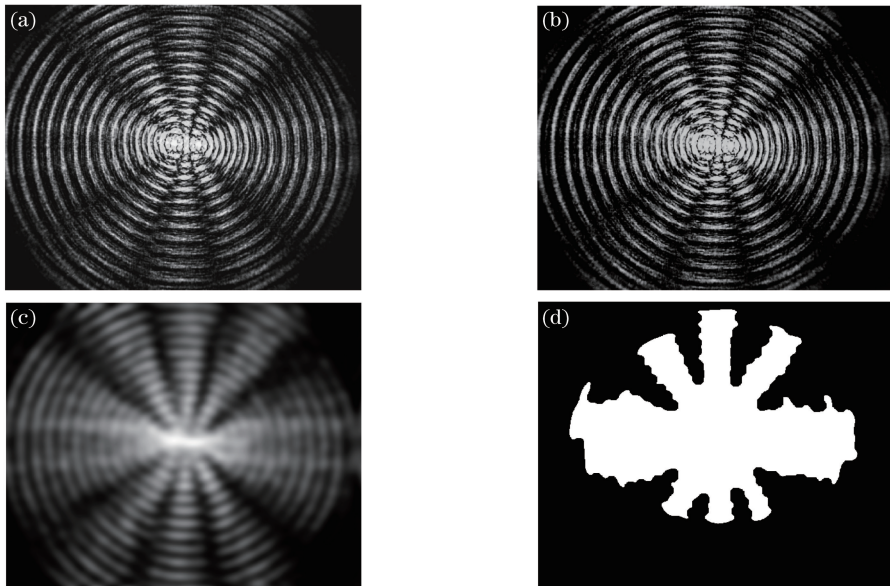


图 10 不同方法提取双曲线莫尔条纹的结果。(a)原图;(b)图像增强;(c)低通滤波;(d)二值化及形态学处理

Fig. 10 Extraction results of hyperbolic moiré fringes with different methods. (a) Original image; (b) image enhancement; (c) low-pass filter; (d) binarization and morphological processing

图 10(a)所示为 CCD 拍摄到的干涉条纹原图,其中含有不同频率的信息,包括光栅频率、莫尔条纹频率以及噪音频率。为了使莫尔条纹和背景的对比度更加明显,采用图像增强的方法,如图 10(b)所示。根据双曲线莫尔条纹是低频部分这一特性,采用低通滤波过滤掉高频信号,保留低频信号,得到双曲线莫尔条纹,如图 10(c)所示。对得到的条纹作二值化及形态学处理,得到双曲线莫尔条纹的大致形状,如图 10(d)所示,可以看到,最后的图像内部没有空洞,不存在小面积非连通区域,条纹明显且边缘平滑。以图 10(d)所示双曲线莫尔条纹的重心为原点,按半径均匀变化的圆轨迹进行循环扫描,统计圆上图像灰度值在 0~255 之间变化的次数,当统计次数最多且稳定在某个值  $m$  时,莫尔条纹数即为  $m/2$ 。利用同心圆光栅莫尔条纹提取得到双曲线莫尔条纹,从而达到了对莫尔条纹自动计数的目的。

## 5 结 论

针对两同心圆光栅形成的椭圆莫尔条纹和双曲线莫尔条纹,利用遮光阴影原理分析了两种莫尔条纹的变化规律。根据频谱分析原理分离出了椭圆莫尔条纹和双曲线莫尔条纹,验证了遮光阴影原理分析莫尔条纹变化规律的正确性。从两种莫尔条纹的

变化规律说明了双曲线莫尔条纹易于识别并具有良好的计量性。在此基础上,利用 SLM 加载计算机全息图,设计光路模拟了同心圆光栅的叠加,生成了同心圆光栅莫尔条纹。此方法不仅减小了加工误差,而且具有灵活性。选用合适的低通滤波器提取出了更利于计数的双曲线莫尔条纹,为后续研究提供了方便。该研究有助于深入了解同心圆光栅莫尔条纹的特性,对同心圆光栅莫尔条纹更广泛的应用研究提供了理论参考。

## 参 考 文 献

- [1] Li L L. The detecting of moiré fringe specialty and image processing [D]. Chongqing: Chongqing University, 2009.  
李龙林. 莫尔条纹特性检测及其图像处理[D]. 重庆: 重庆大学, 2009.
- [2] Morimoto Y, Fujigaki M. Theory and application of sampling moiré method [M]. Dordrecht: Recent Advances in Mechanics, 2011: 227-248.
- [3] Morimoto Y, Fujigaki M, Masaya A, *et al.* Shape and deformation measurement of moving object by sampling moiré method[M]. Berlin: Fringe, 2009: 1-6.
- [4] Qiu L. Research on grating moiré fringe

- interferometry and its application [D]. Chongqing: Chongqing University, 2009.
- 邱丽. 光栅莫尔条纹干涉计量及其应用研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2009.
- [5] He A G, Yu H L, Zhu C X, *et al.* Subdivision and direction judgment of grating moiré fringes[J]. Opto-Electronic Engineering, 2007, 34(10): 45-49.  
何安国, 喻洪麟, 朱传新, 等. 光栅莫尔条纹细分及辨向方法研究[J]. 光电工程, 2007, 34(10): 45-49.
- [6] Tan Q, Xu Q F, Xie N. Design of sub-wavelength radially polarized grating [J]. Opto-Electronic Engineering, 2017, 44(3): 345-350.  
谭巧, 徐启峰, 谢楠. 亚波长径向偏振光栅的设计[J]. 光电工程, 2017, 44(3): 345-350.
- [7] Ren G Q, Ma Q X. Construct and characteristic analysis of generalized tangential grating couple[J]. Journal of Hebei University (Natural Science Edition), 2008, 28(5): 471-474.  
任国强, 马全喜. 切向光栅对的构成及特性分析[J]. 河北大学学报(自然科学版), 2008, 28(5): 471-474.
- [8] Park Y C, Kim S W. Optical measurement of spindle radial motion by moiré technique of concentric-circle gratings [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 1994, 34(7): 1019-1030.
- [9] Park Y C, Kim S W. Determination of two-dimensional planar displacement by moiré fringes of concentric-circle gratings[J]. Applied Optics, 1994, 33(22): 5171.
- [10] Li X L, Kang Y L, Qiu W, *et al.* A study on the digital moiré technique with circular and radial gratings[J]. Optics & Lasers in Engineering, 2007, 45(7): 783-788.
- [11] Zhu J Z, Li N, Li S Y. A two-degree-of-freedom measuring system based on concentric-circle gratings [J]. Optics and Precision Engineering, 2000, 1(8): 91-95.  
朱建忠, 李宁, 李圣怡. 同心圆光栅二自由度误差测量系统[J]. 光学精密工程, 2000, 1(8): 91-95.
- [12] Hong X M, Guo P J. Alignment of CGH components based on moiré fringes of circular gratings[J]. Laser Journal, 2012, 33(4): 22-24.  
洪小苗, 郭培基. 基于圆光栅莫尔条纹的CGH元件对准[J]. 激光杂志, 2012, 33(4): 22-24.
- [13] Li T Z, Yang S L. Fourier analysis of moiré stripe produced by double-grating [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 1997, 34(3): 8-11.  
李田泽, 杨淑连. 双光栅莫尔条纹的傅里叶分析[J]. 激光与光电子学进展, 1997, 34(3): 8-11.
- [14] Huang E L, Yao J S. The quantitative analysis of moiré fringes on circular concentric diffraction gratings [J]. Journal of Optoelectronics · Laser, 1992, 4: 3-10.  
黄恩令, 姚久胜. 同心环形光栅莫尔条纹的机理[J]. 光电子·激光, 1992, 4: 3-10.
- [15] Zhai Z S, Hu Y T, Lü Q H, *et al.* Research on controlling the polarization state of laser beam with a spatial light modulator[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(3): 032601.  
翟中生, 胡勇涛, 吕清花, 等. 基于空间光调制器的光束偏振态控制方法研究[J]. 激光与光电子学进展, 2016, 53(3): 032601.
- [16] Dai M C, Fan D H, Wang Y, *et al.* Generation of high quality helical beams based on spatial light modulator [J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(9): 0905004.  
戴茂春, 樊代和, 王尧, 等. 基于空间光调制器的高质量螺旋光束制备[J]. 中国激光, 2016, 43(9): 0905004.
- [17] Zhu L J, Wang Y R, Meng X F, *et al.* Spectral analysis and filtering of moiré fringes generated by using digital image processing[J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(12): 1209002.  
朱丽君, 王玉荣, 孟祥锋, 等. 数字合成莫尔条纹的频谱分析与滤波处理[J]. 中国激光, 2015, 42(12): 1209002.
- [18] Chen C, Liu K, Li Y Q, *et al.* Two-dimensional virtual grating phase shifting moiré fringe method of phase extraction [J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(2): 0208004.  
陈晨, 刘克, 李艳秋, 等. 二维虚光栅移相莫尔条纹相位提取算法[J]. 中国激光, 2015, 42(2): 0208004.
- [19] Zhai Z S, Yan C W, Lü Q H, *et al.* A method of counting moiré fringes of non-diffraction beams[J]. Journal of Hubei University of Technology, 2015, 30(4): 1-4.  
翟中生, 严昌文, 吕清花, 等. 一种无衍射光莫尔条纹的计数方法[J]. 湖北工业大学学报, 2015(4): 1-4.
- [20] Shang Y Y, Lü Q H, Zhai Z S, *et al.* Research on image processing and counting method of non-diffracting moiré fringes [J]. Journal of Hubei University of Technology, 2017, 32(1): 72-76.  
商逸远, 吕清花, 翟中生, 等. 无衍射光莫尔条纹图像处理及计数方法研究[J]. 湖北工业大学学报, 2017, 32(1): 72-76.