

# 数字减影血管造影的影像血管狭窄亚像素级自动检测算法

张帆<sup>1</sup>, 陈相廷<sup>1</sup>, 张新红<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>河南大学图像处理与模式识别研究所, 河南 开封 475000;

<sup>2</sup>河南大学软件学院, 河南 开封 475000

**摘要** 由于血管边界形态复杂, 像素级狭窄检测难以有效地反映血管的细节信息。提出了一种基于数字减影血管造影(DSA)的影像血管狭窄的亚像素级自动检测方法, 通过亚像素级分析可以更加准确地辨别狭窄位置并得到更加精确的狭窄程度量化结果。基于自适应多尺度滤波及形态学运算得出血管中轴线, 利用泽尼克矩的旋转不变性对血管管壁进行亚像素级检测, 采用基于动态球的直径测量算法量化直径, 实现了基于 DSA 的影像血管狭窄的亚像素级自动检测。

**关键词** 图像处理; 数字减影血管造影; 亚像素; 狭窄检测; 泽尼克矩

中图分类号 TP391.4

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.041101

## Algorithm of Automatic Detection of Blood Vessel Stenosis with Sub-Pixel Level of Digital Subtraction Angiography

Zhang Fan<sup>1</sup>, Chen Xiangting<sup>1</sup>, Zhang Xinhong<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Image Processing and Pattern Recognition, Henan University, Kaifeng, Henan 475000, China;

<sup>2</sup>School of Software, Henan University, Kaifeng, Henan 475000, China

**Abstract** Owing to the complex morphology of the blood vessel boundary, the stenosis detection with pixel level cannot reflect the details effectively. We propose a sub-pixel automatic detection method of the blood vessel stenosis based on the digital subtraction angiography (DSA), which can identify the location and the degree of the stenosis more accurately and can obtain accurate quantitative results of the stenosis through sub-pixel analysis. Firstly, we extract the central axis of the blood vessel based on the adaptive multi-scale filtering and morphological operations. Secondly, we perform sub-pixel level detection of the blood vessel by the rotation invariance of Zernike moments. Finally, we quantize the diameter using the diameter measurement algorithm based on dynamical ball. Thus, the sub-pixel automatic detection of blood vessel stenosis based on DSA is realized.

**Key words** image processing; digital subtraction angiography; sub-pixel; stenosis detection; Zernike moments

**OCIS codes** 110.3000; 110.2960; 100.2960; 100.3008

## 1 引言

随着医学影像处理技术的快速发展, 计算机辅助诊断为临床医疗提供了重要的参考依据。这些技术使得诊断不再完全取决于专家的个人经验, 大幅

降低了误诊及漏诊的概率。目前常见的医学影像技术主要包括计算机断层扫描、核磁共振、B超、正电子发射断层扫描和数字减影血管造影(DSA)等<sup>[1-2]</sup>。其中, DSA是目前血管检查的金标准, 能在造影过程中清晰地显示血管内血流、血管壁等的情况, 从而有

收稿日期: 2017-08-30; 收到修改稿日期: 2017-10-19

基金项目: 国家科技支撑计划(2015BAK01B06)、河南省自然科学基金(162300410032)

作者简介: 张帆(1967—), 男, 博士, 教授, 主要从事数字图像处理、模式识别等方面的研究。

E-mail: zhangfan@henu.edu.cn

\* 通信联系人。E-mail: 10120039@vip.henu.edu.cn

助于全面判断血管结构及功能的变化。随着医学影像技术的发展,利用计算机检测取代对影像的肉眼观测已经成为可能。血管狭窄的自动检测可以减轻医生的部分负担,为医生诊断提供定量的分析数据。

钙、脂肪和胆固醇在血管中的堆积会形成血管狭窄或阻塞,可能进一步导致粥样硬化和栓塞,引发严重的疾病。因此,对血管的狭窄检测及量化是医学影像处理的一个重要研究方向。目前已经提出了很多血管狭窄检测与量化算法,如树标记算法、管膨胀算法、随机森林算法等<sup>[3-5]</sup>。目前提出的血管狭窄检测与量化算法基本都是像素级的,即最小的分割单位是一个像素。医学影像具有结构复杂、个体差异大的成像特点,基于像素的分析无法完全提取有效边界信息。为提取更多、更精确的病理信息,基于亚像素级的检测与分析具有重要的意义。亚像素精度是指相邻两像素之间进行细分的情况。常用的亚像素级算法包括插值法、拟合法、相位相关法及最优解法等<sup>[6-9]</sup>。插值法是将基于相似性函数得到的关联值插入离散样本点中,以实现亚像素级的精度。拟合法通过对离散图像中的目标或坐标进行拟合得到目标的连续函数形式,从而确定描述物体的各个参数值(位置、尺寸、形状、幅度等)以对目标进行亚像素级的定位。相位相关法是利用傅里叶变换的平移不变性将精度提升至亚像素级。最优解法是通过迭代优化的方法提升处理精度。

目前已经在医学图像配准等应用中实现了亚像素级的高精度配准,但是血管的狭窄检测基本上仍然是像素级的算法。针对这一问题,提出了一种针

对 DSA 血管造影血管狭窄的亚像素级自动检测方法。

## 2 图像滤波与血管中轴线提取

血管中轴线的精确定位是进行血管狭窄检测的前提。血管中轴线的提取方法可分为人工标定法、模型跟踪法、拓扑变换法及形态学运算法等四类。医学影像对比度较低、灰度分布不均且病理结构复杂,基于形态学的运算方法是比较适合于医学影像的处理方法。利用基于形态学的运算方法提取血管中轴线,具有识别率高、误差小的优势,且具有较强的稳健性。

由于医学影像对比度较低,直接进行处理往往结果不佳,因此首先要通过自适应多尺度滤波对原始图像进行增强。血管病理结构复杂,重要特征信息分布集中,狭窄区域附近特征变化呈现高频特性,因此选用具备线性和平移不变性的高斯滤波器标准差作为尺度因子 $\sigma$ 。

黑塞(Hessian)矩阵  $\mathbf{H}$  由图像二阶偏导数组成,根据二维图像  $f(x, y)$  基坐标方向的 4 个二阶偏微分可得出矩阵的特征值  $\lambda_1, \lambda_2$  和特征向量  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ 。特征值反映了局部组织周围的二阶排列结构,可用于增强血管类管状体结构。特征向量反映了血管局部曲率极值,可有效判定血管走向<sup>[10-11]</sup>。尺度空间理论提出,滤波器的输出同尺度因子与滤波对象直径的契合度成正比。同理,在多尺度的迭代过程中,使滤波器参数与尺度因子线性相关可以得到自适应的多尺度滤波。滤波器可表示为

$$v(x, y; \sigma) = \begin{cases} 0, & \lambda_1 < 0 \\ \exp\left(-\frac{D^2}{2\beta^2}\right) \left\{1 - \exp\left[-\frac{S^2}{2(\gamma M)^2}\right]\right\} \left[1 - \exp\left(-\frac{|\lambda_1|}{\alpha}\right)\right], & \lambda_1 \geq 0 \end{cases}, \quad (1)$$

式中  $D = \arctan(\lambda_2/\lambda_1)$ ;  $S = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}$ ;  $M = \|\mathbf{H}\|$ , 即当前尺度下 Hessian 矩阵的模;  $\alpha, \beta, \gamma$  为滤波器的增强参数,  $\gamma$  与响应强度正相关。通过自适应多尺度滤波的预处理过程,血管组织得到有效增强,自适应多尺度滤波的图像增强效果如图 1 所示。

形态学运算是通过目标结构特征及方向信息处理实现对象变换的。利用形态学运算提取血管中轴线,具体实现方法为:1) 构造圆形结构参数,以对二值化的增强图像进行腐蚀;2) 将边界平滑的对象细化为连通轴线;3) 遍历连通轴线的 8 个邻域,设定阈值,剔除孤立及细小连通分支。经过形态学运算

提取的血管中轴线如图 2 所示。

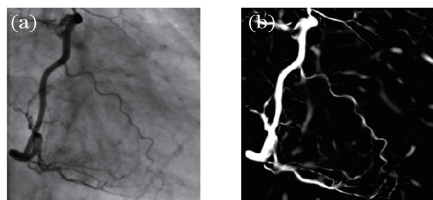


图 1 自适应多尺度滤波的图像增强效果。

(a)原始图像;(b)自适应多尺度滤波图像

Fig. 1 Image enhancement effects of adaptive multi-scale filtering. (a) Original image; (b) image after multi-scale self-adaptive filtering

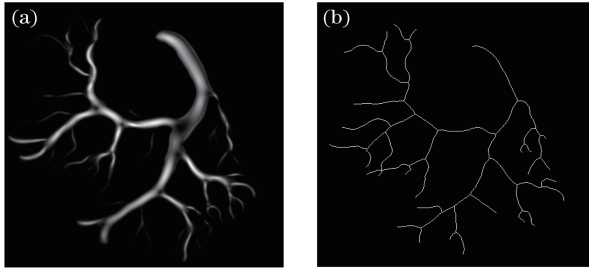


图2 提取的血管中轴线。(a)自适应多尺度滤波后的血管；  
(b)血管中轴线

Fig. 2 Extracted central axis of blood vessel.

(a) Blood vessel after multi-scale self-adaptive filtering;  
(b) central axis of blood vessel

### 3 亚像素级血管边界提取

基于泽尼克(Zernike)矩对 DSA 的影像血管进

行亚像素级的狭窄检测。亚像素是将像素单元进一步细分,是比像素还小的单位,从而提高了图像分辨率。Zernike 矩亚像素边界提取原理是基于自身具备的旋转不变特性,计算出边界判断所需的参数,从而可实现边界的精确定位<sup>[12]</sup>。亚像素定位可以理解为在系统硬件条件不变的情况下,用软件算法提高边缘检测精度的方法。

Zernike 矩是图像函数在一组正交基(Zernike 函数)上的投影<sup>[13-14]</sup>, $n$ 阶 Zernike 矩有  $m$  种表示形式,且 Zernike 矩在单位圆外没有意义。Zernike 函数以极坐标形式表示时有两个变量,即径向坐标  $\rho$  和角度坐标  $\theta$ 。 $n$ 阶  $m$ 次 Zernike 函数定义为

$$V_{nm}(\rho, \theta) = R_{nm} \exp(jm\theta), \quad (2)$$

式中  $m$  和  $n$  取整数,且满足如下条件: $n \geq 0$ ,  $n - |m|$  为偶数且  $|m| \leq n$ ;实值径向多项式  $R_{nm}$  定义为

$$R_{nm}(\rho) = \sum_{s=0}^{(n-|m|)/2} \frac{(-1)^s (n-s)! \rho^{n-2s}}{s! \{[(n+|m|)/2]-s\}! \{(n-|m|)/2-s\}!}. \quad (3)$$

根据正交变换原理,将二维连续图像函数  $f(x, y)$  在单位正交基上展开可得

$$Z_{nm} = \frac{n+1}{\pi} \iint_{x^2+y^2 \leq 1} f(x, y) V_{nm}^*(\rho, \theta) dx dy. \quad (4)$$

(4)式即为  $f(x, y)$  的  $n$  阶  $m$  次 Zernike 矩。

旋转不变性是 Zernike 矩的一个重要性质。将  $f(x, y)$  映射到极坐标单位圆上, Zernike 矩可表示为

$$\begin{aligned} Z_{nm} &= \frac{n+1}{\pi} \iint_{x^2+y^2 \leq 1} f(x, y) V_{nm}^*(\rho, \theta) dx dy = \\ &= \frac{n+1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 f(\rho, \theta) R_{nm}(\rho) \exp(-jm\theta) \rho d\rho d\theta. \end{aligned} \quad (5)$$

将原图旋转  $\varphi$  角度,得到旋转后的图像为  $f'(\rho, \theta)$ , 旋转后的图像与原图的关系为

$$f'(\rho, \theta) = f(\rho, \theta - \varphi). \quad (6)$$

将(6)式代入(5)式可推导得到旋转后的 Zernike 矩为

$$Z'_{nm} = Z_{nm} \exp(-jm\varphi). \quad (7)$$

该结论表明,旋转后的 Zernike 矩与原图的 Zernike 矩相比只有相角发生了变化,幅值仍保持不变。

假设单位圆的圆心位于图像的某个像素点上,并且图像边缘经过该圆,可以建立理想的阶跃边缘模型,亚像素边缘检测示意图如图 3 所示。

图 3 中的圆为单位圆,直线  $L$  被单位圆包含的部分代表理想边缘,圆内  $L$  两侧的灰度分别为  $h$  (背

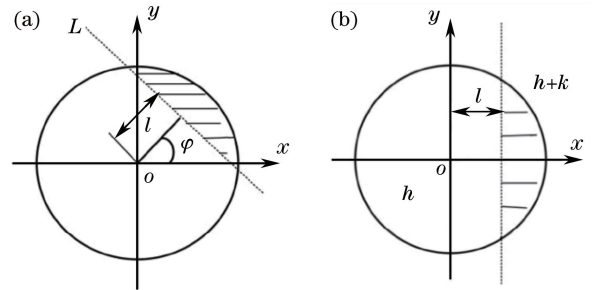


图3 亚像素边缘检测示意图。(a)理想阶跃边缘图像；  
(b)旋转后理想阶跃边缘图像

Fig. 3 Sketch of sub-pixel edge detection. (a) Image of ideal step edge; (b) image of ideal step edge after rotation

景灰度)和  $h+k$ ,  $k$  为阶跃灰度高度。 $l$  为圆心(检测点)到边缘的垂直距离, $\varphi$  为边缘垂线与  $x$  轴的夹角。如果可以计算出  $l, \varphi, k$  和  $h$  这 4 个参数,就能对图像边缘进行精确定位。

根据 Zernike 矩的旋转不变性,图像旋转前后对应的 Zernike 矩的关系为

$$\begin{cases} Z'_{00} = Z_{00} \\ Z'_{11} = Z_{11} \exp(-j\varphi) \\ Z'_{20} = Z_{20} \end{cases} \quad (8)$$

根据图 3(b)所示的亚像素边缘检测理想模型,左侧非阴影区  $f'(x, y)$  的数值为  $h$ ,  $x$  的变化范围为  $[-1, l]$ 。右侧阴影区  $f'(x, y)$  的数值为  $h+k$ ,  $x$  的变化范围为  $[l, 1]$ ,则可以计算出旋转后图像不

同阶次的 Zernike 矩为

$$Z'_{00} = \iint_{x^2+y^2 \leq 1} f'(x, y) V_{00}^* dx dy = h\pi + \frac{k}{2}\pi - k \arcsin l - kl\sqrt{1-l^2}, \quad (9)$$

$$Z'_{11} = \iint_{x^2+y^2 \leq 1} f'(x, y) V_{11}^* dx dy = \frac{2k}{3}(1-l^2)^{3/2}, \quad (10)$$

$$Z'_{20} = \iint_{x^2+y^2 \leq 1} f'(x, y) V_{20}^* dx dy = \frac{2k}{3}l(1-l^2)^{3/2}. \quad (11)$$

由(9)~(11)式可以推导出 4 个亚像素边缘检测参数,分别表示为

$$l = \frac{Z'_{20}}{Z'_{11}}, \quad (12)$$

$$k = \frac{3Z'_{11}}{2(1-l^2)^{3/2}}, \quad (13)$$

$$h = \frac{Z'_{00} - k/2\pi - k \arcsin l - kl\sqrt{1-l^2}}{\pi}, \quad (14)$$

$$\varphi = \arctan \left[ \frac{\text{Im}(Z'_{11})}{\text{Re}(Z'_{11})} \right]. \quad (15)$$

参数  $l$  和  $k$  的选取是亚像素边缘检测的判定依据,需满足  $(k \geq \tau) \cap (l \leq \delta)$ , 其中  $\tau$  和  $\delta$  为选定的阈值。 $k \geq \tau$  表示灰度阶跃必须到达一定高度才为可

感知边缘,  $l \leq \delta$  表示若检测点到边缘的距离小于阈值则判定为边缘点。在实际应用中,为简化复杂公式的变换并降低算法复杂度,通常通过  $N \times N$  的 Zernike 系数模板与原图像素进行卷积实现<sup>[12]</sup>。

亚像素边缘公式的推导和 Zernike 系数模板的计算均在单位圆内进行。在边缘检测的过程中,通常将  $N \times N$  的系数模板置于检测图像上进行移动,同时与对应像素进行卷积运算。此时模板的覆盖范围为模板中心附近  $N \times N$  个像素,单位圆的半径随之变为  $N/2$ 。因此需要将单位圆上计算出的距离  $l$  放大  $N/2$  倍,以满足  $N \times N$  模板所需的形式。对模板的放大效应进行修正后,可以得到采用 Zernike 系数模板进行亚像素边缘检测的计算公式,表示为

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \frac{Nl}{2} \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{bmatrix}. \quad (16)$$

同时距离阈值也相应修改为

$$l \leq \frac{2\delta}{N}. \quad (17)$$

图 4 为基于 Zernike 矩的亚像素边缘提取与狭窄检测结果。基于 Zernike 矩的 DSA 图像亚像素血管边缘提取结果如图 4(a)所示。由图 4 可以看出,基于 Zernike 矩的亚像素边缘提取算法提取边缘清晰度高,抗噪性强,血管边缘有较好的连续性。

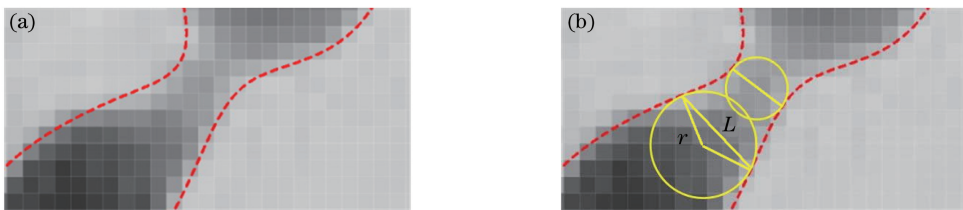


图 4 基于 Zernike 矩的亚像素边缘提取与狭窄检测结果。(a)亚像素边缘提取;(b)基于动态球的直径测量示意图

Fig. 4 Sub-pixel edge extraction and stenosis detection based on Zernike moments. (a) Extraction of sub-pixel edge; (b) schematic of diameter measurement based on dynamical ball

针对管状结构的量化分析分为连续性检测方法和离散性检测方法两类。连续性检测方法基于目标平滑张量,适用于形态变化较小,结构稳定的对象,常用于工业领域的测量。离散性检测方法基于目标分段特征值,根据管状结构特征变化,将管腔分割成相对平滑的细小片段后进行测量。该方法适用于目标结构复杂、形态变化较大的医学数字图像处理领域。

传统测量方法受限于设备精度和处理时间要求等因素。通常根据血管整体走向确定切线斜率,之

后平移切线,利用切线与血管边缘交点间的距离近似取代血管直径。传统测量方法虽然简易便捷,但是对狭窄附近组织的测量会缺失一部分特征信息,无法完全反映狭窄段的形态结构变化,因此提出一种基于动态球的血管直径测量算法,基于动态球的直径测量示意图如图 4(b)所示。该算法以中轴线上的点为圆心,将圆膨胀至平衡状态,此时圆心与血管边缘接触点的长度即为平衡球半径  $r$ ,半径间的夹角为  $\theta$  ( $0 < \theta \leq \pi/2$ ),圆的直径  $d$  即为当前位置的血管直径,可表示为

$$d = 2r \sin(\theta/2), \theta \in (0, \pi]. \quad (18)$$

基于动态球算法测得的直径较传统测量方法更加接近人工标注结果。尤其在血管狭窄附近及形态结构变化密集的区域,所提算法的测量结果包含更多形态特征信息,更接近血管结构实际值。

## 4 实验结果

目前 DSA 图像血管的狭窄检测缺乏公开的标准图像数据库。为评估所提算法在临床实践中的可

行性及测量精度,采用临床冠状动脉 DSA 图像进行检测,并请多位影像学专家利用 DSA 图像软件对图像中的血管狭窄进行测量与标定。使用的 DSA 设备型号为 3100IQ(GE 公司,美国)。实验采集频率为  $15 \text{ frame} \cdot \text{s}^{-1}$ , 图像分辨率为  $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 。所提算法的实验环境为:CPU 型号为 Intel 至强 E5-2400,CPU 频率为 1.8 GHz,内存为 8 G。操作系统为 Windows 7,编程环境为 Matlab 2014a。所提方法的检测结果如图 5 所示。

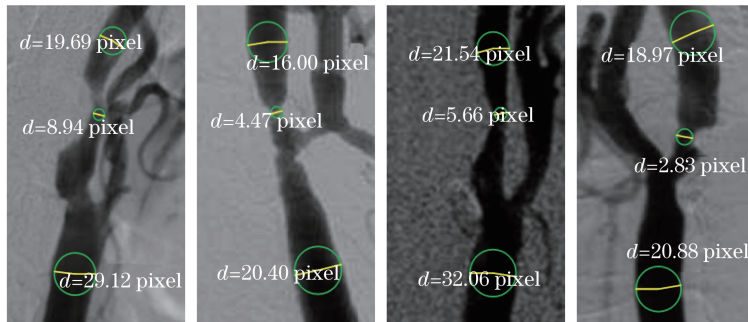


图 5 所提方法的检测结果

Fig. 5 Detection results of proposed method

将所提算法的实验结果与水平集检测方法和 Steger 算法两种狭窄检测方法进行对比。水平集检测方法采用了距离正则化水平集算法(DRSLE)<sup>[15]</sup>,具体实现方法如下:1)对 DSA 图像进行自适应多尺度滤波,对图像进行增强预处理;2)采用 DRSLE(设定迭代次数为 2000)检测血管边缘,目测找到血管中的狭窄位置;3)采用 GE 公司自带的图像软件直接在图像上对狭窄血管进行测量。

Steger 算法<sup>[16-17]</sup>采用 Hessian 矩阵确定图像中线条边缘的法线方向,并通过求解法线方向上的极值点得到线条边缘的位置,再在图像上对狭窄血管进行测量。

实验中,分别请三位影像科专家对相同的样本 DSA 图像的同狭窄血管段进行独立测量,取三位专家测量结果的平均值作为专家标定值。由于缺乏标准 DSA 图像狭窄检测数据库,以专家标定值作为评判算法性能的参考。图 6 为部分实验结果的对比。分别对 12 处血管狭窄由影像科专家、水平集检测方法、Steger 算法和所提方法进行检测。从图 6 可以看出,所提方法的结果更加接近专家标注结果。

血管狭窄率  $R_{\text{NASCET}}$  的计算通常采用北美症状性颈动脉内膜切除实验(NASCET)、欧洲颈动脉外科实验和颈动脉三种计算方法<sup>[18]</sup>。其中 NASCET 法应用最广泛,其计算公式为

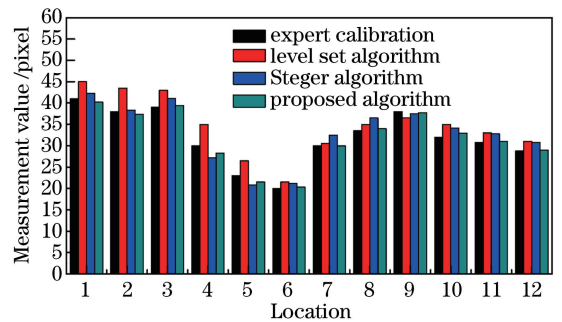


图 6 实验结果的比较

Fig. 6 Comparison of experimental results

$$R_{\text{NASCET}} = \left(1 - \frac{D_{\min}}{D'}\right) \times 100\%, \quad (19)$$

式中  $D_{\min}$  为狭窄段最窄直径,  $D'$  为狭窄远端正常直径。对于冠状动脉,狭窄程度可分为 4 级。狭窄 I 级病变对应 NASCET 狭窄率为 1%~25%; II 级病变对应狭窄率为 26%~50%; III 级病变对应狭窄率为 51%~75%; IV 级病变对应狭窄率为 76%~100%。狭窄程度达到 III 级时,诊断为冠心病。

所提算法得到的 NASCET 血管狭窄率实验及比较结果如表 1 所示。由表 1 可以看出,水平集检测方法得到的 NASCET 血管狭窄率整体低于专家的平均标定值,平均误差为 5.80%。Steger 算法的狭窄率与专家平均标定值相比有一定的波动,平均的绝对值误差为 3.38%。所提算法得到的狭窄率略

高于专家的平均标定值,平均误差为 1.47%。因此所提算法在 NASCET 血管狭窄率结果上更接近医学专家的平均标定值,具有较高的精度。

表 1 DSA 图像狭窄实验及对比结果(NASCET 狭窄率)

Table 1 Stenosis experimental and contrast results of DSA images (stenosis rate of NASCET) %

Location	$R_{\text{NASCET}}$			
	Expert calibration	Level set algorithm	Steger algorithm	Proposed algorithm
1	45.2	39.6	48.2	46.8
2	40.8	36.2	44.6	42.1
3	52.6	45.7	50.0	55.2
4	37.9	33.6	39.9	38.1
5	28.1	22.8	26.2	28.9
6	55.5	50.5	59.6	57.9
7	56.7	49.9	62.5	58.3
8	33.5	29.1	30.8	33.2
9	60.9	49.5	66.6	63.4
10	41.1	37.4	38.9	42.5
11	33.7	30.8	36.1	42.9
12	22.4	20.1	24.2	23.5

## 5 结 论

目前已在医学图像配准等应用中实现了亚像素级的高精度配准,但血管的狭窄检测基本上仍为像素级的算法。提出了一种 DSA 影像血管狭窄的亚像素级自动检测方法,该方法利用自适应多尺度滤波及形态学运算获取血管中轴线,可有效弥补 DSA 影像相邻灰阶差异小的弊端,结合基于 Zernike 矩的亚像素边界提取,将血管边缘定位精度提升至更加精确的亚像素级别。同时采用基于动态球的直径测量算法量化直径,实现了 DSA 血管狭窄的亚像素级自动检测。实验结果表明,所提算法在血管直径及狭窄程度检测结果上更接近医学专家的平均手工标定值。平均误差符合临床实际检测的允许误差范围,具有较高的精度。

## 参 考 文 献

- [1] Saha P K, Strand R, Borgefors G. Digital topology and geometry in medical image processing: A survey [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2015, 34(9): 1940-1964.
- [2] Chen X T, Zhang F, Zhang Y F, *et al.* Research on stenosis detection and quantification of coronary artery in CT angiography [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(8): 080006.  
陈相廷, 张帆, 张一凡, 等. CT 造影冠状动脉狭窄

检测与量化的相关研究[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(8): 080006.

- [3] Li Q, Zhou G Z, Xiao T Q. High precision registration of dual energy CT images with synchrotron radiation[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(4): 0411003.  
李巧, 周光照, 肖体乔. 同步辐射双能 CT 图像的高精度配准研究[J]. 光学学报, 2016, 36(4): 0411003.
- [4] Zhu D S, Fu J, Zhang Y, *et al.* Sensitivity and specificity of double-track sign in the detection of transverse sinus stenosis: A multicenter retrospective study[J]. PLoS One, 2015, 10(8): e0135897.
- [5] Cai J J, Wu D, Mo Y Q, *et al.* Comparison of extracranial artery stenosis and cerebral blood flow, assessed by quantitative magnetic resonance, using digital subtraction angiography as the reference standard[J]. Medicine, 2016, 95(46): e5370.
- [6] Pang J H, Fang L, Zeng J, *et al.* Subpixel-based image scaling for grid-like subpixel arrangements: A generalized continuous-domain analysis model[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2016, 25(3): 1017-1032.
- [7] Pan B, Wang B. Digital image correlation with enhanced accuracy and efficiency: A comparison of two subpixel registration algorithms[J]. Experimental Mechanics, 2016, 56(8): 1395-1409.
- [8] Hong X T, Qian Y X. High-accuracy measurement of sub-pixel image motion based on hybrid photoelectric joint transform correlator[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(2): 0212001.  
洪雪婷, 钱义先. 高精度光电混合联合变换相关的亚像素像移测量[J]. 光学学报, 2015, 35(2): 0212001.
- [9] Zeng F X, Li L, Diao X P. Iterative closest point algorithm registration based on curvature features [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(1): 0111003.  
曾繁轩, 李亮, 刁鑫鹏. 基于曲率特征的迭代最近点算法配准研究[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(1): 0111003.
- [10] Zhang F, Zhang X H, Liu X X, *et al.* Blood vessel enhancement for DSA images based on adaptive multi-scale filtering[J]. Optik - International Journal for Light and Electron Optics, 2014, 125(10): 2383-2388.
- [11] Wink O, Niessen W J, Viergever M A. Multiscale vessel tracking [J]. IEEE Transactions on Medical

- Imaging, 2004, 23(1): 130-133.
- [12] Gao S Y, Zhao M Y, Zhang L, *et al.* Improved algorithm about subpixel edge detection of image based on Zernike orthogonal moments [J]. Acta Automatic Sinica, 2008, 34(9): 1163-1168.  
高世一, 赵明扬, 张雷, 等. 基于 Zernike 正交矩的图像亚像素边缘检测算法改进 [J]. 自动化学报, 2008, 34(9): 1163-1168.
- [13] Chen L X, Hu X C, Han K, *et al.* Improvement method for fitting high-frequency phase by Zernike polynomials [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(3): 0314001.  
陈丽霞, 胡小川, 韩开, 等. Zernike 多项式对空间高频相位拟合的改进方法 [J]. 光学学报, 2016, 36(3): 0314001.
- [14] Wang Z Q, Zhang P F, Qiao C H, *et al.* Simulation and analysis of general model-based wave-front sensorless adaptive optics system [J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(9): 0905002.  
王志强, 张鹏飞, 乔春红, 等. 基于普适模型的无波前探测自适应光学系统仿真与分析 [J]. 中国激光, 2016, 43(9): 0905002.
- [15] Li C M, Xu C Y, Gui C F, *et al.* Distance regularized level set evolution and its application to image segmentation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(12): 3243-3254.
- [16] Steger C. An unbiased detector of curvilinear structures [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 1996, 20(2): 113-125.
- [17] Steger S, Bozoglu N, Kuijper A, *et al.* Application of radial ray based segmentation to cervical lymph nodes in CT images [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2013, 32(5): 888-900.
- [18] de Cecco C N, Varga-Szemes A, Meinel F G, *et al.* Beyond stenosis detection: Computed tomography approaches for determining the functional relevance of coronary artery disease [J]. Radiologic Clinics, 2015, 53(2): 317-334.