利用拉盖尔-高斯光束探测标准相位型物体特性

朱思韦[1]，郭利娜[2]，倪波[1]，陈俊波[1]，唐志列[1]

[1]华南师范大学物理与电信工程学院，广东 广州 510006；

[2]广东技术师范学院光电工程学院，广东 广州 510665

摘要　根据数字螺旋成像法，利用光的轨道角动量记录物体信息，通过分析轨道角动量谱获取了相位型物体的信息；研究了使用不同拉盖尔-高斯(LG)光束探测时，简单的标准相位型物体轨道角动量谱的特性。结果表明，通过分析轨道角动量谱，可以有效地得到相位型物体的相位信息以及透射率信息。对不同拓扑荷数以及径向节点数的LG光束探测光所产生的不同衍射级频谱分量进行数值分析，结果表明探测光为高阶的LG光束时，更有利于探测简单的相位型物体的信息。

关键词　物理光学；拉盖尔-高斯光束；相位分量；透射率系数；轨道角动量谱

中图分类号　O436　　**文献标识码**　A　　**doi**：10.3788/LOP55.022601

Detection of Canonical Phase Object Characteristics with Laguere-Gaussian Beam

Zhu Siwei[1], Guo Lina[2], Ni Bo[1], Chen Junbo[1], Tang Zhilie[1]

[1] *School of Physics and Telecommunication Engineering, South China Normal University, Guangzhou, Guangdong* 510006, *China*;

[2] *School of Optoelectronic Engineering, Guangdong Polytechnic Normal University, Guangzhou, Guangdong* 510665, *China*

Abstract　According to the digital spiral imaging method, the information of the object is recorded by the orbital angular momentum of light. Through analyzing the orbital angular momentum spectra, we obtain the information of the phase object. Characteristics of the orbital angular momentum spectra of a simple canonical phase object are studied when different Laguere-Gaussian (LG) beams are used in detection. The results show that we can obtain the phase and transmittance information effectively by analyzing the orbital angular momentum spectra. Spectral components with different diffraction orders produced by the LG beams with different topological charges and radial node numbers are analyzed. The results show that the high-order LG beam is more conductive to probe the information of a simple canonical phase object.

Key words　physical optics; Laguere-Gaussian beam; phase components; transmission coefficient; orbital angular momentum spectrum

OCIS codes　260.6042; 070.4790; 050.4865; 120.5050

1　引　　言

涡旋光束具有特殊的螺旋波前结构和确定的光子轨道角动量。早期，涡旋光束主要应用于光学微操控，如微粒和原子的光陷阱[1]、捕获和引导粒子[2-3]、驱动微粒旋转[4-5]等。近年来，轨道角动量作为信息的载体，已广泛应用于量子光学和自由空间光通信等诸多领域，大大增加了传输的信息容量[6-8]。Gori[9]的研究表明利用涡旋轨道角动量进行编码具有更高的保密性。Gibson等[10-11]提出将

收稿日期：2017-08-05；**收到修改稿日期**：2017-09-06

基金项目：国家自然科学基金(61575067，11404067)

作者简介：朱思韦(1992—)，女，硕士研究生，主要从事涡旋光束方面的研究。E-mail：2016021669@m.scnu.edu.cn

导师简介：唐志列(1963—)，男，博士，教授，博士生导师，主要从事光声、共焦、偏振、光学相干断层成像术方面的研究。E-mail：tangzhl@scnu.edu.cn

轨道角动量用于编码信息的方法。作为涡旋光束在量子通信中应用研究的基础，涡旋光束的轨道角动量谱具有很大的研究价值。2005 年，Torner 等[12]提出数字螺旋成像(DSI)法，即通过分析一束散射涡旋光轨道角动量谱获取信号的振幅和相位信息。2012 年，Petrov 等[13]进一步在实验上实现了利用 DSI 获取信号的振幅和相位信息。基于对全连接结构的轨道角动量谱的测量，Uribe-Patarroyo 等[14]揭示了物体相关信息的空间对称性，证明了该方法相对于传统方法更高效。

涡旋光束在自由空间中沿 z 轴方向的傍轴传播，根据 DSI 法并利用光离散的轨道角动量获取相位型物体的信息，并研究了简单的标准相位型物体由不同的拉盖尔-高斯(LG)光束探测时轨道角动量谱的特性。轨道角动量与光波前的拓扑性质相关，所以该方法对相位梯度以及相位跃变较灵敏，为探测物体的特性提供了新思路。

2　基本原理

产生涡旋光的方法有很多[15-17]，目前比较常见且高效的产生涡旋光的方法是采用空间光调制器或螺旋相位板。将任意激光器输出的高斯光束入射到螺旋相位板，出射的光束即为涡旋光束，其电场表达式通常用 LG 函数表示，又称 LG 光束。LG 光束是涡旋光束的典型代表，呈连续螺旋状相位分布。LG 光束的光场表达式为 $\exp(\mathrm{i}l\varphi)$，其中 l 为拓扑荷数，φ 为绕涡旋点一周的相位变化。LG 光束是一类应用最为广泛的暗中空光束，并且 LG 模是光子轨道角动量的本征态，因此具有固定的光轨道角动量。标准化的 LG 涡旋光束在其横截面上的光场可以表示为[15]

$$L(\rho,\varphi,z)=\frac{cz_{\mathrm{R}}}{(1+z^2/z_{\mathrm{R}}^2)}\mathrm{L}_p^{|l|}\left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}\rho}{w}\right)^{|l|}\times \exp\left(-\frac{\rho^2}{w^2}\right)\exp\left[\frac{\mathrm{i}k\rho^2}{2(z^2+z_{\mathrm{R}}^2)}\right]\times \exp[-\mathrm{i}(2p+l+1)\arctan(z/z_{\mathrm{R}})]\exp(\mathrm{i}l\varphi),\tag{1}$$

式中 $\mathrm{L}_p^{|l|}$ 为拉盖尔多项式，其中 p 为径向节点；ρ 为径向圆柱坐标；$c=\{2p!/[\pi(|l|+p)!]\}^{1/2}$ 为归一化因子；$z_{\mathrm{R}}=kw_0^2/2$ 为瑞利长度，其中 w_0 为光束的束腰，$k=2\pi/\lambda$ 为波数；$w=w_0\sqrt{1+(\lambda z/\pi w_0^2)^2}$ 为距离束腰为 z 处的束腰宽度。由于 LG 光束中的 l 为任意参数，即轨道角动量具有无限个本征态，因此轨道角动量的本征态成为自由空间量子信息物理载体的重要选择。

图 1 为 $z=1$ m 处不同阶数 LG 光束的强度分布，由于存在相位奇点，中心都为暗核，横截面上径向截线圆数由拉盖尔多项式的过零次数决定，即取决于 p。不同 z 处 LG 光束的光斑半径为[18]

$$\omega_{p,l}(z)=\sqrt{2p+l+1}\,w。\tag{2}$$

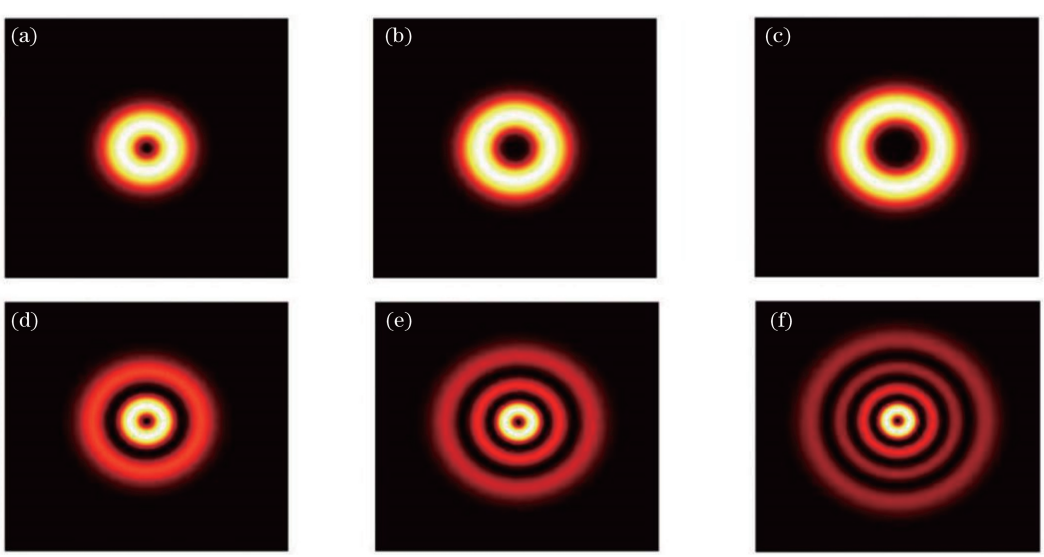

图 1　$z=1$ m 处不同阶数 LG 光束的强度分布。(a) $l=1,p=0$；(b) $l=2,p=0$；(c) $l=3,p=0$；(d) $l=1,p=1$；(e) $l=1,p=2$；(f) $l=1,p=3$

Fig. 1　Intensity distributions of LG beams with different orders at $z=1$ m. (a) $l=1$, $p=0$; (b) $l=2$, $p=0$; (c) $l=3$, $p=0$; (d) $l=1$, $p=1$; (e) $l=1$, $p=2$; (f) $l=1$, $p=3$

假设一束沿 z 轴方向傍轴传播的光束光场分布为 u，其电场幅度变化缓慢，则光束传播过程中的平均能量 $U=2\varepsilon_0\iint|u|^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 ε_0 为真空中的介电常数。任意的光场分布均可以投影到螺旋谐波 $\exp(\mathrm{i}n\varphi)$，则光场分布可以表示为

$$u(\rho,\varphi;z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_n(\rho,z)\exp(\mathrm{i}n\varphi),\quad(3)$$

式中 $a_n(\rho,z)=(1/2\pi)^{1/2}\int_0^{2\pi}u(\rho,\varphi;z)\exp(-\mathrm{i}n\varphi)\mathrm{d}\varphi$。光束所携带的能量 $U=2\varepsilon_0\sum_{-\infty}^{\infty}C_n$，其中 $C_n=\int_0^{\infty}|a_n(\rho,z)|^2\rho\mathrm{d}\rho$，$C_n$ 可表示为与 z 相关的常数值。则每个螺旋谐波的权重可以表示为

$$P=\frac{C_n}{\sum_{q=-\infty}^{\infty}C_q}。\quad(4)$$

所讨论的探测简单相位型物体的方法是由 LG 光束轨道角动量的螺旋本征态记录目标物的物理信息，并通过分析检测信号相应本征态的分量获取目标物的物理信息。假设入射光束(探测光)为一束特定的 LG 光束 $L(\rho,\varphi,z)$，且入射光在自由空间中沿 z 轴方向的傍轴传播，若目标物的透射率函数为 $T(\rho,\varphi)$，则刚好被目标物反射或折射后的目标物位置处的光场分布 $u=T(\rho,\varphi)L(\rho,\varphi,z)$，其变化与目标物的物理特性有关，且这种变化可由其出射光的轨道角动量谱分量体现出来。因此，可以利用入射光和出射光的轨道角动量谱所包含的不同分量得到目标物透射率函数的信息。轨道角动量谱的实验装置如图 2 所示，由氦-氖(He-Ne)激光器产生高斯光束，光束通过一个扩束系统后，经过一个空间光调制器(SLM)产生所需探测光，利用计算机生成的二进制叉形全息光栅(CGH)将入射光分为不同衍射级，再运用一个透镜实现傅里叶变换，最后由 CCD 记录不同衍射级的频谱分量。测得不同衍射级的功率值为[14]

$$M_m=2\pi\left|\int_0^{\infty}\rho A_m(\rho)\mathrm{d}\rho\right|^2,\quad(5)$$

式中 $A_m(p)=(1/\sqrt{2\pi})\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi u(\rho,\varphi)\exp(-\mathrm{i}m\varphi)$，$m$ 为衍射级次。目标物是一个标准的相位型物体，由薄显微镜玻璃板构成，可以用步进电动机控制其倾斜度的改变，标准的相位型物体示意图如图 3 所示。通过改变玻璃板的倾斜度，引入不同的相位延迟，其透射率函数可以表示为

$$T(\rho,\varphi;x_0)=\begin{cases}t\exp(\mathrm{i}\varphi), & \rho\cos\phi>x_0\\ 1, & \rho\cos\phi\leqslant x_0\end{cases},\quad(6)$$

式中 t 为玻璃板的透射系数，ϕ 为倾斜角，x_0 为入射光距玻璃板中心的距离。通过玻璃板的反射光测量其倾斜角。

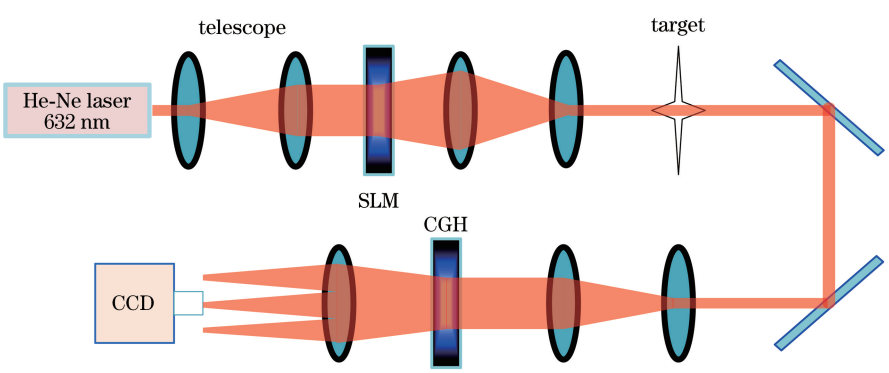

图 2　实验装置示意图

Fig. 2　Diagram of experimental setup

3　仿真模拟与分析

当探测光为 LG_{10} 模式的涡旋光束时，探测光入射到目标物的中心位置，目标物具有与入射光中心大小为 φ 的相位位错，且玻璃板的透射系数为 1。当 $x<0$ 时，$T(\rho,\varphi)=1$；当 $x\geqslant0$ 时，$T=(\rho,\varphi)=\exp(\mathrm{i}\varphi)$。图 4 为中心($n=1$)的权重 P_1 以及第一相邻分量($n=0,2$)的权重 P_0+P_2 随归一化相位位错 φ/π 的变化，从图中可以得出相位位错的确切数值。从图 4(a)中可以看出，P_1 随相位位错的增大而减小；从图 4(b)中可以看出，P_0+P_2 随 φ/π 的增大而增大，但不会到达与 P_1 分量相同的最大值，因为随着相位位错的增大，还会出现更多的频谱分量。

当探测光为高斯光束时，探测光入射到目标物的中心位置，目标物与探测光具有 π 的相位位错，当探测光由玻璃板的中心移到边缘时，绘制CCD记录

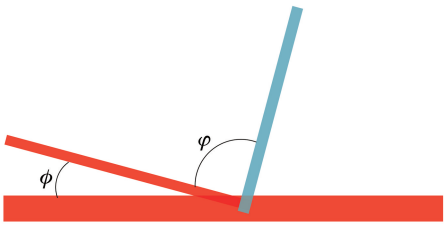

图 3　标准的相位型物体示意图

Fig. 3　Schematic of canonical phase object

的衍射级为 m 的频谱分量 M_m 的归一化量 $M_{0,\infty}$ 随 x_0 的变化曲线。图 5(a)为 t 取不同值时的 $M_m/M_{0,\infty}$。根据图 5(a)即可由 M_m 得出相应的 t 值。当探测光为高斯光束/探测光入射到目标物的中心位置且透射率 t 取值为 1 时，目标物与探测光有大小为 φ 的相位位错。φ 取不同值时，$M_m/M_{0,\infty}$ 的值如图 5(b)所示，根据图 5(b)即可由中心频谱分量得出相应的相位位错 φ。

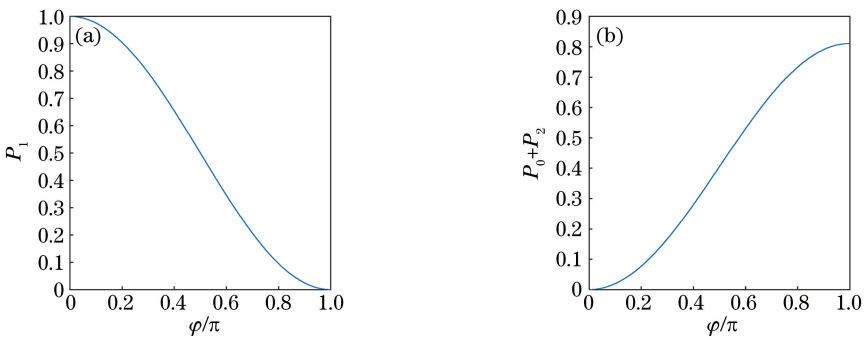

图 4　(a) P_1 随 φ/π 的变化；(b) P_0+P_2 随 φ/π 的变化

Fig. 4　(a) Variation in P_1 with φ/π; (b) variation in P_0+P_2 with φ/π

当探测光为不同拓扑荷数的 LG 光束时，目标物与探测光具有 φ 的相位位错，探测光由相位型物体中心向边缘移动距离 x_0，对应的透射率函数可由(6)式计算得到。图 6 中的实线代表轨道角动量谱 C_m 的归一化量 $C_{0,\infty}$ 随 x_0 的变化，虚线代表 CCD 所记录 $M_{0,\infty}$ 随 x_0 的变化。图 6(a)～(c)分别代表当探测光 $l=0$ 且 p 分别为 0，1，2 时，CCD 记录所测相位型物体的 M_m 与 C_m 的数值比较，其中 m 与 l 相同。图 6(d)～(f)代表当探测光 $l=1$ 且 p 分别为 0，1，2 时，CCD 记录所测相位型物体的 M_m 与 C_m 的数值比较。由图可见，随着 l 和 p 的增大，M_m 与 C_m 的曲线图相似度变好。但是，当 p 为奇数时，M_m 的曲线图会出现多个极值点。此外，随着 l 的增大，整个曲线逐渐展宽，由中心频谱分量 $M_m(x_0=0)$ 的值可得出相应的相位位错 φ。经模拟可得探测光为高阶的 LG 光束更有利于探测简单的相位型物体的信息。

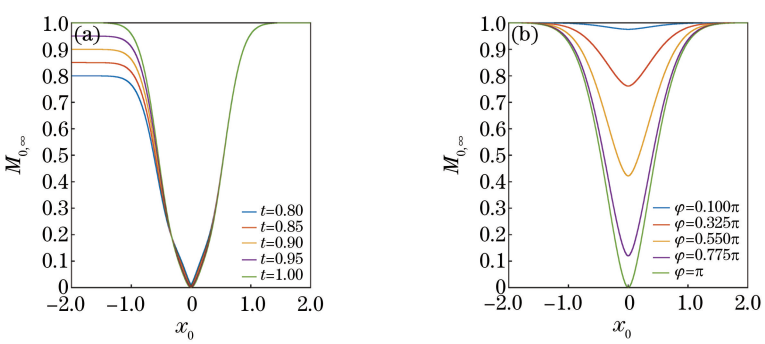

图 5　探测光由玻璃板的中心移到边缘时的 $M_m/M_{0,\infty}$。(a) t 取不同值时的 $M_m/M_{0,\infty}$；(b) φ 取不同值时的 $M_m/M_{0,\infty}$

Fig. 5　Values of $M_m/M_{0,\infty}$ when probing light moves from center of glass plate to edge of glass plate. (a) $M_m/M_{0,\infty}$ for different value of t; (b) $M_m/M_{0,\infty}$ for different value of φ

4　结　　论

基于 DSI 法，根据光的轨道角动量记录物体信息，并通过分析轨道角动量谱获取物体的特征，研究了由 LG 光束探测简单的标准相位型物体轨道角动量谱的特性。结果表明，根据轨道角动量谱分量可以得到相位型物体的相位信息以及透射率系数。由于轨道角动量与光波前的拓扑性质相关，因此该方法对测量相位的跃变灵敏。研究了探测光的拓扑荷数以及径向节点数对计算相位型物体信息的影响，

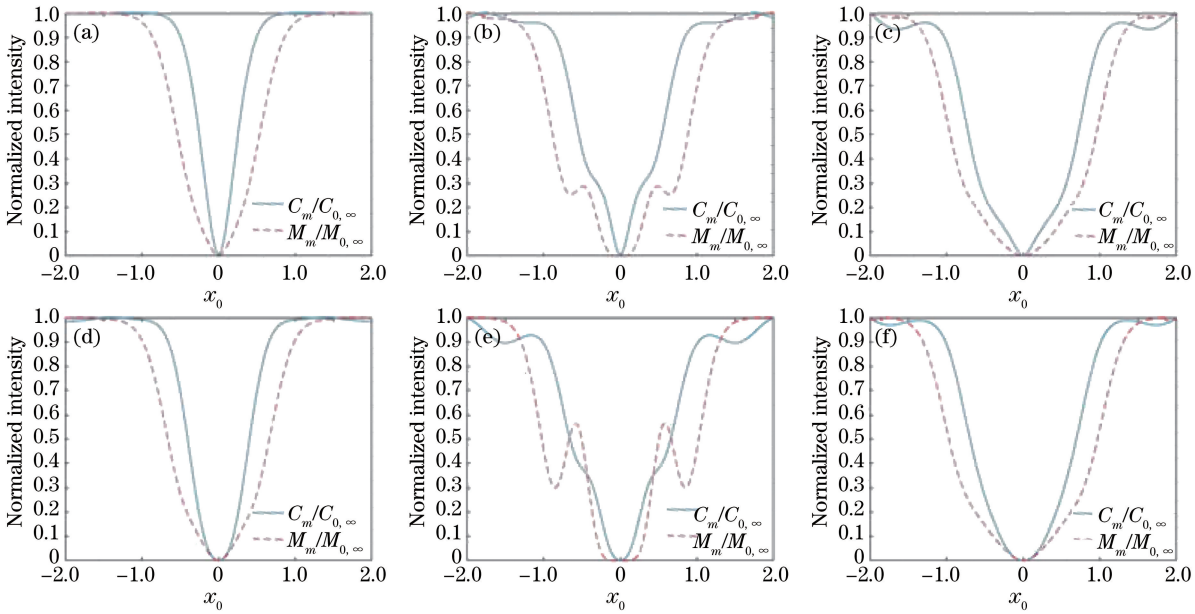

图 6　探测光由玻璃板的中心移到边缘时的 $C_m/C_{0,\infty}$（实线）以及 $M_m/M_{0,\infty}$（虚线）。(a) $m=0,p=0$；(b) $m=0,p=1$；(c) $m=0,p=2$；(d) $m=1,p=0$；(e) $m=1,p=1$；(f) $m=1,p=2$

Fig. 6　Values of $C_m/C_{0,\infty}$ and $M_m/M_{0,\infty}$ when probing light moves from center of glass plate. (a) $m=0$, $p=0$; (b) $m=0$, $p=1$; (c) $m=0$, $p=2$; (d) $m=1$, $p=0$; (e) $m=1$, $p=1$; (f) $m=1,p=2$

结果表明探测光为高阶的 LG 光束时更有利于探测简单的相位型物体的信息。该研究结果为探测物体的特性提供了新思路。

参　考　文　献

[1] Gahagan K T, Swartzlander G A. Trapping of low-index microparticles in an optical vortex[J]. Journal of the Optical Society of America B, 1998, 15(2): 524-534.

[2] Xu X Y, Kim K, Jhe W, *et al*. Efficient optical guiding of trapped cold atoms by a hollow laser beam [J]. Physical Review A, 2001, 63(6): 063401.

[3] Song Y, Milam D, Hill W T. Long, narrow all-light atom guide[J]. Optics Letters, 1999, 24(24): 1805-1807.

[4] He X D, Xu P, Wang J, *et al*. Rotating single atoms in a ring lattice generated by a spatial light modulator [J]. Optics Express, 2009, 17(23): 21007-21014.

[5] Gao M W, Gao C Q, He X Y, *et al*. Rotating of particles by using the beam with orbital angular momentum[J]. Acta Physica Sinica, 2004, 53(2): 413-417.
高明伟，高春清，何晓燕，等. 利用具有轨道角动量的光束实现微粒的旋转[J]. 物理学报，2004，53(2)：413-417.

[6] James D F V. Change of polarization of light beams on propagation in free space[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1994, 11(5): 1641-1643.

[7] Li C F, He Y, Yang Y F. Representation theory and physical properties of finite electromagnetic beams [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2010, 47(7): 072601.
李春芳，何英，杨艳芳. 有限光束的表示方法及物理性质[J]. 激光与光电子学进展，2010，47(7)：072601.

[8] Liu Y D, Gao C Q, Li F, *et al*. Study on orbital angular momentum and its spectrum of partially coherent light beam[J]. Journal of Applied Optics, 2007, 28(4): 462-467.

[9] Gori F. Matrix treatment for partially polarized, partially coherent beams[J]. Optics Letters, 1998, 23(4): 241-243.

[10] Gibson G, Courtial J, Padgett M J, *et al*. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum[J]. Optics Express, 2004, 12(22): 5448-5456.

[11] Lü H, Ke X Z. Research on the beam with orbital angular momentum used in encoding and decoding of optical communication[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(2): 331-335.
吕宏，柯熙政. 具轨道角动量光束用于光通信编码及解码研究[J]. 光学学报，2009，29(2)：331-335.

[12] Torner L, Torres J P, Carrasco S. Digital spiral imaging[J]. Optics Express, 2005, 13(3): 873-881.

[13] Petrov D, Rahuel N, Molina-Terriza G, *et al*. Characterization of dielectric spheres by spiral imaging[J]. Optics Letters, 2012, 37(5): 869-871.

[14] Uribe-Patarroyo N, Fraine A, Simon D S, *et al*. Object identification using correlated orbital angular momentum states[J]. Physical Review Letters, 2013, 110(4): 043601.

[15] Li X Z, Meng Y, Li H H, *et al*. Generation of perfect vortex beams and space free-control technology[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(10): 1026018.
李新忠，孟莹，李贺贺，等. 完美涡旋光束的产生及其空间自由调控技术[J]. 光学学报，2016，36(10): 1026018.

[16] Sun X B, Zhu Q H, Liu L Q, *et al*. Research progress of generation methods of high-power vortex beams[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(7): 070001.
孙喜博，朱启华，刘兰琴，等. 高功率涡旋光束产生方法研究进展[J]. 激光与光电子学进展，2017，54(7): 070001.

[17] Guo M J, Zeng J, Li J H. Generation and interference of vortex beam based on spiral phase plate[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(9): 092602.
郭苗军，曾军，李晋红. 基于螺旋相位板的涡旋光束的产生与干涉[J]. 激光与光电子学进展，2016，53(9): 092602.

[18] Kogelnik H, Li T. Laser beams and resonators[J]. Proceedings of the IEEE, 1966, 54(10): 1312-1329.