

# 二帧随机相移条纹图相移提取算法研究

杜虎兵, 颜菁菁, 王建华

西安工业大学机电工程学院, 陕西 西安 710021

**摘要** 受噪声或探测器的非线性响应等影响,采用光学三维轮廓术装置实际摄取的条纹图的光强具有非正弦性分布的特点,这导致现有的随机相移提取算法在应用中存在计算不稳定的问题。对此,提出了一种两帧随机时域相移条纹图相移提取方法。该方法首先采用克莱姆正交化方法对条纹图进行处理,然后发展了一种基于矩阵范数的相移提取算法,进而应用二步相移算法获得了测量相位。由于使用了反正切函数解算相移,所提方法对非正弦条纹图不敏感,具有求解可靠、应用容易的特点。实验结果表明,所提方法精度高、速度快,优于现有的典型算法。

**关键词** 测量; 光学三维测量; 相位; 相移条纹图; 相移算法; 随机相移

中图分类号 O439

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.031204

## Study of Phase Shifting Extraction Algorithm Using Two Random Phase Shifting Fringe Patterns

Du Hubing, Yan Jingjing, Wang Jianhua

School of Mechatronic Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an, Shaanxi 710021, China

**Abstract** Due to the effect of the noise or the nonlinear response of detector, the intensity of the light intensity of the actual stripes taken by the optical 3D profilometry device has the characteristics of nonsinusoidal distribution, which leads to the problem of computational instability in the application of the existing random phase shift extraction algorithm in the application. A phase shift extraction method of two random temporal phase shifting fringe patterns is proposed. Firstly, the proposed method deals with the fringe patterns based on Gram-Schmidt orthonormalization method. Then a phase shift extraction algorithm based on matrix norm is developed. At last the two step phase shifting algorithm is applied to get the measurement phase. Because of the use of inverse tangent function in solving the phase shift, the proposed method is not sensitive to the nonsinusoidal fringe pattern, and has the characteristics of reliable solution and easy application. The experimental results show that the proposed method has high precision and fast speed, which is superior to the existing typical algorithms.

**Key words** measurement; optical 3D measurement; phase; phase shifting fringe pattern; phase shifting algorithm; random phase shifting

**OCIS codes** 120.4120; 120.6650; 050.1940

## 1 引言

因其具有全场、非接触的特点,高精度光学 3D 轮廓测量技术在工业检测、反求工程、物体识别等方面得到了广泛的应用。为了提高精度,相移技术常常被应用于 3D 轮廓测量技术中的相位提取中<sup>[1]</sup>。然而相移的标定方法、相移器的非线性响应等实际测量因素限制了相移技术测量精度的进一步提

高<sup>[2-3]</sup>。因此必须对测量装置中的相移器进行严格的标定。为了避免相移标定过程中费时费力的操作和昂贵装置或仪器的使用,近年来,研究者们提出一种新方法:假定引入的相移在空域上各像素点是恒定的,但在时域上各相移条纹图间的相移不同,以放松相移标定条件并根据条纹图数据确定不同帧条纹图间的相移。该方法被称为随机相移技术<sup>[4-6]</sup>。

在现有的随机相移技术中,基于多帧条纹图的

收稿日期: 2017-09-04; 收到修改稿日期: 2017-09-28

基金项目: 国家自然科学基金(61471288,51475351)、陕西省教育厅重点实验室基金(17JS059)

作者简介: 杜虎兵(1976—),男,博士,副教授,主要从事光电检测、实时在线测试以及机器视觉方面的研究。

E-mail: duhubing@xatu.edu.cn

主量条纹分析法<sup>[6]</sup>因具有速度快、精度高、可同时确定引入的相移与测量相位等特点而成为该类技术的典型代表。然而现有的主量条纹分析法要求引入的相移必须严格地分布在 $[0, 2\pi]$ 范围内,借此以有效地通过时域平均的方法去除条纹图背景,并满足文献<sup>[6]</sup>中(8)式的条件<sup>[11]</sup>。因此主量分析法在应用中缺乏灵活性。

相比主量条纹分析法,二帧随机相移技术可以减少环境因素中空气扰动、机械振动的影响,并可以快速完成测量任务。因此,二帧随机相移条纹图的相位重建算法最近得到了广泛的关注。基于螺旋相位变换(SPT),Vargas等<sup>[7]</sup>提出一种可靠的二帧相位解调算法。该方法无须进行条纹正则化处理,去除背景后,可直接获取测量相位。后来,为了减少计算时间,Vargas等<sup>[8]</sup>又提出克莱姆正交化相位提取技术:克莱姆-施密特(GS)方法。该技术求解迅速,特性优良,但不能同时提取相移和测量相位。因此在需要输出相移的场合该方法受到了限制。文献<sup>[9]</sup>对现有的二帧条纹图相移提取算法进行了详尽的综述,并进一步发展了GS方法,提出了一种基于反正弦函数的相移提取算法。Deng等<sup>[10]</sup>提出了一种应用条纹图最大值与最小值比率(EVI)的相位提取技术:EVI方法。EVI方法应用方便,即使在条纹图条纹数目小于1的条件下,也可快速确定引入的相移。Xu等<sup>[11]</sup>在分析条纹图矩阵范数的基础上,建立了不同帧条纹图相移正弦值的方程组,进而发展了一种对条纹图背景不敏感的三帧随机相移技术。最近Wielgus等<sup>[12]</sup>提出了一种相移面误差估计(TEE)方法,该方法基于非线性函数优化,可克服相移线性全场不匀误差。然而,尽管至今已经发展了大量的相移提取算法,而且在一些场合得到了成功的应用,但这些方法大多是基于反正弦函数或者反余弦函数。在实际的测量中,由于噪声或者探测器非线性响应等因素的影响,采集的条纹图光强分布具有非正弦分布的特点。特别是在阴影莫尔三维轮廓技术中,其光强具有复杂的分布,该问题容易导致基于反正弦函数或者反余弦函数的相移算法在应用中产生相移求解不稳定的状况。因此基于反正弦函数或者反余弦函数的相移算法对非正弦性光强分布的条纹图敏感,在应用中误差较大。

为了克服以上相移提取算法存在的困难,本文在条纹图克莱姆正交化分析的基础上,发展了一种基于反正切函数的相移提取算法,克服了上述问题。所提方法应用简单,对条纹图的非正弦性不敏感,可

以可靠地提取相移,且具有通用性。

## 2 原理

通常相机观察到的条纹图光强可以表述为:

$$I_n(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\phi(x, y) + \Delta_n], \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

式中 $a(x, y)$ ,  $b(x, y)$ ,  $\phi(x, y)$ 和 $\Delta_n$ 分别为背景、振幅、测量相位和引入的相移。不失一般性,假定 $\Delta_0 = 0$ 且 $\Delta_n \neq \pi$ 。(1)式中的条纹图背景可容易地去除<sup>[8]</sup>,因此可得:

$$I_{fn}(x, y) = b(x, y) \cos[\phi(x, y) + \Delta_n], \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (2)$$

为了表述清楚,下文省略坐标 $(x, y)$ ,并应用条纹图 $[I_{f_0}, I_{f_n}]$ 解算条纹图间的相移。首先对 $I_{f_0}$ 进行正则化,得:

$$\hat{L}_1 = \frac{I_{f_0}}{\|I_{f_0}\|} = \frac{b(x, y) \cos \phi}{\|(x, y) \cos \phi\|}, \quad (3)$$

式中符号 $\| \cdot \|$ 代表了矩阵范数运算,  $\|M\| = \sqrt{\sum_{x=1}^X \sum_{y=1}^Y M(x, y)^2}$ ,其中 $[X, Y]$ 表示条纹图的大小。将 $I_{f_n}$ 投影至 $I_{f_0}$ 张成的空间可得:

$$\hat{L}_n = I_{f_n} - \langle I_{f_n}, \hat{L}_1 \rangle \cdot \hat{L}_1 = b \cos(\phi + \Delta_n) - \left[ \sum_X \sum_Y b^2 \cos(\phi + \Delta_n) \cos \phi \right] b \cos \phi / \|b \cos \phi\|^2. \quad (4)$$

通常为了进行高精度测量,采集的条纹图中条纹数目往往大于1,因此根据文献<sup>[8]</sup>可得如下近似关系:

$$\hat{L}_n \approx -b \sin \phi \sin(\Delta_n), (n = 1, 2). \quad (5)$$

应用近似关系式 $\|b \sin \phi\| \approx \|b \cos \phi\|$ ,进而得:

$$k_{n1} = \sin(\Delta_n) = \|\hat{L}_n\| / \|I_{f_0}\|. \quad (6)$$

重写(2)式为:

$$I_{fn} = b \cos \phi \cos \Delta_n - b \sin \phi \sin \Delta_n, \quad (7)$$

将(7)式并代入(5)式和(2)式得:

$$k_{n2} = \cos(\Delta_n) = (I_{fn} - \hat{L}_n) / I_{f_0}. \quad (8)$$

则有:

$$\phi = \arctan\left(\frac{I_{f_0} \cos \Delta_n - I_{fn}}{I_{f_0} \sin \Delta_n}\right). \quad (9)$$

假定引入的相移范围为 $(0, 2\pi)$ ,结合(6)、(8)式与Matlab四象限反正切函数,可得:

$$\Delta_n = \arctan[2(k_{n1}, k_{n2})]. \quad (10)$$

## 3 数值分析

为了验证上述分析的正确性,首先进行了仿真

分析。定义仿真分析中的相位函数为： $\phi(x, y) = 6\text{peaks}()$  [ $\text{peaks}()$ 为 Matlab 函数]；相移函数为： $(0.3+0.3i)\text{rad}$ ,  $i=1, 2, \dots, 20$ ；调制项为： $b = 10^{-4} \exp[-0.5(x^2 + y^2)]$ ，其中  $0.1 \text{ mm} \leq x \leq 3.1 \text{ mm}$ ,

$0.1 \text{ mm} \leq y \leq 3.1 \text{ mm}$ 。因此可得仿真的光强分布为： $I_n = b \cos(\phi + \delta)$ ，其中  $\delta$  为引入的相移，并设定噪声为加性高斯分布，信噪比为 5%。图 1 为仿真的两帧条纹图。

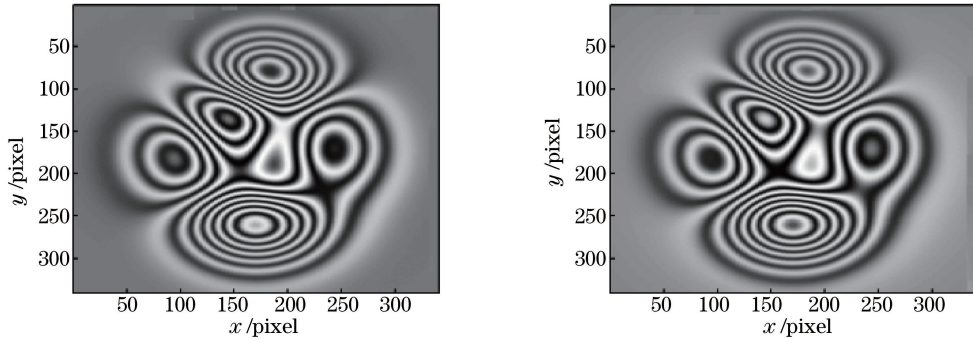


图 1 两幅仿真相移条纹图

Fig. 1 Two simulated phase shifting fringe patterns

图 2(a)和(b)分别为应用本方法获得的相移及其误差。为了进一步说明本方法的性能，将本方法的处理结果和两向量克莱姆正交化(TGS)算法<sup>[9]</sup>进行了比较。由于 TGS 算法的测量范围较小，因此设定引入的相移为  $(0.1+0.1i)\text{rad}$ ,  $i=1, 2, \dots, 10$ 。图 2(c)和(d)为 TGS 算法的解调结果。与图 2(a)、(b)比较可知，TGS 算法由于使用了反余弦函数，其解调结果范围较

小，而且在与本方法相同的解调范围内，误差较大。

由于上述比较具有随机特性，因此进行了 30 次独立的实验，进一步比较了本方法与 TEE 算法<sup>[12]</sup>和 TGS 算法<sup>[9]</sup>的性能。图 2(e)为引入相移为 0.6 rad 时三种算法的结果。图 2(f)为引入的相移从 0.1 rad 变化到 1.1 rad 时，三种算法的均方根误差(RMSE)。显然，所提算法取得了较好的结果。

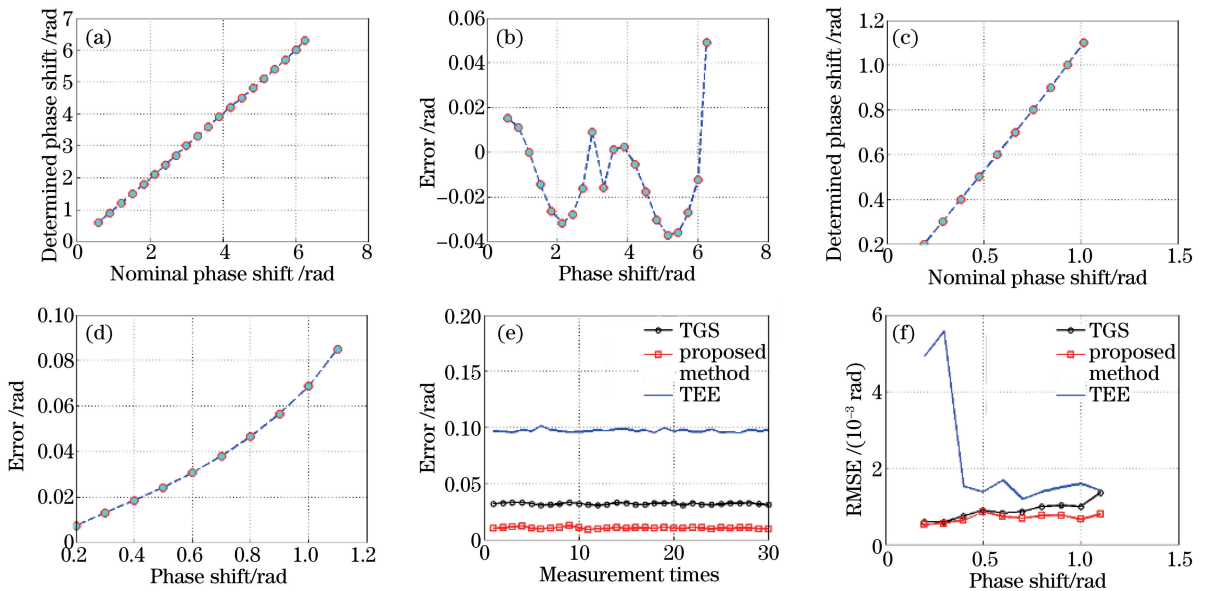


图 2 仿真结果。(a)所提方法得到的相移；(b)所提方法的误差；(c) TGS 算法得到的相移；

(d) TGS 算法的误差；(e)相移为 0.6 rad 时，所提方法、TEE 算法、TGS 算法得到的误差；

(f)相移范围为 0.1~1.1 rad 时，所提方法、TEE 算法、TGS 算法的均方根误差

Fig. 2 Simulation results. (a) Phase shifts obtained by proposed method; (b) error of proposed method; (c) phase shifts obtained by TGS algorithm; (d) error of TGS algorithm; (e) error of proposed method, TEE algorithm and TGS algorithm while the phase shift is 0.6 rad; (f) RMSE of proposed method, TEE algorithm and TGS algorithm while the phase shift range is 0.1-1.1 rad

必须提及的是,上述仿真结果是基于条纹背景完全去除的基础上,而且添加的噪声仅为高斯噪声。然而实际摄取的条纹图数据较仿真数据更为复杂,其背景的频带、噪声的频带与轮廓项频带都存在着一定程度的混叠,因此很难实现彼此完全分离。而二帧算法因为使用的条纹图少,包含的测量信息少,具有较多的测量不确定性,对上述分离误差敏感,因此所提方法在应用中应仔细分析条纹图中的背景项、轮廓项和噪声项的有效分离,尽可能减少测量精度损失。另外,尽管所提方法相对经典的方法有较大的相移提取范围,但按照一般的相移技术应用特点,建议使用的相移提取范围为 $[\pi/4, \pi]$ ,其精度约在 0.02 rad 以内,且优于经典的相移提取算法。

## 4 实 验

为了进一步说明本方法的性能,下面给出本方法对实际摄取的条纹图的处理结果。由于实际的参

考面很难获得,文中以改进迭代算法(AIA)应用 19 帧图获得的相图作为测量结果的参考,对本方法与现有的典型二帧算法(GS 方法和 TEE 方法)的性能进行了对比。应当指出,AIA 是一种多帧算法,由于使用了较多的条纹图进行三维测量,包含了较多的测量信息,可以有效补偿环境光、噪声、物体表面反射等对测量的影响,相对二帧相移算法,具有较高的精度。关于 AIA 的精度和性能在文献[4]中已经有详细的证明。因此本研究以 AIA 的结果作为参考是合理的。图 3 给出了下文使用的两个相移条纹图。

图 4 为应用 AIA 得到的参考相图,图 5 给出了三种方法得到的包裹相图,从图中可以看出,三种方法得到的包裹相图相似。为了量化比较三种方法的测量结果,利用参考相图计算了三种方法的均方根误差,见表 1,数据表明本方法具有较小的均方根误差。

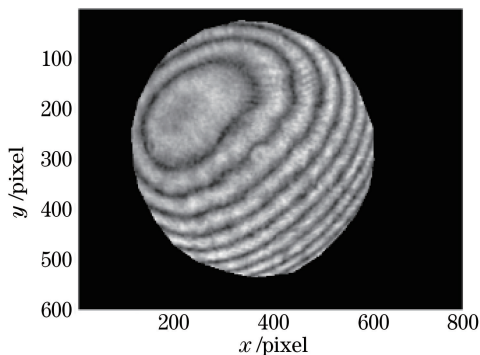


图 3 两幅实际条纹图

Fig. 3 Two real fringe patterns

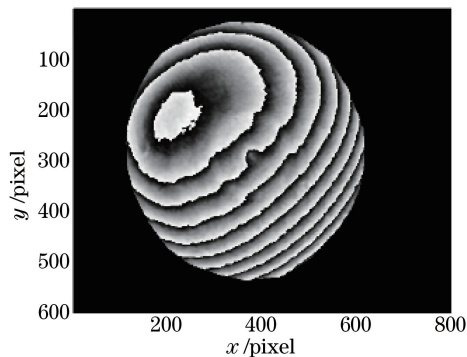


图 4 AIA 得到的参考相图

Fig. 4 Reference wrapped phase obtained by AIA

表 1 的数据表明,本方法的均方根误差最小,GS 方法耗时最少。GS 方法只能获得测量相位,不能确定引入的相移,TEE 方法和本方法可以同时获得测量相位和引入的相移,因此耗时较多。

表 1 三种方法的均方根误差和处理时间

Table 1 RMSE and processing time of three methods

Results	GS	TEE	Proposed
RMSE /rad	0.385	0.384	0.382
Time /s	0.046	1.76	0.063

## 5 结 论

经典的二帧随机相移提取算法由于使用的条纹图较少,因而在相位解调应用中易受光强非正弦性等因素的影响。对此进行了研究和分析,提出了一种基于克莱姆方法的二帧相移提取算法以克服上述困难。所提方法使用反正切函数提取条纹图间相移,然后采用二帧相位提取算法提取测量相位。仿真和实验表明,由于使用了反正切函数,所提方法测量范围大,求解精度高,有效解决了相移求解不可靠的问题。

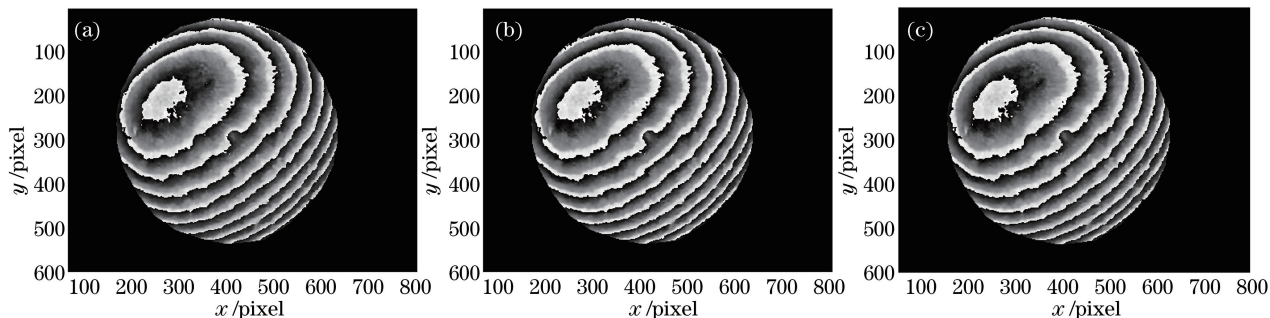


图 5 (a) GS方法、(b) TEE方法、(c)所提方法得到的重建包裹相图

Fig. 5 Reconstructed wrapped phases obtained by (a) GS method, (b) TEE method, (c) proposed method

**致谢** 感谢 Vargas J 教授 [National Center for Biotechnology (NCB), Spain] 提供文中算法测试所需的必要的相移条纹图。

### 参 考 文 献

- [1] Servin M, Estrada J C, Quiroga J A. The general theory of phase shifting algorithms [J]. *Optics Express*, 2009, 17(24): 21867-21881.
- [2] Zeng F, Tan Q F, Gu H R, *et al.* Phase extraction from interferograms with unknown tilt phase shifts based on a regularized optical flow method[J]. *Optics Express*, 2013, 21(14): 17234-17248.
- [3] Mosiño J F, Servin M, Estrada J C, *et al.* Phasorial analysis of detuning error in temporal phase shifting algorithms[J]. *Optics Express*, 2009, 17(7): 5618-5623.
- [4] Wang Z Y, Han B T. Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms[J]. *Optics Letters*, 2004, 29(14): 1671-1673.
- [5] Larkin K G. A self-calibrating phase-shifting algorithm based on the natural demodulation of two-dimensional fringe patterns [J]. *Optics Express*, 2001, 9(5): 236-253.
- [6] Vargas J, Quiroga J A, Belenguer T. Phase-shifting interferometry based on principal component analysis [J]. *Optics Letters*, 2011, 36(8): 1326-1328 .
- [7] Vargas J, Quiroga J A, Sorzano C O S, *et al.* Two-step demodulation based on the Gram-Schmidt orthonormalization method [J]. *Optics Letters*, 2012, 37(3): 443-445.
- [8] Trusiak M, Paturski K. Two-shot fringe pattern phase-amplitude demodulation using Gram-Schmidt orthonormalization with Hilbert-Huang pre-filtering [J]. *Optics Express*, 2015, 23(4): 4672-4690.
- [9] Niu W, Zhong L, Sun P, *et al.* Phase shifts extraction algorithm based on Gram-Schmidt orthonormalization of two vectors [J]. *Optical & Quantum Electronics*, 2015, 47(8): 2803-2810.
- [10] Deng J, Wang H, Zhang F, *et al.* Two-step phase demodulation algorithm based on the extreme value of interference [J]. *Optics Letters*, 2012, 37(22): 4669-4671.
- [11] Xu Y, Wang Y, Ji Y, *et al.* Three-frame generalized phase-shifting interferometry by a Euclidean matrix norm algorithm [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2016, 84: 89-95.
- [12] Wielgus M, Sunderland Z, Paturski K. Two-frame tilt-shift error estimation and phase demodulation algorithm [J]. *Optics Letters*, 2015, 40(15): 3460-3463.