

基于八维调制格式的变速率方法

段净化, 胡贵军

吉林大学通信工程学院, 吉林 长春 130012

摘要 在采用球填充理论生成八维调制格式的基础上, 提出了一种基于八维调制格式的变速率方法。与当前变速率实现方法相比, 该方法仅通过自适应地切换调制格式符号集即可实现更为精细的谱效率调整。仿真结果表明, 这种基于八维调制格式的变速率方法可以自适应地实现谱效率的灵活切换, 谱效率的调节粒度为0.25 bit。在符号速率为7 GBaud的条件下, 比特速率的自适应范围为28~84 Gb·s⁻¹。这种变速率方法可为弹性光网络提供精细的谱效率及比特速率的调整。

关键词 光通信; 变速率; 八维调制格式; 谱效率

中图分类号 TN913.7

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.030601

Rate-Adaptive Scheme Based on Eight-Dimensional Modulation Formats

Duan Jinghua, Hu Guijun

College of Communication Engineering, Jilin University, Changchun, Jilin 130012, China

Abstract Using the sphere-packing theory to generate eight-dimensional modulation formats, we propose a rate-adaptive scheme based on eight-dimensional modulation formats. Compared with the existing rate-adaptive schemes, the proposed scheme can achieve a finer granularity in spectral efficiency only by adaptive switching of modulation alphabet. The simulation results show that the proposed rate-adaptive scheme can adaptively realize the flexible switching of spectral efficiency and the granularity of spectral efficiency is 0.25 bits. Moreover, the bit rate range is 28-84 Gb·s⁻¹ at a fixed symbol rate of 7 GBaud. The proposed rate-adaptive scheme can be applied to the elastic optical network to provide a finer granularity in spectral efficiency and bit rate adjustment.

Key words optical communications; adaptive rate; eight-dimensional modulation formats; spectral efficiency

OCIS codes 060.2330; 060.4080; 060.2430

1 引言

近年来,随着人们对带宽需求的日益提高,最大化利用网络资源以及简化通信网络结构显得愈加重要。在此需求下,弹性光网络^[1-3]和软件定义网络^[4]应运而生。这些网络构架要求发射机能够根据用户需求 and 信道质量自适应地改变传输速率或传输距离^[5]。改变信号调制格式是实现变速率传输的有效方法之一。实现变速率传输的传统方法有3种,第1种是通过调节偏振复用 m 进制正交幅度调制格

式(PDM- m QAM)的进制数 m 的大小来改变频谱效率,实现变速率传输^[6-8];第2种是时域混合方式,通过调节时分复用(TDM)帧长度及两种具有不同进制数 m 的PDM- m QAM调制格式的时隙占用率来实现精细的速率调整^[9-13];第3种是基于前向纠错(FEC)编码法实现变速率传输。最早是通过改变FEC编码速率并固定调制格式来实现变速率传输的^[14],随后扩展为改变FEC编码速率与调节调制格式相结合的方式来实现更精细的速率调整^[15-19]。

进一步的研究表明,改变高维调制格式的阶数

收稿日期: 2017-09-13; **收到修改稿日期:** 2017-09-19

基金项目: 国家自然科学基金(61575078, 61177066)、吉林省科技发展计划(20140203009GX)、吉林省发改委产业技术研究专项(2014Y087)

作者简介: 段净化(1993—),女,硕士研究生,主要从事高维调制格式方面的研究。E-mail: 18204311659@163.com

导师简介: 胡贵军(1970—),男,博士,教授,博士生导师,主要从事光纤通信技术和器件等方面的研究。

E-mail: hugj@jlu.edu.cn(通信联系人)

也可以实现谱效率和传输速率的更精细调节。其中,采用四维(4D)调制格式实现变速率传输的研究报道较多。例如,人们在 PM- m QAM 等二维调制格式的基础上,采用 Ungerboeck's 集分割方法,提出了一种四维调制格式,即:集合划分-正交幅度调制格式(m SP-QAM),通过调节四维进制数 m 来实现变速率传输。这种调制格式可以实现奇数的谱效率,通常与调制格式 PDM- m QAM 结合来实现变速率传输,以弥补调制格式 PDM- m QAM 只能实现偶数谱效率的不足^[20-22]。文献[22]中,切换调制格式,保持符号速率不变,其谱效率(每偏振态每符号所包含的比特数)的可调范围为1~6 bit,调节粒度为0.5 bit,对应传输速率自适应范围为 50 ~ 300 Gb·s⁻¹。另外,也可以采用偏振复用-符号校验-正交相移键控(PM-kSC-QPSK)四维调制格式来实现变速率传输^[23]。文献[23]在符号率为32 GBaud条件下,调节由单奇偶校验(SPC)关联在一起的连续符号的个数 k ,使谱效率的可调范围控制为1.5~2.0 bit,对应传输速率的自适应范围为96~128 Gb·s⁻¹;文献[24]提出将四维调制与低密度奇偶校验码(LDPC)编码相结合的变速率实现方法,调节编码速率,使调制格式 16-4D 的速率自适应范围为166.7~180 Gb·s⁻¹,而调制格式 64-4D 的速率自适应范围为250~270 Gb·s⁻¹;文献[25]提出了基于 PDM- m QAM 的四维网格编码调制(TCM)法,通过调节调制格式进制数 m 及映射方式来实现变速率。这种变速率方法可以实现谱效率的调节范围为3~6 bit。

目前,随着高维调制技术的不断成熟,人们将研究目标由四维调制格式转向八维调制格式。文献[26]提出了对2个连续的四维符号进行SPC来生成八维调制格式SP-8D- m QAM的方法,仿真结果验证了这种方法在谱效率及功率效率之间的权衡优于四维调制格式 m SP-QAM;文献[27]提出了一种八维排列调制格式,仿真结果也验证了它在谱效率与功率效率之间的权衡优于四维排列调制格式;文献[28]提出了采用球填充生成八维调制格式 p b-8D 的方法,通过提高调制格式的维度,更好地实现谱效率与功率效率之间的权衡。可见,高维调制格式随着维度的增高,其谱效率与渐进功率谱效率权衡得更好。另外,采用更高维度的调制格式可以更好地实现谱效率的精细调整。为此,本文在球填充理论的基础上,提出了一种基于八维调制格式的变速率方法。

2 基于八维调制格式的变速率方法的原理及实现

球填充是生成八维调制格式的有效方法之一。球填充理论指出,要得到八维空间中每符号 p 比特的调制格式,首先要将每 p 个二进制比特分为一组,记作 $c_k = (c_{k,1}, c_{k,2}, \dots, c_{k,p})$;然后根据 $s_k = u(c_k)$ (u 代表高维映射规则, s_k 是从八维星座集 $\chi_p = \{s_1, s_2, \dots, s_M\}$ 选出来的相应的星座点),将每个符号 c_k 映射为八维空间中的一个星座点 $s_k, s_k = (x_{k,1}, x_{k,2}, x_{k,3}, x_{k,4}, x_{k,5}, x_{k,6}, x_{k,7}, x_{k,8})$;最终得到八维调制格式,记为 p b-8D。生成的八维调制格式的谱效率 f_{se} 表示为^[29]

$$f_{se} = \frac{2\text{lb } M}{N}, \tag{1}$$

式中, N 为维度, M 为调制格式符号集,故谱效率可以理解为每偏振态每符号所包含的比特数。取 $N = 8, M = 2^p$, 调制格式的比特速率 R_b 可表示为

$$R_b = R_s \text{lb}^M, \tag{2}$$

式中 R_s 为符号速率。当 R_s 固定时,若要调节 R_b , 就必须调节调制格式符号集 M , 即调节 f 值。由(1)式可知,调节 p 值即可调节 f 值,实现变速率传输。

基于八维调制格式的变速率方法实现变速率传输需要解决以下3大关键问题。

1) 选择生成八维星座集 χ_p 的元素。球填充理论表明,八维空间存在最佳晶格即 E8 晶格^[29]。因此,选择 E8 晶格星座点作为生成八维星座集 χ_p 的元素。

2) 规定高维映射规则。首先,采用 E8 晶格星座点为所有八维调制格式构建统一的符号集,并将它表示为一个以 E8 晶格星座点坐标为元素的一个 $T \times 8$ 矩阵(T 代表矩阵的行数),记为 $\mathbf{\Gamma}$ 。然后,采用统一的“look-up- $\mathbf{\Gamma}$ ”规则作为高维映射方式。具体的原理是:将组成符号 c_k 的 p 个二进制比特转化为十进制数后加1(保证十进制数0对应矩阵的第1行)作为矩阵 $\mathbf{\Gamma}$ 的行坐标,然后查矩阵 $\mathbf{\Gamma}$ 对应行坐标的星座点,该星座点即为此符号 c_k 映射后对应的八维空间星座点。例如 $p = 4$, 则 c_k 的取值范围为0000~1111(记为 $0^4 \sim 1^4$), 映射后与矩阵 $\mathbf{\Gamma}$ 的前1~16行星座点一一对应,此16个星座点也是生成调制格式 4b-8D 对应的八维星座集 χ_4 (χ_4 为 $M = 2^4 = 16$) 的元素;如 $p = 8$, 则 c_k 的取值范围为 $0^8 \sim 1^8$, 映射后与矩阵 $\mathbf{\Gamma}$ 的前1~256行星座点一一对

应,此 256 个星座点也是生成调制格式 8b-8D 对应的八维星座集 χ_8 (χ_8 为 $M=2^8=256$) 的元素。

根据上述高维映射的特点,依据最小化能量准则构建矩阵 \mathbf{I} 。观察 E8 晶格星座点的特征发现,E8 晶格所有星座点之间的最小欧式距离保持不变,即 d_{\min} 始终为 $\sqrt{2}$ 。为方便实现变速率传输,不再进行选点。而 E8 晶格星座点距原点越近,其能量代价越小。设 p 取值范围为 4~12,则矩阵行数 $T=$

表 1 E8 晶格前 3 层星座点坐标

Table 1 Constellation point coordinates of the first three layers of E8 lattice			
Layer	Squared norm	Type of point	Number of constellation points
1	2	$C(\pm 1^2 0^6)C[E(1/2)^8]$	240
2	4	$C(\pm 20^7)C(\pm 1^4 0^4)C[D(3/2)(1/2)^7]$	2160
3	6	$C(\pm 2 \pm 1^2 0^5)C(\pm 1^6 0^2)C[E(3/2)^2(1/2)^6]$	6720
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots

构建矩阵 \mathbf{I} 后,保证矩阵 \mathbf{I} 中的星座点按照能量代价由小到大依次排列,在高维映射规则下,当按照矩阵行数由小到大依次选取矩阵 \mathbf{I} 中的星座点来生成八维空间星座集 χ_p 时,可始终保证每种八维调制格式的能量最小。

3) 实现自适应切换八维调制格式。在上述高维映射规则下,根据 c_k 的取值范围,可以自适应地从矩阵 \mathbf{I} 中选择出每种八维调制格式对应的八维星座集 χ_p 。通过调节 p 值来调节符号 c_k 的取值范围,可以自适应地调节映射范围以切换具有不同 M 值的八维星座集 χ_p ,进而改变 f_{SE} 值以实现变速率

传输。
构建矩阵 \mathbf{I} 从第一层开始,按照层的顺序依次标识 E8 晶格星座点坐标,直到星座点总数等于 4096 为止。E8 晶格星座点坐标如表 1 所示,其中 E 表示对元素设置偶数个负号,D 表示对元素设置奇数个负号,C 表示对元素求其所有排列组合。然后将标识的 E8 晶格星座点坐标按顺序依次放入矩阵 \mathbf{I} 中,每一行为一个八维星座点。

传输。
基于八维调制格式的变速率原理的构架如图 1 所示,其中 $T=4096$,PRBS 为伪随机二进制脉冲序列。首先,通过比特数选择模块确定 p 值,将每 p 个二进制比特分为一组,组成符号 $c_k=(c_{k,1},c_{k,2},\cdots,c_{k,p})$;然后,在高维映射规则下,根据 c_k 的取值范围,自适应地从矩阵 \mathbf{I} 中选择出八维星座集 χ_p ,并将每个符号 c_k 一一映射成八维星座集 χ_p 中的星座点,最终生成调制格式 p b-8D。因此,通过比特数选择模块来切换 p 的值,可自适应切换具有不同 M 值的八维星座集 χ_p ,实现变速率传输。

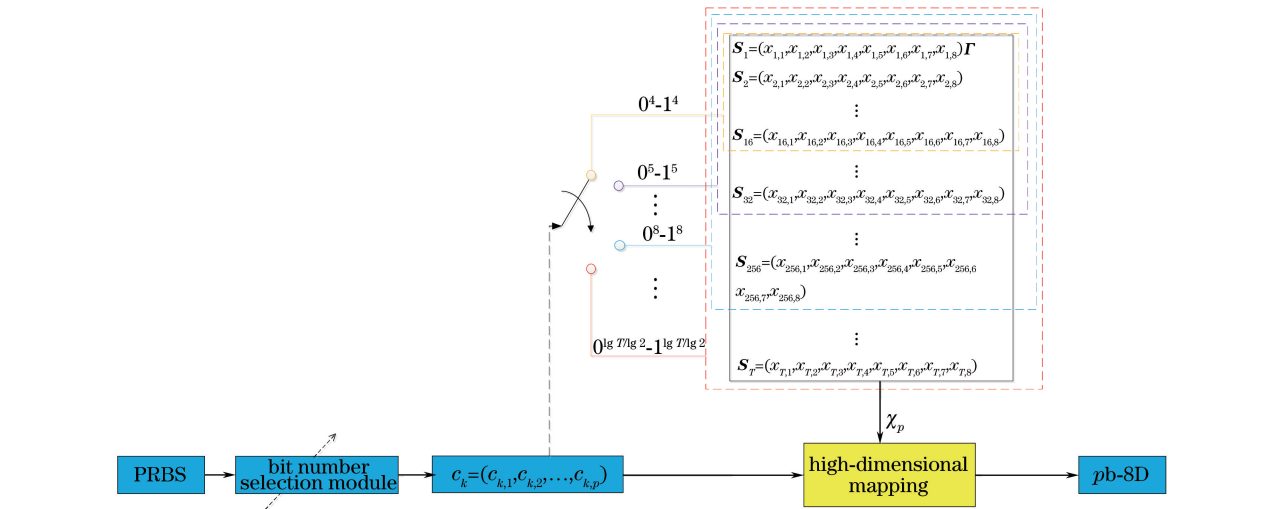


图 1 基于八维调制格式的变速率原理

Fig. 1 Schematic of rate-adaptive scheme based on eight-dimensional modulation formats

3 基于八维调制格式的变速率传输系统的构成

采用光纤通信系统仿真软件(VPI transmission

Maker TM Optical Systems)搭建的基于八维调制格式的变速率传输系统如图 2 所示。系统由发射机、传输链路及接收机三部分组成。
发射机部分如图 2(a)所示。其中,变速率实

现模块如图 1 所示,可自适应地切换八维调制格式。生成的八维符号的传输方式如图 3 所示^[30]。生成的八维符号分成由偏振态、同向分量 I 、正交分量 Q 及时隙等自由度来承载的 4 个部分,由两

个双偏振的 I/Q 调制器进行调制。仿真中的光源为连续波形激光器,经过偏振分束器(PBS)分为 x 和 y 两个偏振态作为光载波。采用的二进制码长度为 2^{16} 。

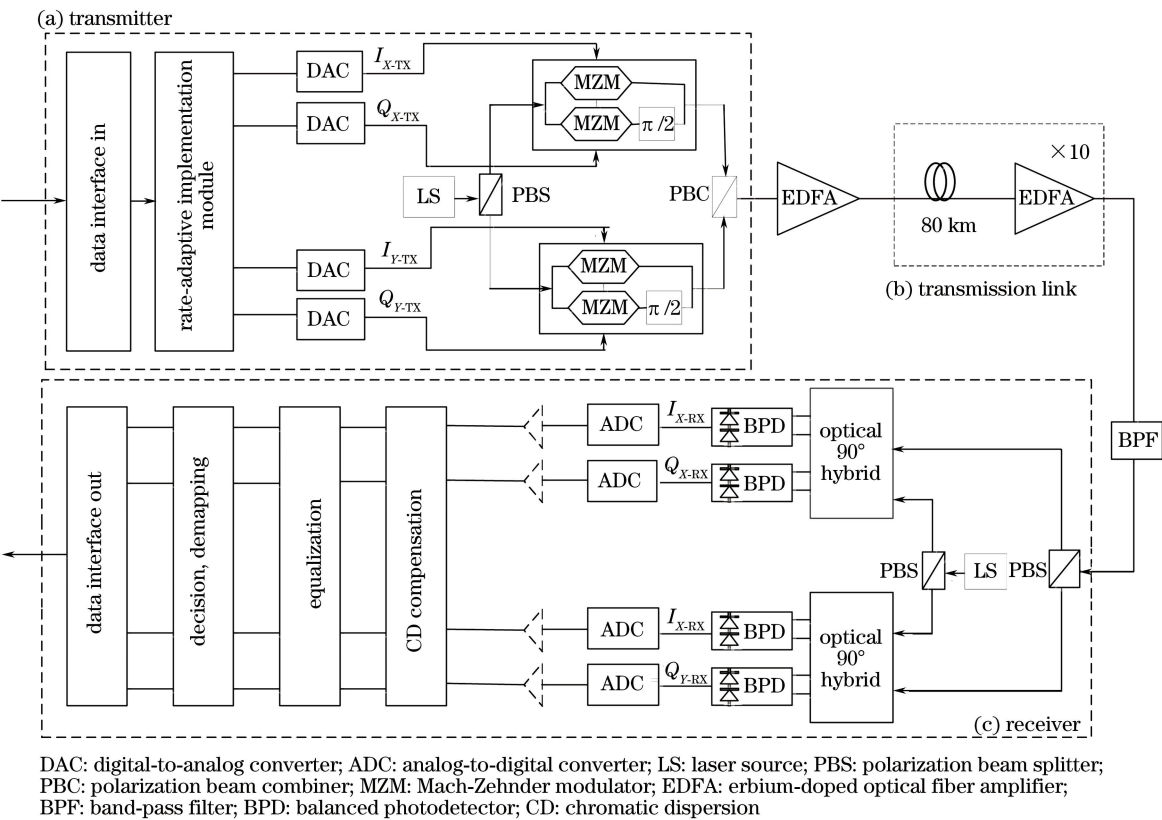


图 2 基于八维调制格式的变速率传输系统

Fig. 2 Schematic of rate-adaptive transmission system based on eight-dimensional modulation formats

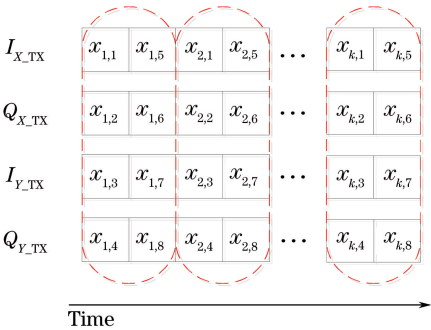


图 3 八维符号的传输方式

Fig. 3 Transmission method of eight-dimensional symbol

光纤链路如图 2(b)所示,单模光纤参数如下:光纤损耗为 $0.2\text{ dB}\cdot\text{km}^{-1}$,色散为 $16\text{ ps}\cdot(\text{nm}\cdot\text{km})^{-1}$,偏振模色散为 $0.2\text{ ps}\cdot\text{km}^{-1/2}$ 。采用噪声系数为 5 dB 的掺钕光纤放大器(EDFA)进行损耗补偿。在进入相干接收机前,用 4 阶高斯型带通滤波器(BPF)抑制放大自发辐射(ASE)噪声。

相干接收机如图 2(c)所示,经过探测后的信号

由模数转换器(ADC)进行采样,并送入 Matlab 中进行离线数字信号处理器(DSP)处理。采样后的信号在频域内进行色散补偿。选用最小均方(LMS)算法进行均衡,然后利用最小欧式距离算法进行判决,最后进行解映射还原为二进制码。

4 基于八维调制格式的变速率仿真结果及分析

通过比特数选择模块切换 $4\leq p\leq 12$ 的 p 值,以实现调制格式由 4b-8D 到 12b-8D 的自适应切换,分别在 B2B 系统及 800 km 单模光纤传输系统下对其误码率(BER)性能进行仿真,结果如图 4 所示。

图 4 中,在符号速率为 7 GBaud 的条件下,八维调制格式 $p\text{b-8D}(4\leq p\leq 12)$ 对应比特速率的自适应范围为 $28\sim 84\text{ Gb}\cdot\text{s}^{-1}$ 。由图 4(a)可知,当 BER 为 3.8×10^{-3} 时,调制格式 4b-8D 约为 5.3 dB, 8b-8D 约为 9.5 dB,而 12b-8D 约为 14.5 dB;由图 4

(b)可知,同样条件下,在 800 km 单模光纤系统中,调制格式 4b-8D、8b-8D 和 12b-8D 的信噪比(OSNR)分别约为 5.4 dB、10.0 dB 和 15.6 dB,损失分别约为 0.1 dB、0.5 dB 和 1.1 dB。可见,随着 p 的增大,八维调制格式 p b-8D($4 \leq p \leq 12$)的谱效率逐

渐增大,但灵敏度增益下降。
为进一步验证在不同符号速率下变速率系统的性能,分别仿真在符号速率为 14 GBaud 及 28 GBaud 的条件下,八维调制格式 p b-8D($4 \leq p \leq 12$)经过 800 km单模光纤传输后的性能,仿真结果如图 5 所示。

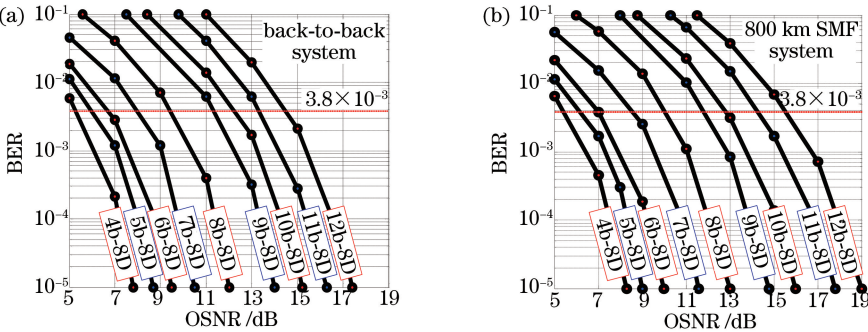


图 4 符号速率为 7 GBaud 的条件下,八维调制格式 p b-8D($4 \leq p \leq 12$)的误码率(BER)与光信噪比(OSNR)的关系。
(a)在背靠背系统中;(b)在 800 km 单模光纤(SMF)系统中

Fig. 4 BER versus OSNR for eight-dimensional modulation formats p b-8D ($4 \leq p \leq 12$) at the symbol rate of 7 GBaud (a) in back-to-back system and (b) in 800 km SMF system

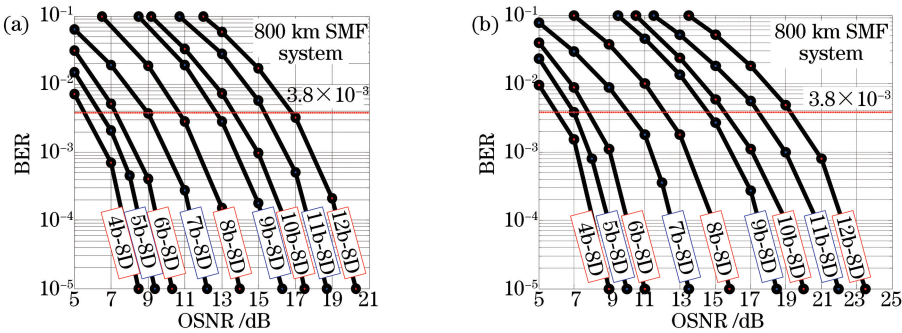


图 5 八维调制格式 pb-8D ($4 \leq p \leq 12$)经过 800 km 单模光纤系统传输后的 BER 与 OSNR 关系。
(a)符号速率为 14 GBaud;(b)符号速率为 28 GBaud

Fig. 5 BER versus OSNR for eight-dimensional modulation formats p b-8D ($4 \leq p \leq 12$) in 800 km SMF system at the symbol rates of (a) 14 GBaud and (b) 28 GBaud

对比图 4(b)、图 5(a)和图 5(b)可以看出,对于同一种调制格式,传输符号速率越小,达到同一 BER 时所需的 OSNR 越小。例如:在目标误码率为 3.8×10^{-3} 、符号速率为 7 GBaud 的条件下,调制格式 12b-8D 的 OSNR 为 15.6 dB,比符号速率为 14 GBaud 和 28 GBaud 时的值分别改善了约 1.2 dB 和 3.7 dB。

为进一步说明仿真结果,将八维调制格式 p b-8D 在 $4 \leq p \leq 12$ 、BER 为 3.8×10^{-3} 时所需的 OSNR 与 f_{SE} 的关系作图,如图 6 所示。由图 6 可知,当 BER 为 3.8×10^{-3} 时,调制格式所需的 OSNR 随其符号速率的增大而增大。因为传输速率越大,调制格式受到噪声及色散等因素的影响越大,致使其在相同 OSNR 条件下的误码率性能变差。调节 p 值, f_{SE} 和 OSNR 的值也随之调节以适应不同的传输路径。此时,谱效

率的自适应范围为 1~3 bit,调节粒度为 0.25 bit。证实了该变速率方法可以精细调节 f_{SE} 及 OSNR 容忍度。

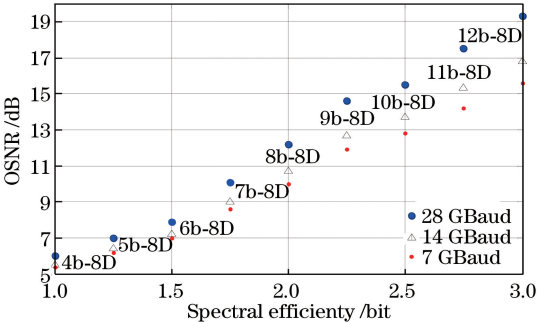


图 6 BER 为 3.8×10^{-3} 下八维调制格式 p b-8D ($4 \leq p \leq 12$)的 OSNR 与 f_{SE} 关系

Fig. 6 OSNR versus f_{SE} for eight-dimensional modulation formats p b-8D with BER of 3.8×10^{-3} ($4 \leq p \leq 12$)

5 结 论

提出了一种基于八维调制格式的变速率方法,通过比特数选择模块调节 p 值,可以自适应地切换具有不同 M 值的八维星座集 χ_p ,实现变速率传输;搭建了基于八维调制格式的变速率传输系统,并在此系统上对八维调制格式 p b-8D ($4 \leq p \leq 12$) 在背靠背系统及 800 km 单模光纤系统传输条件下的误码率性能进行了仿真。结果表明,基于八维调制格式的变速率方法可自适应地精细调整 1~3 bit 范围内的谱效率,在符号速率为 7 GBaud 的条件下,比特速率的自适应范围为 28~84 Gb·s⁻¹。这种变速率方法可应用到弹性光网络,根据用户需求和信道质量达到自适应改变比特速率、OSNR 容忍度以及谱效率的目的。

参 考 文 献

- [1] Xuan H J, Wang Y P, Xu Z Q, *et al.* Node security-aware spectrum allocation algorithm in elastic optical networks[J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(12): 1206002.
宣贺君, 王宇平, 徐展琦, 等. 弹性光网络中考虑节点安全性的频谱分配算法[J]. 中国激光, 2016, 43(12): 1206002.
- [2] Jiang X K, Zhao F, Fan Y Q, *et al.* Frequency assignment algorithm for elastic optical network with multi-cores considering crosstalk [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(6): 060601.
江祥奎, 赵峰, 范永青, 等. 考虑串扰的多纤芯弹性光网络中的频谱分配算法[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(6): 060601.
- [3] Xuan H J, Wang Y P, Xu Z Q, *et al.* Core selection algorithm for multi-core elastic optical networks[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(12): 1206005.
宣贺君, 王宇平, 徐展琦, 等. 多纤芯弹性光网络中纤芯选择算法[J]. 光学学报, 2016, 36(12): 1206005.
- [4] Gringeri S, Bitar N, Xia T J. Extending software defined network principles to include optical transport [J]. IEEE Communications Magazine, 2013, 51(3): 32-40.
- [5] Roberts K, Laperle C. Flexible transceivers [C]. IEEE 38th European Conference and Exhibition on Optical Communications (ECOC), 2012: 14028857.
- [6] Bosco G, Curri V, Carena A, *et al.* On the performance of Nyquist-WDM terabit superchannels based on PM-BPSK, PM-QPSK, PM-8QAM or PM-16QAM subcarriers [J]. Journal of Lightwave Technology, 2011, 29(1): 53-61.
- [7] Winzer P J. High-spectral-efficiency optical modulation formats [J]. Journal of Lightwave Technology, 2012, 30(24): 3824-3835.
- [8] Teipen B, Eiselt M H, Grobe K, *et al.* Adaptive data rates for flexible transceivers in optical networks [J]. Journal of Networks, 2012, 7(5): 776-782.
- [9] Zhuge Q B, Xu X, Morsy-Osman M, *et al.* Time domain hybrid QAM based rate-adaptive optical transmissions using high speed DACs [C]. Optical Fiber Communication Conference, Optical Society of America, 2013: OTh4E. 6.
- [10] Guimar F P, Li R X, Fludger C R S, *et al.* Hybrid modulation formats enabling elastic fixed-grid optical networks[J]. Journal of Optical Communications and Networking, 2016, 8(7): A92-A100.
- [11] van den Borne D, Jansen S L. Dynamic capacity optimization using flexi-rate transceiver technology [C]. 17th IEEE Opto-Electronics and Communications Conference (OECC), 2012: 769-770.
- [12] Zhou X, Nelson L E, Magill P. Rate-adaptable optics for next generation long-haul transport networks[J]. IEEE Communications Magazine, 2013, 51(3): 41-49.
- [13] Zhou X, Nelson L E, Magill P, *et al.* High spectral efficiency 400 Gb/s transmission using PDM time-domain hybrid 32-64 QAM and training-assisted carrier recovery [J]. Journal of Lightwave Technology, 2013, 31(7): 999-1005.
- [14] Gho G H, Klak L, Kahn J M. Rate-adaptive coding for optical fiber transmission systems[J]. Journal of Lightwave Technology, 2011, 29(2): 222-233.
- [15] Gho G H, Kahn J M. Rate-adaptive modulation and coding for optical fiber transmission systems [J]. Journal of Lightwave Technology, 2012, 30(12): 1818-1828.
- [16] Gho G H, Kahn J M. Rate-adaptive modulation and low-density parity-check coding for optical fiber transmission systems [J]. Journal of Optical Communications and Networking, 2012, 4(10): 760-768.
- [17] Arabaci M, Djordjevic I B, Saunders R, *et al.* Polarization-multiplexed rate-adaptive non-binary-quasi-cyclic-LDPC-coded multilevel modulation with coherent detection for optical transport networks[J]. Optics Express, 2010, 18(3): 1820-1832.

- [18] Arabaci M, Djordjevic I B, Schmidt T, *et al.* Rate-adaptive nonbinary-LDPC-coded modulation with back propagation for long-haul optical transport networks[C]. IEEE 12th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON), 2010: 11475238.
- [19] Arabaci M, Djordjevic I B, Xu L, *et al.* Nonbinary LDPC-coded modulation for rate-adaptive optical fiber communication without bandwidth expansion [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2012, 24(16): 1402-1404.
- [20] Fischer J K, Schmidt-Langhorst C, Alreesh S, *et al.* Generation, transmission, and detection of 4-D set-partitioning QAM signals[J]. Journal of Lightwave Technology, 2015, 33(7): 1445-1451.
- [21] Renaudier J, Bertran-Pardo O, Ghazisaeidi A, *et al.* Experimental transmission of Nyquist pulse shaped 4-D coded modulation using dual polarization 16QAM set-partitioning schemes at 28 Gbaud [C]. IEEE Optical Fiber Communication Conference and Exposition and the National Fiber Optic Engineers Conference (OFC/NFOEC), 2013: 13582316.
- [22] Fischer J K, Alreesh S, Elschner R, *et al.* Bandwidth-variable transceivers based on four-dimensional modulation formats [J]. Journal of Lightwave Technology, 2014, 32(16): 2886-2895.
- [23] He Z L, Liu W T, Shen B L, *et al.* Flexible multidimensional modulation formats based on PM-QPSK constellations for elastic optical networks[J]. Chinese Optics Letters, 2016, 14(4): 040602.
- [24] Zhang Y Q, Arabaci M, Djordjevic I. Rate-adaptive four-dimensional nonbinary LDPC-coded modulation for long-haul optical transport networks[C]. National Fiber Optic Engineers Conference, Optical Society of America, 2012: JW2A.46.
- [25] Alreesh S, Schmidt-Langhorst C, Emmerich R, *et al.* Four-dimensional trellis coded modulation for flexible optical communications [J]. Journal of Lightwave Technology, 2017, 35(2): 152-158.
- [26] Kashero E L, Hu G J, Song Z X. Increased dimensionality of SP-MQAM modulation higher than 4D to 8D[J]. Optics Communications, 2017, 396: 15-18.
- [27] Ishimura S, Kikuchi K. Multi-dimensional permutation-modulation format for coherent optical communications[J]. Optics Express, 2015, 23(12): 15587-15597.
- [28] Millar D S, Koike-Akino T, Arik S Ö, *et al.* High-dimensional modulation for coherent optical communications systems[J]. Optics Express, 2014, 22(7): 8798-8812.
- [29] Conway J H, Sloane N J A. Sphere packings, lattices and groups [M]. New York: Springer Science & Business Media, 2013.
- [30] Koike-Akino T, Millar D S, Kojima K, *et al.* Eight-dimensional modulation for coherent optical communications[C]. IET 39th European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC 2013), 2013: 13841929.