

# 拉盖尔-高斯光束在凸台周围的气动光学效应

蒋倩雯<sup>1</sup>, 辛煜<sup>1\*</sup>, 张淇博<sup>1</sup>, 许凌飞<sup>2</sup>, 赵琦<sup>1</sup>

<sup>1</sup>南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094;

<sup>2</sup>上海机电工程研究所, 上海 201109

**摘要** 为研究拉盖尔-高斯(LG)光束在经过凸台周围流场后的气动光学效应,采用二阶紧致差分和四阶龙格库塔积分对抛物型的复振幅方程进行求解,比较了具有不同拓扑荷数的 LG 光束在同一流场环境下的光强分布、同一光束在同一流场中数值仿真的光程差(OPD)分布与沿光束路径积分的 OPD 分布,以及不同拓扑荷数的 LG 光束与高斯光束在不同马赫数、不同攻角、不同海拔下的 Strehl 比(SR)以及成像偏移。仿真结果表明,在同一流场中, LG 光束的拓扑荷数越大,振幅形态保持越好,但光强衰减越大,成像偏移越大。而同一流场下拓扑荷数对 LG 光束的 SR 数值几乎无影响, LG 光束的相位稳定性均优于高斯光束。在振幅稳定性方面,与高斯光束相比, LG 光束受海拔和攻角变化的影响更大。

**关键词** 大气光学; 气动光学; 传输特性; 数值仿真; 拉盖尔-高斯光束; 凸台

中图分类号 O439 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.040101

## Aero-Optical Effect of Laguerre-Gaussian Beams Around Turret

Jiang Qianwen<sup>1</sup>, Xin Yu<sup>1</sup>, Zhang Qibo<sup>1</sup>, Xu Lingfei<sup>2</sup>, Zhao Qi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China;*

<sup>2</sup>*Shanghai Institute of Electro-Mechanical Engineering, Shanghai 201109, China*

**Abstract** To study the aero-optical effect of Laguerre-Gaussian (LG) beams passing through the flow field around a turret, we solve parabolic beam equations of complex amplitude by second-order compact differences and fourth-order Runge-Kutta integration. In the same flow field, light intensity distributions of LG beams with different topological charges, optical path differences (OPD) of the same beam calculated by numerical simulations and integrated along optical path are both compared. Strehl ratio (SR) and imaging displacement are calculated at different Mach numbers, different angles of attack, and different altitudes, and compared among Gaussian beam and LG beams with different topological charges. The simulation results show that in the same flow field, the larger topological charge the LG beam has, the better the shape of amplitude keeps, but the larger the attenuation and imaging displacement are. In the same flow field, the topological charges have nearly no impact on SR of LG beams, and the phase stability of LG beams is always better than Gaussian beam. Changes of altitude and angle of attack have bigger impact on the imaging displacement of LG beams compared with that of Gaussian beams.

**Key words** atmospheric optics; aero-optics; propagation characteristics; numerical simulation; Laguerre-Gaussian beams; turret

**OCIS codes** 010.1290; 260.6042

收稿日期: 2017-10-12; 收到修改稿日期: 2017-10-30

基金项目: 国家自然科学基金(61077012, 611107011, 61675098)

作者简介: 蒋倩雯(1992—), 女, 硕士研究生, 主要从事气动光学方面的研究。E-mail: Tosehun@yeah.net

导师简介: 赵琦(1961—), 男, 博士, 教授, 主要从事光场调控、传输与应用方面的研究。E-mail: zhaoqi@njjust.edu.cn

\* 通信联系人。E-mail: yxin@njjust.edu.cn

# 1 引言

凸台作为飞行器上定向能量系统的投射平台,常用以发射和接收目标光信号<sup>[1]</sup>。当飞行器以超过 0.3 Ma 的速度飞行时,凸台非气动最优化的几何外形会使其周围形成复杂的流场<sup>[2]</sup>,从而对光信号产生不可忽略的气动光学效应。近年来,对有关机载光学器件周围的流场所造成的气动光学效应的研究日益增多。Guo 等<sup>[3]</sup>在对近空区域内高超音速飞行器周围的流场所造成的气动光学效应的研究中,使用光线追迹的方法研究了不同海拔、攻角、光束入射角以及马赫数对光束传播的影响。Xu 等<sup>[4]</sup>提出了弱散射模型用以仿真和计算光束经过气动区域后的光强分布。Porter 等<sup>[5]</sup>通过夏克-哈特曼波前传感器记录了机载平形窗口凸台周围的气动光学畸变。Mani 等<sup>[6]</sup>对光束经过气动区域后的光学畸变程度评估提出了新的评价准则。冯定华等<sup>[7]</sup>研究了凹腔剪切层处的光学传输效应。郑勇辉等<sup>[8]</sup>依据柯林斯公式和角谱衍射理论研究了激光通过猫眼镜头的气动传输效应。在以上对气动光学效应的研究中,除文献<sup>[4]</sup>外,计算光学传输效应依据的原理均为光线追迹理论,且光源均使用高斯光束。

涡旋光束自 1989 年由 Couillet 等<sup>[9]</sup>提出后就因其螺旋形相位和携带的轨道角动量(OAM)引起了人们广泛的讨论<sup>[10-11]</sup>,尤其是 OAM 可以用于提高

光通信容量的特点<sup>[12]</sup>,使得众多学者对涡旋光束在大气中传播特性的研究产生了兴趣<sup>[13-14]</sup>,然而对涡旋光束在气动区域中的传输特性还鲜有提及。由于涡旋光束理论上可以看作具有不同径向指数和相同角向指数的拉盖尔-高斯(LG)光束的线性叠加<sup>[15]</sup>,因此本文将研究分别以攻角、海拔、飞行速度作为流场唯一变化条件时,具有不同拓扑荷数的 LG 光束经过凸台周围流场后的气动光学效应。

## 2 理论分析

### 2.1 气动模型

LG 光束所经过的流场为一凸台周围的流场。参考反潜机的凸台位置,凸台位于飞行器腹部前端且远离机翼,故将模型简化为凸台置于一平面中心,即凸台底面圆心位置为(0,0)。流场及凸台尺寸如图 1 所示<sup>[16]</sup>。为观察凸台及其周围的流场对光束的影响,光束所经过的流场选取的是凸台正上方 2.00 m × 2.00 m × 1.73 m 的流场,LG 光束沿着凸台纵轴垂直出射,观察方向为沿着光束出射的反方向。攻角定义为来流与凸台横轴的夹角,向上为正,向下为负,图 1 所示流场中,左侧为来流入口,右侧为来流出口。

参考反潜机与歼击机的飞行高度和速度,采用 Computational Fluid Dynamics 仿真时,设置飞行速度为 1.6~4.6 Ma,飞行高度为 7~10 km,攻角为  $-25^\circ \sim -10^\circ$ ,流场仿真方法选用大涡模拟(LES)。

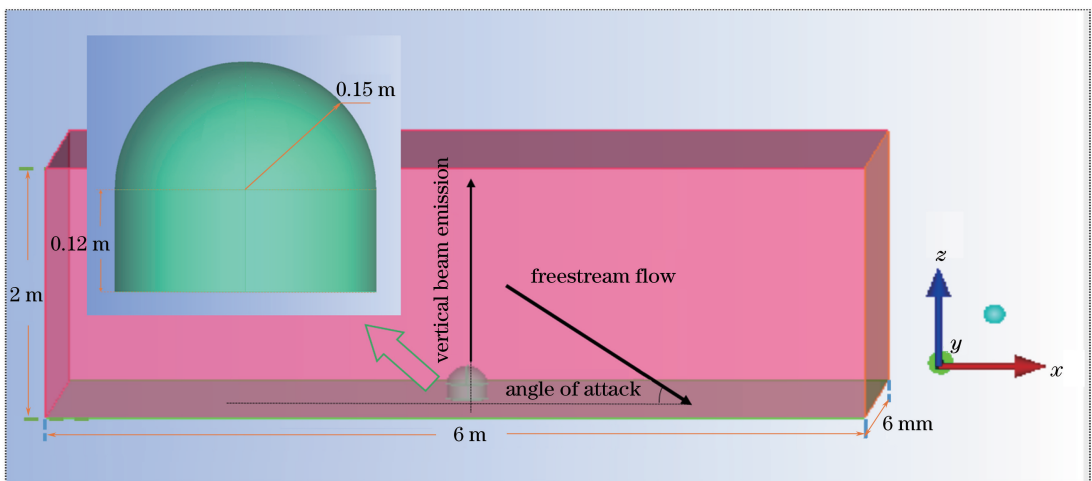


图 1 凸台尺寸示意图

Fig. 1 Turret size diagram

当凸台前端迎着来流时,其底端会产生流动分离并形成旋涡,旋涡会一直向凸台后方延展,如图 2 所示。

当来流为超音速时,凸台头部会形成如图 3 所

示的弓形激波。

### 2.2 传输模型

为研究 LG 光束在凸台周围流场中的传输特性,采用径向指数  $p=0$ ,角向指数  $l=1,2,3$  的 LG

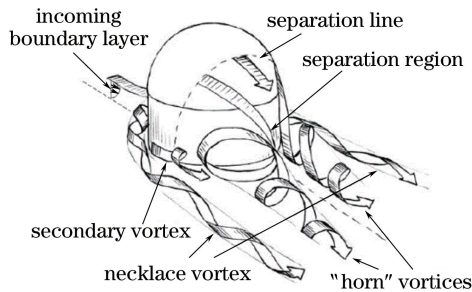
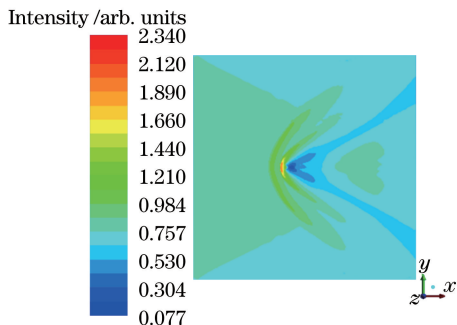
图2 凸台周围流场结构图<sup>[17]</sup>Fig. 2 Schematic of flow field around the turret<sup>[17]</sup>

图3 密度云图

Fig. 3 Contour of density

光束(为方便描述,分别简记为 L1、L2、L3)作为仿真对象,并与相同流场环境下高斯光束的光畸变进行了比较。高斯光束在初始面上的振幅分布为

$$A(x, y, z) = \exp\left\{\frac{-a_0 k(x^2 + y^2)/[2(1 + ia_0 z)]}{1 + ia_0 z}\right\}, \quad (1)$$

式中  $a_0 = 2/(1 + k\omega_0^2) + i/R_0$ ,  $k$  为波数,  $R_0$  为波前初始半径,  $\omega_0$  为光束初始束腰半径。LG 光束在初始面上的振幅分布为<sup>[18]</sup>

$$A(x, y, z, p, l) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(|l| + p)!}} \frac{1}{\omega(z)} \times \exp[i(2p + |l| + 1)\varphi(z)] \left[\frac{\sqrt{2(x^2 + y^2)}}{\omega(z)}\right]^{|l|} \times L_p^{|l|} \left[\frac{2(x^2 + y^2)}{\omega^2(z)}\right] \times \exp\left[-ik \frac{x^2 + y^2}{2q(z)} + il \arctan \frac{y}{x}\right], \quad (2)$$

式中  $\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + Z_N^2}$ ,  $Z_N = z/Z_R$ ,  $Z_R = k\omega_0^2/2$ ,  $\varphi(z) = \arctan Z_N$ ,  $q(z) = z + iZ_R$ 。

光束在非均匀介质中传播时,麦克斯韦方程可以简化为亥姆霍兹方程:

$$\nabla^2 U(\mathbf{r}) + k^2 n^2(\mathbf{r})U(\mathbf{r}) = 0, \quad (3)$$

式中  $\nabla$  表示微分算子,矢量  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ , 非均匀介质折射率  $n(\mathbf{r}) \approx 1 + K_{gd}\rho(\mathbf{r})$ , 其中 G-D(Gladstone-

Dale) 系数  $K_{gd} = 2.24 \times 10^{-4} \times [1 + (7.52 \times 10^{-3})/\lambda^2]$  (单位为  $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ ), 将密度数据  $\rho(\mathbf{r})$  转化为折射率数据,  $\lambda$  为波长(单位为  $\mu\text{m}$ )。将光场复振幅  $U(\mathbf{r})$  展开为抛物型表达式  $U(\mathbf{r}) = A(x, y, z)e^{ikz}$ , 将其代入(3)式中可得

$$\nabla_{\perp}^2 A + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + 2ik \frac{\partial A}{\partial z} + k^2 \left(\frac{n^2}{n_r^2} - 1\right) A = 0, \quad (4)$$

式中  $\nabla_{\perp}$  为拉普拉斯算子横向分量,  $n$  为折射率,  $n_r$  为自由空间折射率。令  $\partial A/\partial z = f(z, A)$ , 在满足傍轴近似  $|\partial_{zz} A| \ll |k \partial_z A|$  时, (4) 式可以演变为振幅  $A$  对传播方向  $z$  的隐式微分方程<sup>[19]</sup>:

$$f(z, A) \approx \frac{i}{2k} \nabla_{\perp}^2 A + \frac{ik}{2} \left[\left(\frac{n}{n_r}\right)^2 - 1\right] A. \quad (5)$$

对于  $A$  横截面上的二阶偏导  $\nabla_{\perp}^2 A = \partial^2 A/\partial x^2 + \partial^2 A/\partial y^2$ , 采用二阶紧致差分方法进行计算, 再沿着积分路径采用四阶龙格库塔积分即可得到目标距离处的光振幅分布, 并由此可以直接求解出光程差(OPD)分布:

$$\Delta = \frac{\lambda}{2\pi} \text{Re} \left( -i \ln \frac{A^{n+1}}{A_r^{n+1}} \right), \quad (6)$$

式中  $A^{n+1}$ 、 $A_r^{n+1}$  分别为光束在气动区域和自由空间中传播同等距离后的振幅分布, 一般计算 OPD 则是沿着光束路径进行积分计算, 即

$$O_{PD} = \int (n - n_r) dz = \int K_{gd}(\rho - \rho_r) dz, \quad (7)$$

式中  $\rho$  和  $\rho_r$  分别为空间点密度和空间点参考密度。光束穿过凸台周围流场后, 采用 Strehl 比(SR)和成像偏移两种参数分别从相位稳定性和振幅稳定性两方面对成像质量进行评价。SR 通常采用的计算公式为<sup>[20]</sup>

$$S_R = \exp[-(k\Delta_{rms})^2], \quad (8)$$

式中  $\Delta_{rms}$  为 OPD 的均方差。成像偏移的计算公式为

$$\Delta \bar{\mathbf{r}} = \bar{\mathbf{r}} - \bar{\mathbf{r}}_0, \quad (9)$$

式中  $\bar{\mathbf{r}}$  和  $\bar{\mathbf{r}}_0$  分别为光束经过气动区域和未经过气动区域的光束质心位置。

### 3 振幅和 OPD 仿真结果

采取攻角分别为  $-10^\circ$ ,  $-15^\circ$ ,  $-20^\circ$ ,  $-25^\circ$ , 海拔分别为 7, 8, 9, 10 km, 飞行速度分别为 1.6, 2.6, 3.6, 4.6 Ma 的条件进行仿真, 仿真光束为波长均为  $1.06 \mu\text{m}$ 、光束束腰半径为 0.5 m 的 L1、L2、L3 3 种拓扑荷数的 LG 光束和高斯光束。图 4(a)~(d)、图 4(e)~(h) 分别为高斯光束和 LG 光束的初始光强分布和相位分布。

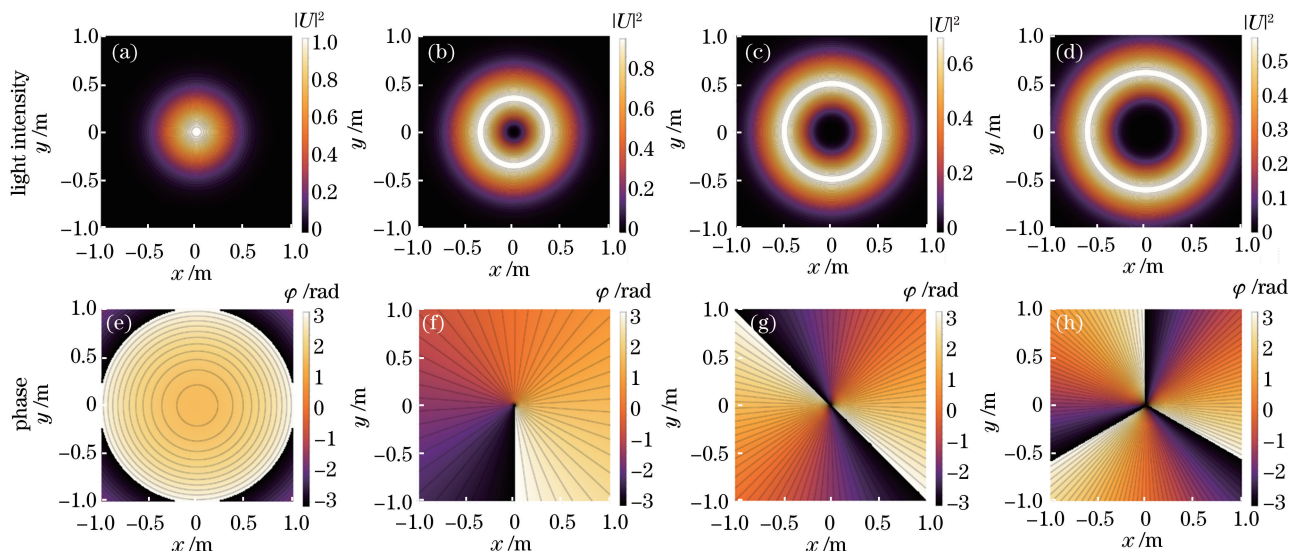


图4 光强分布和相位分布。(a)(e)高斯光束;(b)(f)L1光束;(c)(g)L2光束;(d)(h)L3光束

Fig. 4 Light intensity and phase distributions. (a)(e) Gaussian beam; (b)(f) L1 beam; (c)(g) L2 beam; (d)(h) L3 beam

### 3.1 振幅仿真结果

以飞行速度为 2.6 Ma、海拔为 10 km、攻角为  $-15^\circ$  的流场为例(但不限于该条件下的流场),图 5 为该条件流场下的高斯光束以及  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  这 3 种

拓扑荷数的 LG 光束的振幅分布,呈现出的规律是在同一流场条件下,拓扑荷数越大, LG 光束振幅形态保持得越好,但光强衰减越大。

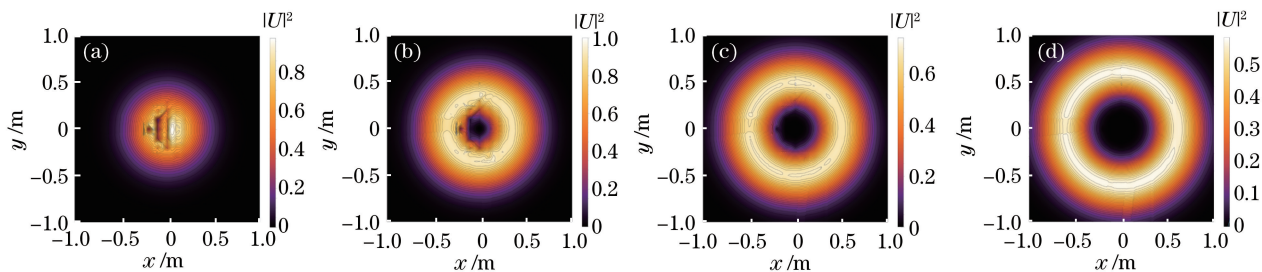


图5 光强分布。(a)高斯光束;(b) L1 光束;(c) L2 光束;(d) L3 光束

Fig. 5 Light intensity distributions. (a) Gaussian beam; (b) L1 beam; (c) L2 beam; (d) L3 beam

### 3.2 OPD 仿真结果

以飞行速度为 2.6 Ma、海拔为 10 km、攻角为  $-15^\circ$  的流场为例(但不限于该流场),图 6 为 L1 光束在该条件流场下的数值仿真计算所得 OPD 分布与沿着光束路径积分计算所得的 OPD 分布以及两

者之差的结果分布。从图 6(a)、(b)中可以明显看出凸台头部弓形激波造成的激波状 OPD 分布。而图 6(c)所显示的两种算法的 OPD 之差可以在一定程度上验证数值仿真算法的准确度。

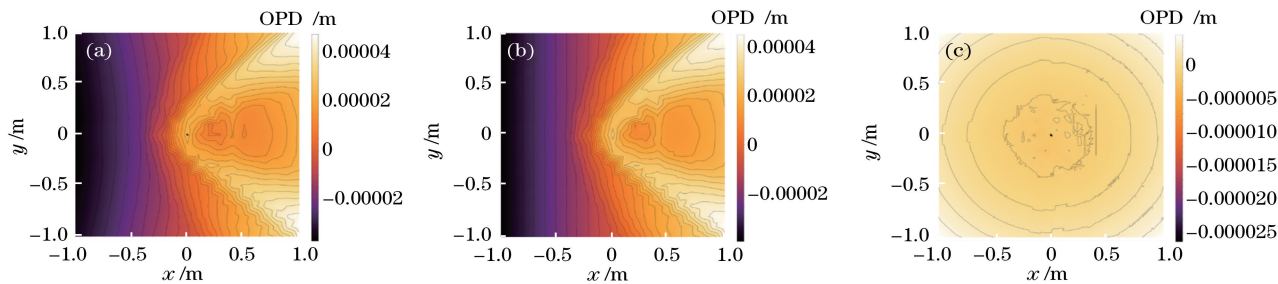


图6 (a)数值仿真 OPD,(b)沿光束路径积分 OPD 以及(c)两者之差

Fig. 6 OPDs calculated by (a) numerical simulations, (b) integral along optical path, and (c) differences of OPDs calculated by two methods

## 4 振幅和相位稳定性

使用 SR 和成像偏移讨论 LG 光束和高斯光束的相位稳定性和光信号接收系统的振幅稳定性。

### 4.1 光束的相位稳定性

(8)式所表述的 SR 与光束的 OPD 均方差呈负相关关系,故使用 SR 来描述光束的相位稳定性。图 7 是在  $-15^\circ$  攻角、10 km 飞行高度下,高斯光束和 L1、L2、L3 光束的 SR 值随马赫数的变化曲线。

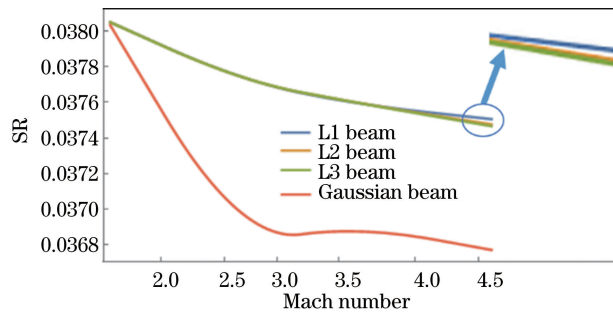


图 7 SR 随马赫数的变化曲线图

Fig. 7 Curves of SR at different Mach numbers

由图 7 可知,随着马赫数的增加,各光束的 SR 值呈现减小的趋势,并且在同一马赫数下,LG 光束的 SR 值总是优于高斯光束。在图 7 中 4.6 Ma 处可以看出 L1、L2、L3 光束出现了 SR 数值上的分层,从上到下依次为 L1、L2、L3 光束的 SR 值,L1、L2、L3 光束在相同马赫数下的 SR 值在  $10^{-9} \sim 10^{-8}$  范围浮动,该数值浮动可以看作系统计算误差。但在多数流场中(此处流场是指所有仿真流场,而非马赫数作为唯一变化条件的 4 个流场),LG 光束在同一一流场环境中的 SR 值呈现出随拓扑荷数增大而减小的趋势,并且由于在 4.6 Ma 处可以看到更为明显的数值分层,因此推测该数值浮动可能表明在相同马赫数下,LG 光束的 SR 值随拓扑荷数的增大而减小。但宏观上,在相同马赫数下,LG 光束的拓扑荷数对 SR 值几乎无影响。

图 8 为高斯光束和 L1、L2、L3 光束的 SR 值在 2.6 Ma、10 km 海拔下随攻角变化的曲线图。

由图 8 可以看出,在 2.6 Ma 飞行速度、10 km 海拔处,随着攻角的减小,LG 光束和高斯光束的相位稳定性随之降低,这是由于攻角越小,靠近凸台的流场中空气压缩越强烈。在同一攻角下,LG 光束的相位稳定性总是优于高斯光束。如图 8 所示,L1、L2、L3 光束的 SR 曲线几乎完全重叠,多处数据显示,不同 LG 光束在相同攻角下的 SR 数值会随

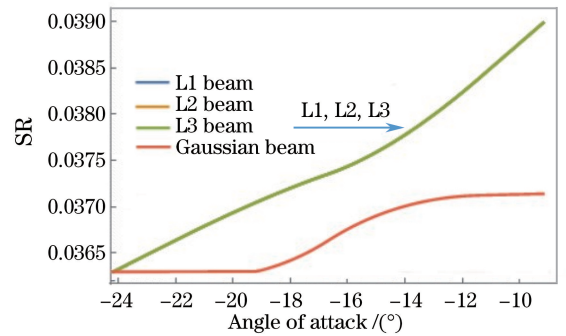


图 8 SR 随攻角变化曲线图

Fig. 8 Curves of SR at different angles of attack

着拓扑荷数的增大而在  $10^{-9} \sim 10^{-8}$  量级上减小。因此推测在相同攻角下,LG 光束的相位稳定性可能会随拓扑荷数的增大而降低。但宏观上,在同一攻角下,拓扑荷数对 LG 光束的相位稳定性几乎没有影响。

图 9 为高斯光束和 L1、L2、L3 光束的 SR 值在  $-15^\circ$  攻角、2.6 Ma 飞行速度下,随海拔变化的曲线。

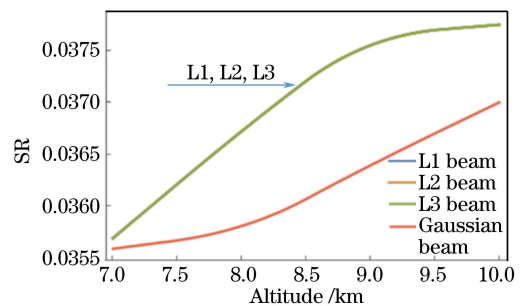


图 9 SR 随海拔变化曲线图

Fig. 9 Curves of SR at different altitudes

由图 9 可知,随着海拔的升高,各光束的 SR 值均在逐渐增大,这是由海拔越高、空气越稀薄、空气密度越低造成的。在同一海拔下,LG 光束的 SR 总是优于高斯光束,同样,L1、L2、L3 光束的 SR 曲线几乎完全重叠。在同一海拔下,较多的数据呈现出随着 LG 光束拓扑荷数的增大,LG 光束的 SR 数值轻微减小的趋势,数值浮动在  $10^{-9} \sim 10^{-8}$  量级,可以推测在相同海拔下,LG 光束的 SR 值可能随着拓扑荷数的增加而减小。但宏观上,在同一海拔下,LG 光束的拓扑荷数对 SR 值没有影响。

就相位稳定性而言,LG 光束的相位稳定性均优于高斯光束。在同一一流场条件下,拓扑荷数表现出的对 SR 值的影响几乎是无差别的,但是将 SR 值精确到小数点后 8~9 位时,更多的数据显示出,在相同流场环境下随着拓扑荷数的增大,LG 光束的

SR 值随之减小。

#### 4.2 光束的振幅稳定性

采用成像偏移(以下简称偏移)分别以攻角、海拔、马赫数作为流场唯一变化条件来观察气动光学效应对光束质心位置所产生的影响。图 10 为高斯光束和 L1、L2、L3 光束的偏移量在 10 km 海拔、2.6 Ma 飞行速度下,随攻角变化的曲线图。

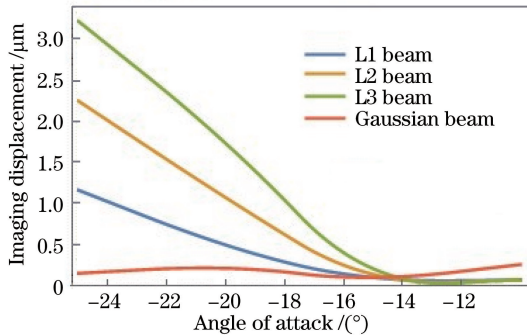


图 10 成像偏移量随着攻角的变化

Fig. 10 Imaging displacement versus angle of attack

由图 10 可以看出,随着攻角绝对值的增大,各 LG 光束偏移量在逐渐增大,对于高斯光束而言,在攻角绝对值大于  $15^\circ$  之后,偏移量随着攻角绝对值的增大变化并不明显,而此时 LG 光束的偏移量均呈现明显的上升趋势。在同一攻角下, LG 光束的偏移量随着拓扑荷数的增大而增大且相互之间的差值随着攻角绝对值的增大而扩大。在攻角绝对值大于  $15^\circ$  之后,高斯光束的偏移量小于 LG 光束。

图 11 为高斯光束和 L1、L2、L3 光束在  $-15^\circ$  攻角、2.6 Ma 飞行速度下,偏移量随海拔变化的曲线图。

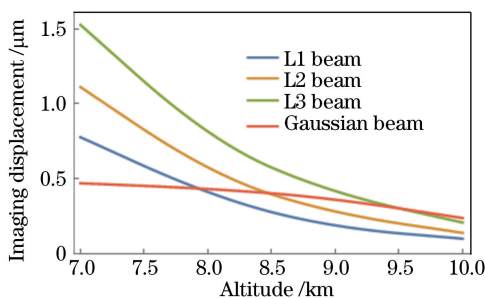


图 11 成像偏移量随海拔的变化

Fig. 11 Imaging displacement versus altitude

由图 11 可以看到,随着海拔的增加各光束的偏移量均呈现减小的趋势,其中各 LG 光束的偏移量与高斯光束相比明显减小,可见海拔对 LG 振幅稳定性的影响比对高斯光束大。在同一海拔下, LG 光束的偏移量随着拓扑荷数的增加而增大,相互之

间的差值随海拔的增加而缩小。

图 12 为高斯光束和 L1、L2、L3 光束的偏移量在  $-15^\circ$  攻角、10 km 海拔下,随马赫数变化的曲线图。

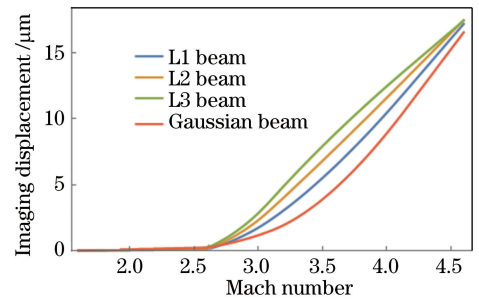


图 12 成像偏移量与马赫数的关系

Fig. 12 Imaging displacement versus Mach number

由图 12 可知,随着马赫数的增加,各光束成像偏移量均增加。当马赫数大于 2.6 Ma 且继续增大时,各光束的偏移量均明显增大,而在马赫数小于 2.6 Ma 时,各光束的振幅稳定性都很好,偏移量的具体数值在  $10^{-10} \sim 10^{-9}$  m 量级。在同一马赫数下, LG 光束的偏移量随着拓扑荷数的增加而增加。

## 5 结 论

采用 LES 方法分别在不同攻角、不同海拔、不同马赫数的计算条件下对凸台周围的流场进行仿真,得到了不同流场环境下的空气密度数据,通过使用二阶紧致差分对亥姆霍兹方程的微分式进行求解,并沿着光束行进路径使用四阶龙格库塔积分,计算得到了不同拓扑荷数的 LG 光束和高斯光束经过凸台周围流场后的光强和 OPD 分布,并以 SR 和成像偏移对光束质量进行了评价。仿真结果表明,在同一流场环境下, LG 光束的拓扑荷数越大,光束形态保持得越好,但光强衰减越厉害,对于光信号接收器件而言成像偏移也越大。LG 光束的 SR 值随拓扑荷数的变化在同一流场环境下几乎无差别,在 SR 值精确到小数点后 8 位时,较多的数据显示拓扑荷数越大,SR 值越低。在 LG 光束与高斯光束的对比中发现,在同一流场中,高斯光束的 SR 值总是小于 LG 光束,即 LG 光束的相位稳定性在同样的流场环境下总是优于高斯光束;在成像偏移中, LG 光束的偏移量随流场变量的改变变化较为明显,而高斯光束的偏移量随流场变量的改变则相对稳定。尤其是当海拔和攻角作为流场的唯一变量时,高斯光束偏移量的变化在  $10^{-8}$  m 量级,而 LG 光束偏移量的变

化在  $10^{-7}$  m 量级,故 LG 光束受海拔和攻角变化的影响较高斯光束更大。

对 LG 光束经过凸台周围流场后的光强、OPD 分布的研究,以及对不同拓扑荷数的 LG 光束与高斯光束的 SR、成像偏移的研究,可为自由空间光通信技术在气动光学领域的扩展以及机载凸台的光源选择提供一定的参考价值。

### 参 考 文 献

- [1] Lucca N D, Gordeyev S, Jumper E J. The improvement of the aero-optical environment of a hemisphere-on-cylinder turret using vortex generators[C]. 44<sup>th</sup> AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference, 2013: 3132-3147.
- [2] Lucca N D, Gordeyev S, Jumper E J. Comparison of aero-optical Measurements from the flight test of full and hemispherical turrets on the airborne aero-optics laboratory [C]. 43<sup>rd</sup> AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference, 2012: 2985-2997.
- [3] Guo G M, Liu H, Zhang B. Aero-optical effects of an optical seeker with a supersonic jet for hypersonic vehicles in near space[J]. Applied Optics, 2016, 55(17): 4741-4751.
- [4] Xu L F, Zhou Z C, Ren T R. Study of a weak scattering model in aero-optic simulations and its computation[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2017, 34(4): 594-601.
- [5] Porter C, Gordeyev S, Zenk M, *et al.* Flight measurements of aero-optical distortions from a flat-windowed turret on the airborne aero-optics laboratory (AAOL) [C]. 42<sup>nd</sup> AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference, 2011: 3280-3296.
- [6] Mani A, Wang M, Moin P. Statistical description of the free-space propagation of highly aberrated optical beams[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2006, 23(12): 3027-3035.
- [7] Feng D H, Li H, Xiao F, *et al.* Study on optical transmission effect of optical window's cavity flow [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(4): 0401004.  
冯定华, 李焯, 肖飞, 等. 光学窗口凹腔流场的光学传输效应研究[J]. 光学学报, 2012, 32(4): 0401004.
- [8] Zheng Y H, Sun H Y, Zhao Y Z, *et al.* Aerodynamic distortion propagation calculation in application of high-speed target detection by laser[J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(8): 0814004.
- 郑勇辉, 孙华燕, 赵延伸, 等. 高速目标激光探测气动光畸变传输计算[J]. 中国激光, 2015, 42(8): 0814004.
- [9] Couillet P, Gil L, Rocca F. Optical vortices[J]. Optics Communications, 1989, 73(5): 403-408.
- [10] Baumann S M, Kalb D M, MacMillan L H, *et al.* Propagation dynamics of optical vortices due to Gouy phase[J]. Optics Express, 2009, 17(12): 9818-9827.
- [11] Lochab P, Senthilkumaran P, Khare K. Near-core structure of a propagating optical vortex[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2016, 33(12): 2485-2490.
- [12] Zhang Y Q, Djordjevic I B, Gao X. On the quantum-channel capacity for orbital angular momentum-based free-space optical communications [J]. Optics Letters, 2012, 37(15): 3267-3269.
- [13] Aksenov V P, Kolosov V V, Pogutsa C E. Random wandering of laser beams with orbital angular momentum during propagation through atmospheric turbulence[J]. Applied Optics, 2014, 53(17): 3607-3614.
- [14] Tang M M, Zhao D M. Propagation of multi-Gaussian Schell-model vortex beams in isotropic random media[J]. Optics Express, 2015, 23(25): 32766-32776.
- [15] Willner A E, Huang H, Yan Y, *et al.* Optical communications using orbital angular momentum beams[J]. Advances in Optics and Photonics, 2015, 7(1): 66-106.
- [16] Gordeyev S, Post M L, Mclaughlin T, *et al.* Aero-optical environment around a conformal-window turret[J]. AIAA Journal, 2007, 45(7): 1514-1524.
- [17] Gordeyev S, Jumper E. Fluid dynamics and aero-optics of turrets[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2010, 46(8): 388-400.
- [18] Levy U, Derevyanko S, Silberberg Y. Light modes of free space[J]. Progress in Optics, 2016, 61: 237-281.
- [19] White M D. High-order parabolic beam approximation for aero-optics [J]. Journal of Computational Physics, 2010, 229(15): 5465-5485.
- [20] Mahajan V N. Strehl ratio for primary aberration in terms of their aberration variance[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1983, 73(6): 860-861.