

一种基于校正点云主成分坐标系的快速全局配准算法

陈旭, 何炳蔚

福州大学机械工程及自动化学院, 福建 福州 350108

摘要 提出一种针对三维点云的快速全局配准算法,用于估计两组相似点云在空间中的刚性位姿变化关系。首先通过计算两组点云的三个主成分向量,配合各自中心点形成自身主成分(PC)坐标系。然后对两组点云分别进行坐标系转换,再利用最近点的欧氏距离均值校正对应 PC 坐标轴的方向,得到两组相似点云的大致位姿变化关系。经过上述粗配准后利用快速迭代最近点(ICP)算法,即可实现任意位姿关系下两组点云的快速精确配准。实验结果表明,该方法对任意两组形状和完整度相似的点云都可以实现任意位姿下的全局配准,并且具有较高的速度与精确度。

关键词 图像处理; 点云配准; 主成分向量; 主成分坐标系; 任意位姿

中图分类号 TP391.7 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP55.061003

A Fast Global Registration Algorithm Based on Correcting Point Cloud Principal Component Coordinate System

Chen Xu, He Bingwei

School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian 350108, China

Abstract A fast global registration algorithm for 3D point cloud is proposed, which is used to estimate the rigid pose relationship of any two sets of similar point clouds in space. First, the three principal component vectors of two groups of point clouds are calculated to form their own principal component (PC) coordinate systems with their respective center points. Then, in order to obtain the approximate pose relationship between the two similar groups of point clouds, the coordinate transformations of the two groups of point clouds are respectively performed, and the directions corresponding to the PC coordinate axes are corrected by the mean of Euclidean distances of some close points. After the above coarse registration, the two groups of point clouds can be matched fast and accurately at arbitrary position by the fast iterative closest point (ICP) algorithm. The experimental results show that the proposed method can achieve global registration for any two sets of point clouds with similar shape and completeness at any position in any pose, and has higher speed and accuracy.

Key words image processing; point cloud registration; principal component vector; principal component coordinate system; arbitrary position and pose

OCIS codes 100.6890; 100.5010; 100.4995

1 引言

三维点云配准是点云数据处理的重要组成部分,既可用于不同视角下的点云拼接,又可用于目标定位与姿态预估,目前已有许多学者对点云配准进行深入研究。目前最常见的点云配准算法是 Besl

等^[1]提出的经典迭代最近点(ICP)算法。该算法在两组点云位姿偏差不大的情况下可以实现高精度配准,但需要多次迭代搜索最近点,因此收敛速率通常较低。由于近些年出现了许多快速最近点搜索算法,如多重 K 最近邻(Mul-KNN)算法^[2]和 Libnabo 算法^[3],改进的 ICP 算法效率有了大幅度提升。

收稿日期: 2017-10-27; **收到修改稿日期:** 2017-11-30

基金项目: 国家自然科学基金(61473090)、福建省高端设备制造合作创新中心基金

作者简介: 陈旭(1993—),男,硕士研究生,主要从事机器视觉方面的研究。E-mail: cx495086@outlook.com

导师简介: 何炳蔚(1973—),男,博士,教授,博士生导师,主要从事机器视觉、逆向工程方面的研究。

E-mail: mebwhe@fzu.edu.cn(通信联系人)

ICP 算法在两组点云位姿偏差较大时,容易产生局部收敛导致无法精确配准,因此在姿态关系未知情况下对两组点云进行 ICP 配准前,需要预先进行粗配准,将模型点云自动粗调至与目标点云位姿相近。许多学者提出了用于粗配准的方法,例如基于几何特性^[4]的局部主成分分析(PCA)迭代配准^[5],基于法向量^[6]和局部特征提取^[7-8]的迭代配准,基于遗传算法的遍历转角寻优^[9],以及根据曲率特征进行曲面贴合等^[10-13]。

全局配准方法除上述改进 ICP 配准方法外,还有通过点云的特征直方图定义多维特征向量来表示点云的局部几何特征,利用特征匹配达到点云配准的方法^[14,15],如增强直方图特征描述(EHFD)算法^[16]和快速点特征直方图(FPFH)算法^[17],以及根据多元高斯混合模型^[18],通过最大化相关系数找到数据点云的相对姿态的方法,例如相干点漂移(CPD)算法^[19]、快速相干点漂移(FCPD)^[20]算法及使用贝叶斯框架的方法^[21]。缺点是前者在配准带有多个相似局部特征点云时容易出现较大偏差,后者的收敛速度不高,而且难以做到任意位姿下的点云配准。目前较好的全局配准算法有:1)基于分支定界(BNB)^[22]与 ICP 的混合迭代算法(GO-ICP)^[23];2)基于共轭向量的 Super4PCS^[24]算法;3)采用局部法向量建立两点云的对应传播算法(FDCP)^[25]。本文算法主要与上述三种算法进行对比分析。

针对三维点云配准中目标定位与姿态预估的问题,本文提出一种基于校正主成分(PC)坐标轴的线性计算方法,配合快速 ICP 算法实现高效精确的点云全局自动配准。

2 粗配准算法原理

2.1 PC 坐标系原理

PCA 是一种利用特征向量分析数据多元统计分布的方法,这种方法可以得到数据内部的主要分布方向,从而更好地解释数据的变化规律。点云的 PC 坐标系由两部分组成,即坐标轴与坐标系原点。每组点云都可以计算其自身三个互相垂直的主成分向量,三个向量分别对应点云坐标的三个主要分布指向,可作为 PC 坐标系的三个坐标轴方向。主成分向量通过对点云自身的协方差矩阵进行奇异值分解(SVD)获得,点云协方差矩阵(矩阵大小为 3×3)的计算公式为

$$\mathbf{X}_{\text{cov}} = (\mathbf{P} - \mathbf{I}_{k \times 1} \mathbf{O}_P)^T (\mathbf{P} - \mathbf{I}_{k \times 1} \mathbf{O}_P), \quad (1)$$

式中: \mathbf{P} 为 k 行3列的点云坐标矩阵, \mathbf{O}_P 表示点云中心点,即PC坐标系原点, $\mathbf{I}_{k \times 1}$ 表示 k 行1列元素全为1的列向量。对方差矩阵 \mathbf{X}_{cov} 进行奇异值分解可得左右两组矩阵大小为 3×3 的正交矩阵 \mathbf{U} 和 \mathbf{V} ,以及对角线为奇异值的 3×3 对角矩阵 \mathbf{S} ,其关系为

$$\mathbf{X}_{\text{cov}} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T, \quad (2)$$

式中左正交矩阵 \mathbf{U} 包含三个单位列向量,即为点云自身三个PC坐标轴的方向向量。第一列向量方向对应点云坐标分布趋势最大的方向,记为 \mathbf{R}_{PCA} 。第二列向量方向表示与第一列向量垂直方向中点云坐标分布范围最大的方向,记为 \mathbf{G}_{PCA} 。第三列向量方向为同时垂直于前两个列向量时,点云坐标分布范围最大方向,记为 \mathbf{B}_{PCA} ,则 $\mathbf{U} = [\mathbf{R}_{\text{PCA}}, \mathbf{G}_{\text{PCA}}, \mathbf{B}_{\text{PCA}}]$ 。以斯坦福大学的经典 Bunny 点云为例,经计算其PC坐标系如图1所示。图中红绿蓝三条线分别表示三个PC坐标轴,原点 O_P 为点云坐标的均值点。

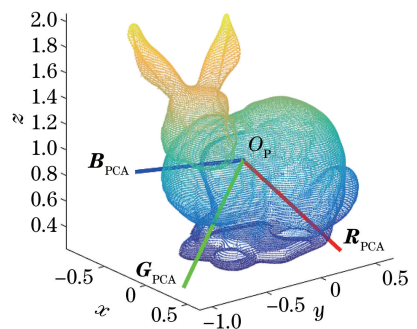


图1 Bunny 点云模型的 PC 坐标系

Fig. 1 PC coordinate system of Bunny point cloud model

2.2 点云间 PC 坐标轴方向的校正

两组相似点云对应的 PC 坐标轴基本共线,但往往存在正反向的差异。为方便理解,选择两组位姿偏差较小的点云示例。如图2所示,橙色点云(模型点

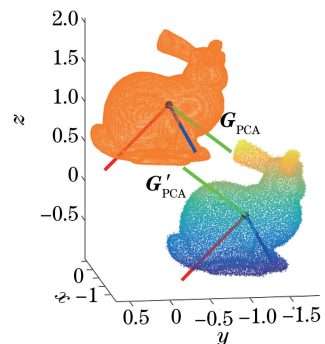


图2 两组相似点云的 PC 坐标系

Fig. 2 PC coordinate systems of two sets of similar point clouds

云)PC坐标系中的 \mathbf{G}_{PC} 方向与混色点云(目标点云)中的 \mathbf{G}'_{PCA} 方向在相对自身点云的方向上相反。

两组相似点云模型自身PC坐标系的每个对应坐标轴方向都可能存在差异,因此两组点云的PC坐标系共有 2^3 种对应关系。为了便于后续坐标转换计算,定义矢量 $\mathbf{Q}(n)(n=1,2,\dots,8)$ 表示两点云PC坐标系的对应关系,如表1所示。

表1中“1”表示两组点云PC坐标轴的方向基

表1 两组点云PC坐标轴的8种不同关系

Table 1 Eight different relationships between PC axes of two sets of point clouds

	\mathbf{R}_{PCA}	\mathbf{G}_{PCA}	\mathbf{B}_{PCA}
Q(1)	1	1	1
Q(2)	1	1	-1
Q(3)	1	-1	1
Q(4)	1	-1	-1
Q(5)	-1	1	1
Q(6)	-1	1	-1
Q(7)	-1	-1	1
Q(8)	-1	-1	-1

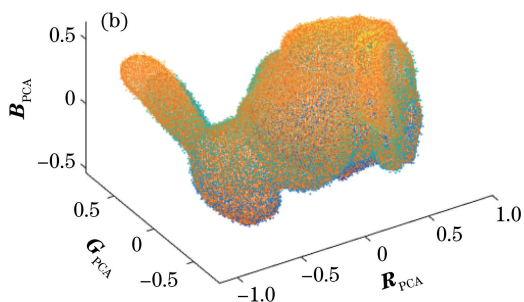
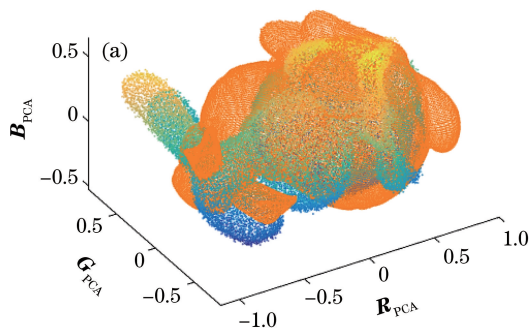


图3 (a)初始PC坐标系下的两点云位姿;(b)校正PC坐标系后的两点云位姿

Fig. 3 (a) Position and pose of two sets of point clouds in initial PC coordinate system;

(b) position and pose of two sets of point clouds in corrected PC coordinate system

采用快速临近点搜索算法 Libnabo,计算8种对应关系下两组点云最近点间的平均距离 $\mathbf{D}(n)(n=1,2,\dots,8)$:

$$\mathbf{D}(n) = \frac{1}{m} \sum_1^m \text{libnabo}$$

$$\{\mathbf{P}_{MPCA} \times \text{diag}[\mathbf{Q}(n)], \mathbf{P}_{DPCA}\}, \quad (4)$$

式中 $\text{diag}[\mathbf{Q}(n)]$ 为以 $\mathbf{Q}(n)$ 为对角线元素的对角矩阵。模型点云PC坐标系的校正关系为最小平均距离 $\mathbf{D}(r)$ 所对应的关系 $\mathbf{Q}(r)$:

$$\mathbf{D}(r) = \min_{1 \leq n \leq 8} \mathbf{D}(n), \quad (5)$$

式中 r 表示最小平均距离的索引,按此关系配准结果如图3(b)所示。反向推导初始模型点云与目标点云的粗配准旋转矩阵 \mathbf{R}_r :

$$\mathbf{R}_r = \mathbf{U}_D \text{diag}[\mathbf{Q}(n)] \mathbf{U}_M^T. \quad (6)$$

本相同,“-1”表示两组点云PC坐标轴的方向基本相反。图2中PC坐标系对应关系为 $\mathbf{Q}(3)$ 。

2.3 任意位姿关系下点云的粗配准

对于两组位姿关系未知的点云,获取位姿变化关系的关键在于如何确定向量 $\mathbf{Q}(n)$ 。通过对比8种不同对应关系下的配准效果,选择配准后点云间最近点距离平均值最小的关系作为最优配准关系。

定义图2中两组点云坐标集分别为 $\mathbf{P}_M \in \mathbf{R}^3$ (橙色)与 $\mathbf{P}_D \in \mathbf{R}^3$ (混色),其中心点分别为 O_M 与 O_D 。则按(1)式分别计算点云自身协方差矩阵,并进行奇异值分解获得对应左正交矩阵 \mathbf{U}_M 与 \mathbf{U}_D 。模型在自身PC坐标系下的点云坐标可通过以下公式计算得到^[26]:

$$\mathbf{P}_{MPCA} = (\mathbf{P}_M - \mathbf{I}_{m \times 1} \mathbf{O}_M) \mathbf{U}_M, \quad (3)$$

式中 m 为模型点云的数量。

同理可计算出目标点云在自身PC坐标系下的点云坐标 \mathbf{P}_{DPCA} ,其与 \mathbf{P}_{MPCA} 对应位姿效果如图3(a)所示。由于两组点云的PC坐标轴方向存在差异,两组点云在同一坐标系下对应的整体位姿不同。

则平移向量 \mathbf{T}_r 为

$$\mathbf{T}_r = -(\mathbf{R}_r \mathbf{O}_M^T)^T + \mathbf{O}_D. \quad (7)$$

3 基于ICP的快速精确配准

经过粗配准后,两组点云的位姿已基本相近,后续精确配准采用基于 Libnabo 的快速ICP算法。算法步骤如下。

1) 通过快速最近点搜索算法 Libnabo,在 \mathbf{P}_D 中找到距离每个 \mathbf{P}_M 点最近的点,其集合表示为 $\mathbf{P}_{D\text{buf}} = \{p_{\text{dbuf}}(1), p_{\text{dbuf}}(2), \dots, p_{\text{dbuf}}(m)\}$ 。

2) 计算 \mathbf{P}_M 与 $\mathbf{P}_{D\text{buf}}$ 的协方差矩阵,并对其进行奇异值分解得到左右正交矩阵,通过(6)式与(7)式计算第 i 次迭代的旋转矩阵 $\mathbf{R}(i)$ 与平移向量 $\mathbf{T}(i)$ 。

3) 根据 $\mathbf{R}(i)$ 与 $\mathbf{T}(i)$ 计算下次迭代模型的点云

位姿,作为新的 P_M 。

4) 计算模型点云与目标点云最近点距离的平均误差,若三次迭代的误差差距小于设定阈值则结束迭代,否则继续执行步骤 1)。

迭代结束后计算精确配准的完整旋转变换矩阵 R_{ICP} 与平移向量 T_{ICP} ,详细计算过程请参考文献 [1]。最终两组任意位姿下点云的旋转变换矩阵和平移向量为

$$R = R_{ICP} R_r, \quad (8)$$

$$T = R_{ICP} T_r + T_{ICP}. \quad (9)$$

4 实验分析

为证明算法的全局性与高效性,对多组不同位姿下的 Bunny 点云分别进行配准测试,并与目前较

优秀的三种全局配准算法 (GO-ICP、Super4PCS、FDCP) 作对比分析。实验电脑配置为 Intel core i5 2.3 GHz CPU,算法程序采用 C++ 语言编写,通过 MATLAB 显示配准结果。图 4~6 分别为三组测试的初始位姿及实验结果。随意调整 Bunny 模型点云至三种不同初始位姿,分别如图 4(a)~6(a) 所示。本文算法配准结果如图 4(b)~6(b) 所示,其余三种算法的配准结果如图 4(c)~(e)、5(c)~(e)、6(c)~(e) 所示。

Bunny 模型的点数量为 30379,目标点数量为 35947。通过三组较大位姿偏差情况下的配准,可以看出本文算法对于相似点云可以实现任意位姿下的准确配准。四种算法的配准时间与均方根误差 (RMSE) 列于表 2 中。

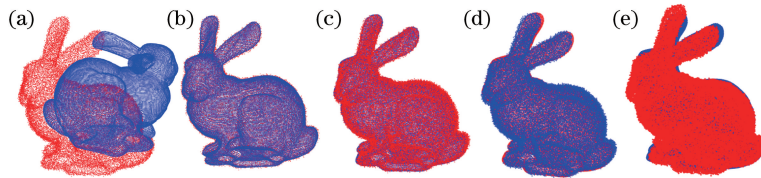


图 4 测试 1。(a)初始位姿;(b)本文算法;(c) GO-ICP 算法;(d) Super4PCS 算法;(e) FDCP 算法

Fig. 4 Test 1. (a) Initial position and pose; (b) proposed algorithm; (c) GO-ICP algorithm;

(d) Super4PCS algorithm; (e) FDCP algorithm

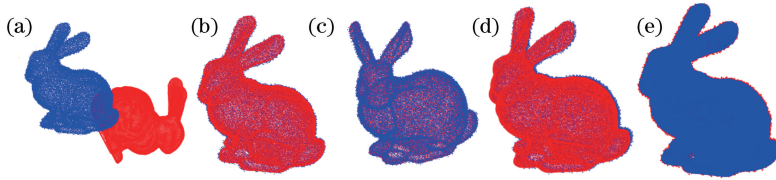


图 5 测试 2。(a)初始位姿;(b)本文算法;(c) GO-ICP 算法;(d) Super4PCS 算法;(e) FDCP 算法

Fig. 5 Test 2. (a) Initial position and pose; (b) proposed algorithm; (c) GO-ICP algorithm;

(d) Super4PCS algorithm; (e) FDCP algorithm

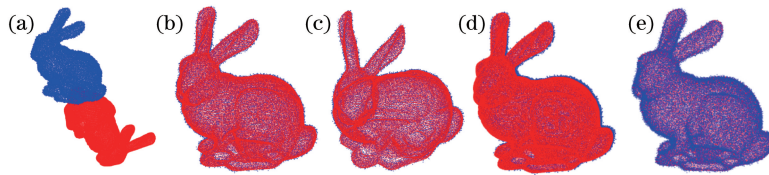


图 6 测试 3。(a)初始位姿;(b)本文算法;(c) GO-ICP 算法;(d) Super4PCS 算法;(e) FDCP 算法

Fig. 6 Test 3. (a) Initial position and pose; (b) proposed algorithm; (c) GO-ICP algorithm;

(d) Super4PCS algorithm; (e) FDCP algorithm

上述结果表明,在相同条件下本文算法的配准速度高于其余三种算法。由于本文算法与 GO-ICP 算法都是对经典 ICP 算法的改进,因此配准精度基本一致。但本文算法最费时阶段仅限于校正 PC 坐标系时的 8 次临近点计算与后续单次 ICP 计算,而 GO-ICP 算法采用 BNB 与 ICP 交替迭代的方式获

得最佳配准效果,因此 GO-ICP 算法计算量较大,所耗费时间较长。Super4PCS 算法虽然效率较高,但需要人为设定取样点间距,对于密度不同的点云不易进行全自动配准。FDCP 算法亦需要人为设定重合比例与点搜索步长,若初始参数设置不当算法容易陷入死循环。此外由实验结果可以看出

表 2 四种算法的配准结果对比
Table 2 Results of the four algorithms

Algorithm	Test 1		Test 2		Test 3	
	Time /s	RMSE /mm	Time /s	RMSE /mm	Time /s	RMSE /mm
Proposed	1.572	0.010	1.407	0.010	1.378	0.010
GO-ICP	26.991	0.011	27.946	0.011	26.394	0.011
Super4PCS	2.054	0.015	3.471	0.015	3.688	0.015
FDCP	93.173	0.051	60.891	0.011	83.562	0.011

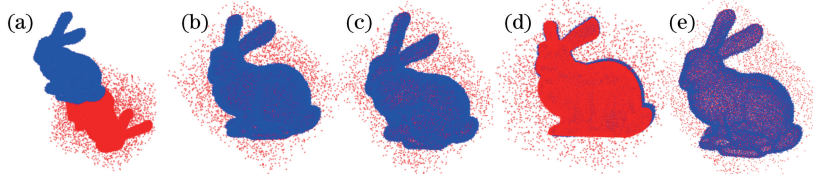


图 7 加入噪声后的配准结果($\sigma=0.1$)。 (a)初始位姿; (b)本文算法; (c) GO-ICP 算法; (d) Super4PCS 算法; (e) FDCP 算法

Fig. 7 Registration results after adding noise ($\sigma=0.1$). (a) Initial position and pose;

(b) proposed algorithm; (c) GO-ICP algorithm; (d) Super4PCS algorithm; (e) FDCP algorithm

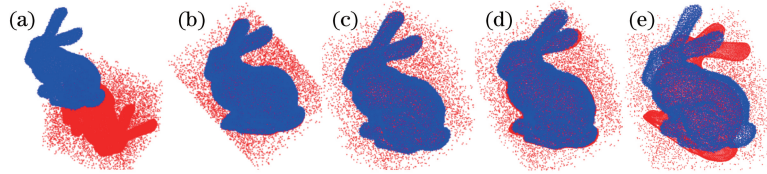


图 8 加入噪声后的配准结果($\sigma=0.2$)。 (a)初始位姿; (b)本文算法; (c) GO-ICP 算法; (d) Super4PCS 算法; (e) FDCP 算法

Fig. 8 Registration results after adding noise ($\sigma=0.2$). (a) Initial position and pose;

(b) proposed algorithm; (c) GO-ICP algorithm; (d) Super4PCS algorithm; (e) FDCP algorithm

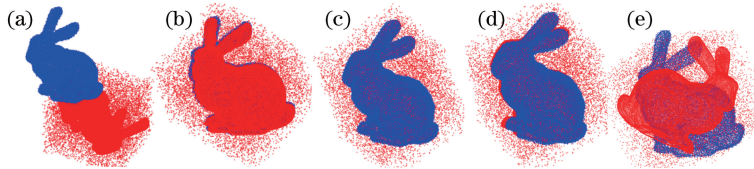


图 9 加入噪声后的配准结果($\sigma=0.3$)。 (a)初始位姿; (b)本文算法; (c) GO-ICP 算法; (d) Super4PCS 算法; (e) FDCP 算法

Fig. 9 Registration results after adding noise ($\sigma=0.3$). (a) Initial position and pose;

(b) proposed algorithm; (c) GO-ICP algorithm; (d) Super4PCS algorithm; (e) FDCP algorithm

表 3 加入噪声后四种算法的配准结果对比

Table 3 Results of the four algorithms after adding noise

Algorithm	$\sigma=0.1$		$\sigma=0.2$		$\sigma=0.3$	
	Time /s	RMSE /mm	Time /s	RMSE /mm	Time /s	RMSE /mm
Proposed	2.343	0.013	2.641	0.014	3.554	0.017
GO-ICP	25.107	0.011	25.422	0.017	25.421	0.013
Super4PCS	15.595	0.022	24.506	0.030	30.044	0.026
FDCP	23.412	0.030	5.822	0.154	6.074	0.208

FDCP 算法稳定性不高,配准效率有较大浮动。

RMSE 如表 3 所示。

为了验证本文算法的抗干扰性,对模型点云随机加入噪声点后进行配准测试。图 7~9 所示为加入不同比例的噪声后点云的初始位姿及四种算法的配准结果,噪声比例为 σ 。实验的配准时间与

由图 7~9 可以看出,本文算法在噪声比例低于 0.3 时,配准效果均未受到较大影响。而当噪声比例达到 0.2 时,FDCP 算法已经出现较大的偏差。该结果证明本文算法与 FDCP 算法相比具有较好

的抗干扰性。GO-ICP 算法与 Super4PCS 算法的配准效果也未受到较大影响,但 GO-ICP 算法效率较低。且根据表 2 与表 3 数据,Super4PCS 算法的配准效率随噪声比例增大产生较大浮动,而本文算法效率仅发生小幅度变化。因此本文算法在确定相似目标位姿方面具有一定优势。

5 结 论

两组相似点云坐标的三个主要分布方向在相对自身时基本共线,相当于点云的三个主要特征向量。利用主向量的相对共线性,建立两组相似点云的基本对应关系。通过比较两组点云在 8 种 PC 坐标对应关系下最近点的平均距离,校正点云主成分方向,实现点云在任意未知关系下的粗匹配,为 ICP 精确配准提供良好的初始位姿。实验证明该算法可实现相似点云任意位姿下的全局配准,并且配准效率与同类算法相比有较大提升,配合点云分割算法即可用于机器人快速确定未知目标姿态。但此算法在点云分布不均匀或有缺陷时结果可能有所偏差,尤其在计算点云自身 PC 坐标原点位置时偏差较大。因此如何在点云分布不规则时保持算法的准确性是需要进一步研究的问题。

致谢 感谢台湾元智大学陈传生老师对我思路的启发并给予我耐心指导。

参 考 文 献

- [1] Besl P J, McKay N. A method for registration of 3-D shapes[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(2): 239-256.
- [2] Chung Y C, Su I F, Lee C, *et al.* Multiple k nearest neighbor search[J]. World Wide Web, 2017, 20(2): 371-398.
- [3] Elseberg J, Magnenat S, Siegwart R, *et al.* Comparison on nearest-neighbor-search strategies and implementations for efficient shape registration[J]. Journal of Software Engineering for Robotics, 2013, 22(3): 268-269.
- [4] Lv L, Sun L. An improved registration algorithm based on geometric feature for the calibration of workpiece coordinate [C]. 35th Chinese Control Conference, Chengdu, Sichuan, 2016: 9475-9480.
- [5] Abdi H, Williams L J. Principal component analysis [J]. Wiley Interdisciplinary Reviews Computational Statistics, 2010, 2(4): 433-459.
- [6] Tao H J, Da F P. Automatic registration algorithm for the point clouds based on the normal vector[J]. Chinese Journal of Lasers, 2013, 40(8): 0809001. 陶海跻, 达飞鹏. 一种基于法向量的点云自动配准方法[J]. 中国激光, 2013, 40(8): 0809001.
- [7] Huang Y, Da F P, Tao H J. An automatic registration algorithm for point cloud based on feature extraction[J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(3): 0308002. 黄源, 达飞鹏, 陶海跻. 一种基于特征提取的点云自动配准算法[J]. 中国激光, 2015, 42(3): 0308002.
- [8] Wei S B, Wang S Q, Zhou C H, *et al.* An iterative closest point algorithm based on biunique correspondence of point clouds for 3D reconstruction [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(5): 0515003. 韦盛斌, 王少卿, 周常河, 等. 用于三维重建的点云单应性迭代最近点配准算法[J]. 光学学报, 2015, 35(5): 0515003.
- [9] Ji S, Ren Y, Ji Z, *et al.* An improved method for registration of point cloud [J]. International Journal for Light and Electron Optics, 2017, 140: 451-458.
- [10] He B W, Lin Z M, Li Y F. An automatic registration algorithm for the scattered point clouds based on the curvature feature [J]. Optics & Laser Technology, 2013, 46(1): 53-60.
- [11] Zeng F X, Li L, Diao X P. Iterative closest point algorithm registration based on curvature features [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(1): 011003. 曾繁轩, 李亮, 刁鑫鹏. 基于曲率特征的迭代最近点算法配准研究[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(1): 011003.
- [12] Chen T F, Gao C H, He B W. Point cloud registration method based on face-mating after denosing [J]. Applied Mechanics and Materials, 2014, 536: 131-135.
- [13] Chen M L, Lu W X, Wan Y C, *et al.* Automatic registration of terrestrial point clouds without additional information[J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(4): 0414003. 陈茂霖, 卢维欣, 万幼川, 等. 无附加信息的地面激光点云自动拼接方法[J]. 中国激光, 2016, 43(4): 0414003.
- [14] Li R Z, Yang M, Tian Y, *et al.* Point cloud registration algorithm based on the ISS feature points combined with improved ICP algorithm[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(11): 111503. 李仁忠, 杨曼, 田瑜, 等. 基于 ISS 特征点结合改进 ICP 的点云配准算法[J]. 激光与光电子学进展,

- 2017, 54(11): 111503.
- [15] Qiao C, Ding Y L, Xu Y S, *et al.* Image registration method based on geo-location information and precision analysis[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(8): 0828001.
乔川, 丁亚林, 许永森, 等. 基于地理位置信息的图像配准方法及精度分析[J]. *光学学报*, 2017, 37(8): 0828001.
- [16] Wang G H, Li N, Li S. Enhanced histogram feature descriptor for automated point cloud registration[C]. 35th Chinese Control Conference, Chengdu, Sichuan, 2016: 7032-7037.
- [17] Rusu R B, Blodow N, Beetz M. Fast point feature histograms (FPFH) for 3D registration [C]. International Conference on Robotics and Automation, Kobe, Japan, 2009: 3212-3217.
- [18] Shu C X, He Y T, Sun Q K. Point cloud registration based on convolutional neural network[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(3): 031001.
舒程珣, 何云涛, 孙庆科. 基于卷积神经网络的点云配准方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(3): 031001.
- [19] Myronenko A, Song X. Point set registration: coherent point drift [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2010, 32(12): 2262-2275.
- [20] Lu M, Zhao J, Guo Y, *et al.* A 3D point cloud registration algorithm based on fast coherent point drift [C]. *Applied Imagery Pattern Recognition Workshop*, Washington, USA, 2015: 1-6.
- [21] Qu H B, Wang J Q, Li B, *et al.* Probabilistic model for robust affine and non-rigid point set matching[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2017, 39(2): 371-384.
- [22] Lawler E L, Wood D E. Branch-and-bound methods: a survey [J]. *Operations Research*, 1966, 14(4): 699-719.
- [23] Yang J, Li H, Jia Y. GO-ICP: solving 3D registration efficiently and globally optimally [C]. *International Conference on Computer Vision*, Sydney, Australia, 2013: 1457-1464.
- [24] Aiger D, Mitra N J, Cohenor D. 4-points congruent sets for robust pairwise surface registration[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2011, 27(3): 85.
- [25] Lei H, Jiang G, Quan L. Fast descriptors and correspondence propagation for robust global point cloud registration[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2017, 26(8): 3614-3623.
- [26] Mian A S, Bennamoun M, Owens R. Keypoint detection and local feature matching for textured 3D face recognition [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2008, 79(1): 1-12.