

基于 Nd:GdVO₄晶体的自锁模皮秒涡旋光

李剑伟, 郑义, 李祚涵*, 高亦飞, 李庆玲

北京交通大学理学院激光研究所, 北京 100044

摘要 基于 Nd:GdVO₄ 晶体研究了自锁模拉盖尔-高斯(LG)涡旋光束。通过不断调节谐振腔内的损耗实现厄米-高斯(HG₀₀和HG₀₂)模式稳定的皮秒自锁模激光输出。模式转换器可将HG₀₂模式转换为LG₀₂模式稳定的皮秒自锁模涡旋脉冲,锁模脉冲频率为1.35 GHz。LG₀₀和LG₀₂模式锁模脉冲的平均输出功率分别为484 mW和371 mW,斜效率分别为30.3%和19.3%。

关键词 激光光学; 自锁模; 皮秒; 涡旋光束; 柱面镜

中图分类号 TN248

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.021411

Self-Mode-Locked Picosecond Vortex Beams Based on Nd:GdVO₄ Crystal

Li Jianwei, Zheng Yi, Li Zuohan, Gao Yifei, Li Qingling

Institute of Laser, School of Science, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China

Abstract Self-mode-locked Laguerre-Gaussian (LG) vortex beams are studied based on Nd:GdVO₄ crystals. The stable picosecond self-mode-locked laser with Hermite-Gaussian (HG₀₀ and HG₀₂) modes can be obtained through the continuous adjustment for cavity loss. The stable picosecond self-mode-locked vortex pulse can be converted from HG₀₂ mode to LG₀₂ mode with a mode converter. The frequency of mode-locked pulse is 1.35 GHz. The average output powers of LG₀₀ and LG₀₂ modes are 484 mW and 371 mW respectively, and the slope efficiencies are 30.3% and 19.3% respectively.

Key words laser optics; self-mode-locked; picosecond; vortex beams; cylindrical lens

OCIS codes 140.3580; 140.3480; 140.4050

1 引言

涡旋光束是一种特殊的新型光束,具有螺旋形波前结构、确定的轨道角动量和相位奇点^[1-3]。得益于涡旋光束这些特殊的光学特性,连续或脉冲涡旋光广泛应用于光学镊子^[4-5]、光学检测^[6]、量子通信^[7]等领域,人们对它的产生方式、动力学传输特性以及原子旋转态等进行了大量的理论和实验研究^[8-11]。常见的涡旋光有拉盖尔-高斯(LG)光束、高阶贝塞尔光束^[12]和超几何光束。目前人们对LG

光束的研究较为广泛^[13],其研究领域主要集中于连续光。在一些重要领域,脉冲激光比连续激光具有更大的应用前景,通过结合超短脉冲和涡旋光的方式可实现超快涡旋光输出,因此涡旋光在高效率激光器方面具有更大的应用空间^[14-15]。LG模式可通过厄米-高斯(HG)模式转换获得,其主要转换方式分两大类:1)在腔外实现模式转换,如螺旋相位板法^[16-17]、螺旋波面计算全息法^[18]、几何光学模式变换法^[19-20]和液晶空间光调制器法^[21]等;2)采用直接抽运的方式,该方法主要利用热透镜效应和离轴

收稿日期: 2017-07-13; 收到修改稿日期: 2017-08-30

基金项目: 国家自然科学基金(61527822)、中央高校基本科研基金(S16JB00010)

作者简介: 李剑伟(1991—),男,硕士研究生,主要从事光纤激光器方面的研究。E-mail: 15801252602@163.com

导师简介: 郑义(1964—),男,博士,教授,博士生导师,主要从事激光技术、太赫兹波技术方面的研究。

E-mail: yizheng0101@126.com

* 通信联系人。lizuohan@163.com

抽运的方式使激光器直接产生涡旋光^[22-23]。利用热透镜效应时,需要在腔内放置相位板和光阑进行模式识别,使得涡旋光的转换效率和重复频率的操作条件被限制;利用离轴抽运的方式时,较大的离轴位移会导致阈值功率升高,不利于高功率光束的产生^[20]。相比较而言,腔外几何光学模式转化的方法具有操作简单、转换效率高、光谱操作范围较宽和损伤阈值较大等优点,故采用几何光学模式转化的方法。

通过锁模的方式可产生超短脉冲,锁模方式主要分为主动锁模和被动锁模。与传统的锁模方式相比,利用晶体的三阶非线性效应,在不添加任何增益介质的情况下,实现谐振腔内锁模的自启动^[24]是一种新型的锁模方式。克尔透镜锁模的主要机理是利用激光增益介质本身的克尔效应引发光束自聚焦,自聚焦效应与抽运激光聚焦在增益介质内形成的三维光阑(软光阑)相结合,相当于一个快饱和吸收体,对脉冲的前后沿起压缩作用,从而实现锁模。克尔透镜锁模与其他方式相比具有很大的优势,其成本低、可靠性高、适用性广且理论上噪声接近量子极限,可实现皮秒甚至飞秒激光脉冲^[24-27]。自锁模效应和涡旋光输出相结合的皮秒涡旋脉冲激光器可实现新型、高效的锁模方式。

利用柱透镜对构成的模式转换器和晶体的非线性效应,可实现基于 Nd:GdVO₄ 晶体的自锁模皮秒涡旋脉冲激光的稳定输出。由于多横模的横向分布以及不同光学相位产生的不同光学频率的相互扰动,基横模是一般锁模脉冲所需的主要条件,同时需要利用柱透镜将高阶 HG 模式光束转换成具有螺旋相位和特定轨道角动量的 LG 激光,因此高阶 LG 涡旋光和稳定锁模脉冲激光的最优化是一个难题。

本文通过设计谐振腔和调节损耗,提高了谐振腔的非线性能力并降低了衍射损耗,实现了高阶 HG 模的产生,并通过模式转换器实现了 LG₀₀ 模式

和 LG₀₂ 模式稳定的皮秒锁模涡旋脉冲激光的输出,其自锁模脉冲频率分别为 1.36 GHz 和 1.35 GHz。随着抽运功率的提高,稳定 LG₀₀ 模式和 LG₀₂ 模式锁模脉冲的平均输出功率分别达到 484 mW 和 371 mW,斜效率分别达到 30.3% 和 19.3%。

2 实验装置与设计

基于 Nd:GdVO₄ 晶体的自锁模涡旋脉冲激光实验装置如图 1 所示,抽运源为 808 nm 光纤耦合半导体激光器(LD),尾纤芯径为 200 μm、数值孔径为 0.22。抽运光经分光比为 1:1.5、耦合效率为 93% 的准直耦合系统后,再经输入镜 M1 聚焦在晶体端面。实验中所用的增益介质为 A 切割的 Nd:GdVO₄ 晶体, Nd³⁺ 的掺杂浓度(原子数分数)为 0.2%,晶体的尺寸为 3 mm×3 mm×10 mm,晶体被钢箔包裹并与水冷紫铜热沉紧密接触,温度控制在 18 °C,以减弱热透镜效应。晶体表面分别镀有 808 nm 和 1064 nm 的增透膜,激光谐振腔采用凹平腔。M1 的曲率为 200 mm,表面镀有透射率大于 98% 的 808 nm 增透膜和反射率大于 99.8% 的 1064 nm 高反膜。平面输出镜 M2 表面镀有 1064 nm 部分透射膜,透射率为 10%。M3 为在 900~1200 nm 波长范围内分光比为 5:5 的分光镜,与光轴成 45° 放置,从而可使输出激光分成两条光路,便于同时观察 HG 模式和 LG 模式。M4 为平面镜,表面镀有反射率大于 99.8% 的 1064 nm 高反膜。M5 为焦距 $f_1 = 75$ mm 的聚焦透镜,用于变换出射光的瑞利长度。在模式转换器中,柱透镜对为两个焦距 f_2 均为 40 mm 的柱透镜。实验中的锁模脉冲由带宽为 5 GHz 的高速砷化镓(InGaAs)光电探测器和带宽为 3 GHz 的示波器(Wave pro 7300A 型, LeCroy 公司, 美国)进行检测分析,输出的激光光斑由 CCD 进行检测分析。

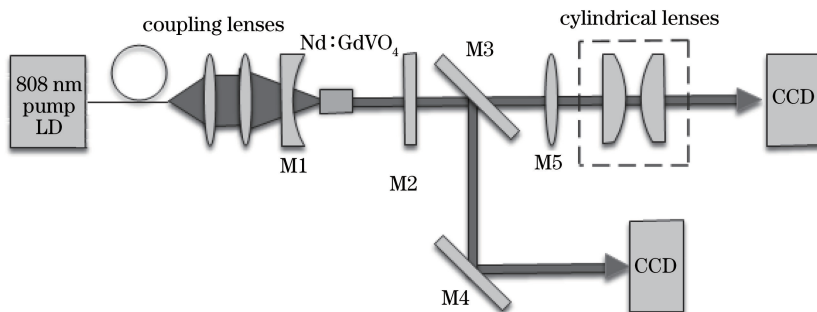


图 1 基于 Nd:GdVO₄ 晶体的 1064 nm 自锁模涡旋激光器实验装置图

Fig. 1 Experimental setup of self-mode-locked vortex laser based on Nd:GdVO₄ crystal at 1064 nm

涡旋光中心相位奇点的出现是由光束的相位分布引起的。当波前呈螺旋型,涡旋光中心电矢量振幅消失,中心的相位奇点就会出现。利用球面极坐标中 z 方向上的角动量算子 $L_z = -i\hbar\partial/\partial\varphi$ 计算其本征值,可得到具有螺旋相位的光束中每个光子具有 lh 的轨道角动量,其中 φ 为方位角坐标, l 为拓扑荷数, \hbar 为普朗克常数^[28-29]。HG 模在球面镜谐振腔内的频率表达式为^[30]

$$\nu_{qnm} = \frac{c}{2L} \left[q + (n + m + 1) \frac{\theta}{2\pi} \right], \quad (1)$$

式中 θ 为 Gouy 相位角, q 为纵模指数, m 和 n 为横模指数, L 为谐振腔的长度, c 为光速。 θ 与腔型结构的关系为 $\cos(\theta/2) = \sqrt{g_1 g_2}$, 其中 $g_1 = 1 - L/R_1$, $g_2 = 1 - L/R_2$, R_1 、 R_2 分别为输入、输出镜的曲率, $\theta = 2\pi K/N$ (K 为横模频率间隔, N 为纵模频率间隔)。由于采用的是平凹腔,所以得到谐振腔内横模与纵模的模式空间比^[25]为

$$K/N = \arccos(\sqrt{1 - L/R})/\pi, \quad (2)$$

式中 R 为谐振腔的曲率。当 $K/N = 1/4$ 即 $L = 1/R_1$ 时,谐振腔为半共焦临界腔,此时输出的光不是普通的 HG 光束,而是文献[26]中的 W 模式。调整 $L = 112$ mm,当 $K/N = 0.27 > 0.25$ 时,输出的光为普通的 HG 光束。在自锁模谐振腔设计过程中,克尔灵敏度和模式匹配是必须考虑的重要指标。通过调整晶体在腔内的位置,可达到较高的克尔灵敏度和最佳的模式匹配,从而获得稳定的自锁模激光的输出。在实验过程中,晶体与输入镜的距离 $d = 35$ mm 时,晶体上的振荡光斑直径约为 $221 \mu\text{m}$,此时抽运光与基频光的光斑模式匹配比为 0.9,克尔灵敏度 $\sigma = -0.014$,激光器可实现稳定的自启动横电磁(TEM₀₀)锁模。

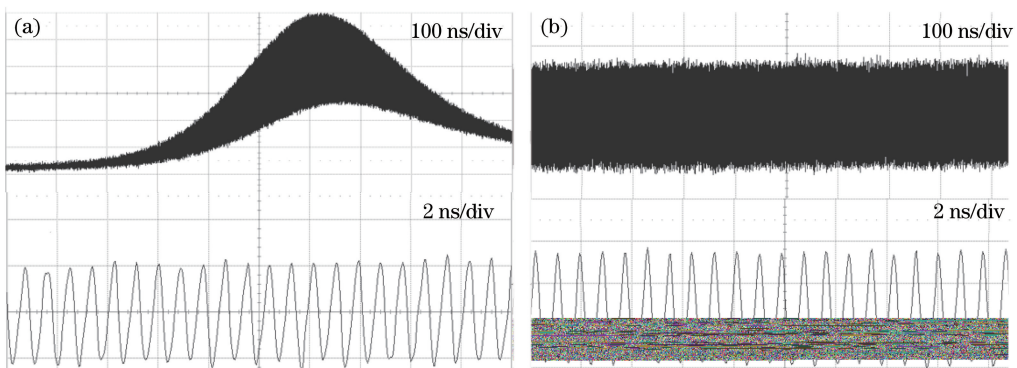


图3 HG₀₂模在不同抽运功率下的脉冲序列图。(a)抽运功率为2.3 W;(b)抽运功率为3.8 W

Fig. 3 Pulse train waveforms of HG₀₂ mode with different pump powers.

(a) Pump power is 2.3 W; (b) pump power is 3.8 W

3 实验结果与分析

在实验过程中,通过微调腔内的损耗可输出不同的高阶 HG 光束,通过示波器可观测到只有在特殊高阶模式下才能实现稳定的锁模脉冲输出。这种现象主要是因为激光在传输过程中各个模式之间存在模式竞争,导致自锁模脉冲不稳定^[31]。图2示出 HG₀₂ 模式经 Matlab 处理后形成的三维强度分布图。在此传输模式下可获得稳定的锁模图像。图3分别表示在 100 ns/div 和 2 ns/div 时域内的锁模现象。当抽运功率为 2.3 W 时,图3(a)显示了 HG₀₂ 模式下不稳定的锁模现象;当抽运功率逐渐增加到 3.8 W 时,图3(b)显示了激光器可实现稳定的连续锁模状态并且无星点脉冲出现,输出激光的重复频率为 1.35 GHz。图4表示 TEM₀₀ 在抽运功率为 2.4 W 时,输出的稳定连续锁模脉冲序列图。当 $L = 112$ mm 时,激光器输出光的重复频率为 1.36 GHz。

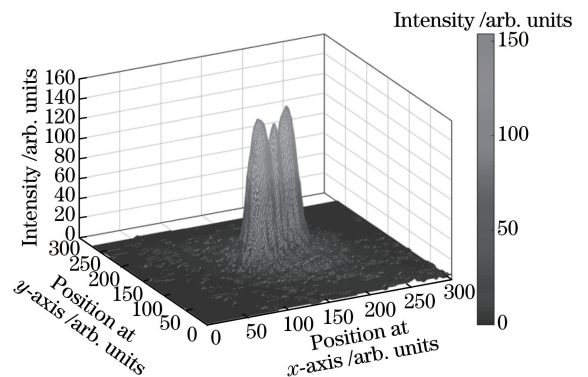
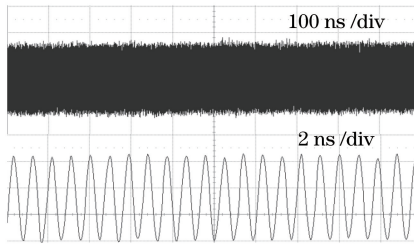


图2 HG₀₂传输模式的三维光强分布图

Fig. 2 Three-dimensional light intensity distribution of HG₀₂ transmission mode

图4 TEM₀₀锁模脉冲序列图Fig. 4 Train waveform of mode-locked pulse with TEM₀₀

通过微调腔镜角度和位置,更高阶的HG模式也能实现不稳定的锁模脉冲,这与锁模理论的计算结果基本一致。通过增加抽运功率并未发现稳定的锁模现象,这主要是因为多横模的横向分布以及不同光学相位产生了不同光学频率的相互扰动。由图3可知,测量脉宽 $\tau=305$ ps。探测器的上升沿时间 $\tau_1=70$ ps,由示波器的上升沿时间 $\tau_2 F_{BW}=0.35$ 可知,示波器的带宽 $F_{BW}=3$ GHz。 τ 、真实脉宽 τ_0 、 τ_1 及 τ_2 之间的关系为 $\tau^2=\tau_0^2+\tau_1^2+\tau_2^2$ 。由此可得出锁模脉冲的脉宽约为272.8 ps,实际脉宽应小于272.8 ps。

通过柱透镜实现模式转换已经得到实验和理论的证实,同时由理论分析可知LG模式能够分解成一系列HG模式的组合^[24],即

$$\varphi_{\hat{n},\hat{m},l}^{LG}(x,y,z) = \sum_{u=0}^{2\hat{n}+\hat{m}} e^{iu\theta} B(\hat{n},\hat{m},u) \times \varphi_{2\hat{n}+\hat{m}-u,u,l}^{HG}(x,y,z), \quad (3)$$

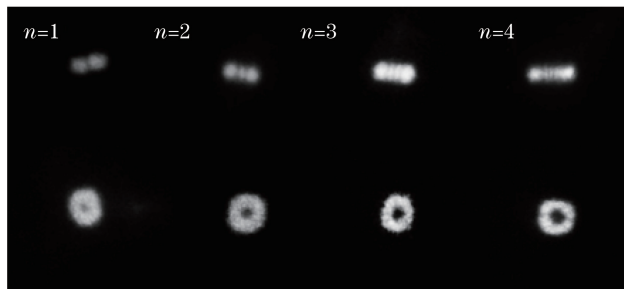


图5 实验中不同HG传输模式对应的LG传输模式

Fig. 5 LG transmission modes corresponding to different HG transmission modes

图7表示不同高阶模式下的输出功率随抽运功率的变化图。由图7可知,LG₀₀模式的激光阈值在不同模式中是最低的,这主要是因为随着光束横模阶次的增大,衍射损耗增大,阶次越高则光强分布越趋向于边缘。LG₀₀模式在抽运功率为0.8 W时输出不稳定的激光脉冲,当抽运功率达到2.4 W时,可实现稳定锁模的激光输出,输出功率为484 mW。LG₀₂模式的阈值为2 W,当抽运功率为3.8 W时,可实现稳定锁模的激光输出,输出功率为371 mW。

其中,

$$B(\hat{n},\hat{m},u) = \frac{(-1)^u}{\sqrt{2^{2\hat{n}+\hat{m}}}} \times \sum_v \frac{(-1)^v \sqrt{(\hat{n}+\hat{m})! \hat{n}! (2\hat{n}+\hat{m}-u)! u!}}{v! (u-v)! (\hat{n}+\hat{m}-u)! (n+v-u)!}, \quad (4)$$

式中 $e^{iu\theta}$ 为连续分量之间的相位差因子,与之对应的LG模式指数 $n=\hat{n}, m=\hat{n}+|\hat{m}|$ 。根据文献[32],柱透镜相对主轴方向转动45°后可产生扭矩,使得透镜的主轴方向与模式的长轴方向一致,从而实现LG模式的转换。此外,当 $\theta=\pi/2$ 时,进入柱透镜的HG光束的瑞利长度 $z_R=(1+1/\sqrt{2}) \times f$,其中 f 为柱透镜的焦距,两柱透镜的相对距离 $\sqrt{2}d=f$ ^[33],模式转换器的中心位置应当在HG光束的束腰位置。经过严格的距离校准和腔内损耗的调节,实验得到了清晰的高阶HG模式,并获得了相应阶数的LG涡旋光束,如图5所示。从图5中可以看出,随着HG模式指数 n 的逐渐增大,对应高阶涡旋光的中央暗点的半径也逐渐增大,这主要是由涡旋光束的空心大小随着光束拓扑荷数的增大而增大引起的。

图6表示与图2相对应的LG₀₂传输模式的三维光强分布图,由图6可更加直观地观察到涡旋光的轮廓分布,证明了带有特定拓扑荷数稳定锁模涡旋光的存在。

LG₀₀模式与LG₀₁模式的斜效率非常接近,分别为30.3%和30.6%,而LG₀₂模式的斜效率为19.3%。

4 结 论

利用Nd:GdVO₄晶体并通过不断调节腔镜来提高谐振腔的非线性能力,同时降低衍射损耗,从而实现高阶HG模式的激光输出。理论解释了临界腔中非正常的HG模式与正常的HG模式存在的内在关系。利用柱透镜对组成的 $\pi/2$ 模式转化器和

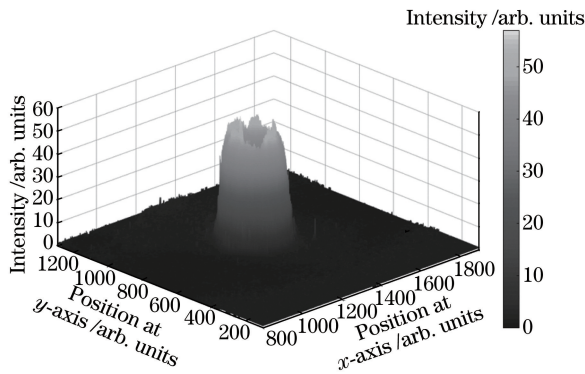
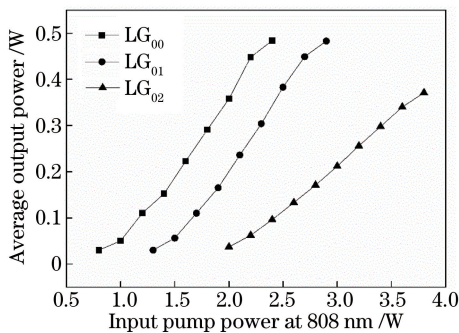
图 6 LG_{02} 传输模式的三维光强分布图Fig. 6 Three-dimensional light intensity distribution of LG_{02} transmission mode

图 7 不同 LG 传输模式的输出功率随抽运功率的变化

Fig. 7 Variation in output powers of different LG transmission modes with pump power

晶体自身三阶非线性克尔透镜效应的完美结合, 获得 LG_{02} 模式皮秒锁模涡旋光的稳定输出, 得到锁模脉冲频率为 1.35 GHz。 LG_{00} 和 LG_{02} 模式锁模脉冲的平均输出功率分别为 484 mW 和 371 mW, 斜效率分别为 30.3% 和 19.3%, 该结果证实了特殊高阶模下稳定锁模的存在。高阶稳定皮秒涡旋光的产生在科学研究的各个领域(包括材料加工、手性物质可控的特异性、非线性频率转换、高能物理学以及探究光子与激子的轨道角动量的相互作用等)具有很大的应用前景。

参 考 文 献

[1] Allen L, Barnett S M, Padgett M J. Optical angular momentum[M]. Bristol: CRC Press, 2003.

[2] Franke-Arnold S, Allen L, Padgett M. Advances in optical angular momentum[J]. Laser & Photonics Reviews, 2008, 2(4): 299-313.

[3] Grier D G. A revolution in optical manipulation[J]. Nature, 2003, 424(6950): 810-816.

[4] Gahagan K T, Swartzlander G A. Optical vortex trapping of particles[J]. Optics Letters, 1996, 21

(11): 827-829.

- [5] Curtis J E, Koss B A, Grier D G. Dynamic holographic optical tweezers[J]. Optics Communications, 2002, 207 (1/2/3/4/5/6): 169-175.
- [6] Senthilkumaran P. Optical phase singularities in detection of laser beam collimation[J]. Applied Optics, 2003, 42(31): 6314-6320.
- [7] Torres J P, Lluís T. Twisted photons: Applications of light with orbital angular momentum[M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2011.
- [8] Scheuer J, Orenstein M. Optical vortices crystals: Spontaneous generation in nonlinear semiconductor microcavities[J]. Science, 1999, 285(5425): 230-233.
- [9] Rozas D, Law C T, Swartzlander G A. Propagation dynamics of optical vortices [J]. Journal of the Optical Society of America B, 1997, 14(11): 3054-3065.
- [10] Andersen M F, Ryu C, Cladé P, *et al.* Quantized rotation of atoms from photons with orbital angular momentum[J]. Physical Review Letters, 2006, 97 (17): 170406.
- [11] Yu S Y. Integrated photonic methods for manipulation of optical vortices [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(10): 1026008.
余思远. 涡旋光场的集成光子学操控方法[J]. 光学学报, 2016, 36(10): 1026008.
- [12] Liu X, Qin Y L, Yan M, *et al.* Propagation of the charge-2 vortex beam in Bessel optical lattices [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52 (9): 091901.
刘鲜, 覃亚丽, 鄢曼, 等. 二阶涡旋光在贝塞尔晶格中的传播[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(9): 091901.
- [13] Xu Y, Yu J J, Han X H, *et al.* Acousto-optically Q-switched and vortex Nd:YAG laser by using circular Damman grating for annular pumping [J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(6): 0601002.
徐云, 余俊杰, 韩侠辉, 等. 基于圆环达曼光栅整形的环形光抽运的 Nd:YAG 声光调 Q 涡旋光激光器 [J]. 中国激光, 2016, 43(6): 0601002.
- [14] Ishaaya A A, Davidson N, Friesem A A. Very high-order pure Laguerre-Gaussian mode selection in a passive Q-switched Nd:YAG laser[J]. Optics Express, 2005, 13(13): 4952-4962.
- [15] Huang Y J, Chiang P Y, Liang H C, *et al.* High-power Q-switched laser with high-order Laguerre-Gaussian modes: Application for extra-cavity harmonic generations[J]. Applied Physics B, 2011,

- 105(2): 385-390.
- [16] Yusufu T, Sasaki Y, Araki S, *et al.* Beam propagation of efficient frequency-doubled optical vortices[J]. *Applied Optics*, 2016, 55(19): 5263-5266.
- [17] Kotlyar V V, Almazov A A, Khonina S N, *et al.* Generation of phase singularity through diffracting a plane or Gaussian beam by a spiral phase plate[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2005, 22(5): 849-861.
- [18] Heckenberg N R, McDuff R, Smith C P, *et al.* Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms[J]. *Optics Letters*, 1992, 17(3): 221-223.
- [19] Lin Y C, Lu T H, Huang K F, *et al.* Generation of optical vortex array with transformation of standing-wave Laguerre-Gaussian mode[J]. *Optics Express*, 2011, 19(11): 10293-10303.
- [20] Lee C Y, Chang C C, Cho C Y, *et al.* Generation of higher order vortex beams from a YVO₄/Nd:YVO₄ self-Raman laser via off-axis pumping with mode converter[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2015, 21(1): 318-322.
- [21] Guo S F, Liu K, Sun H X, *et al.* Generation of higher-order Laguerre-Gaussian beams by liquid crystal spatial light modulators[J]. *Journal of Quantum Optics*, 2015, 21(1): 86-92.
郭帅凤, 刘奎, 孙恒信, 等. 利用液晶空间光调制器产生高阶拉盖尔高斯光束[J]. *量子光学学报*, 2015, 21(1): 86-92.
- [22] Okida M, Hayashi Y, Omatsu T, *et al.* Characterization of 1.06 μm optical vortex laser based on a side-pumped Nd:GdVO₄ bounce oscillator[J]. *Applied Physics B*, 2009, 95(1): 69-73.
- [23] Chard S P, Shardlow P C, Damzen M J. High-power non-astigmatic TEM₀₀ and vortex mode generation in a compact bounce laser design[J]. *Applied Physics B: Lasers and Optics*, 2009, 97(2): 275-280.
- [24] Sung C L, Cheng H P, Lee C Y, *et al.* Generation of orthogonally polarized self-mode-locked Nd:YAG lasers with tunable beat frequencies from the thermally induced birefringence[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(8): 1781-1784.
- [25] Li Z, Peng J, Yao J, *et al.* Efficient self-stimulated Raman scattering with simultaneously self-mode-locking in a diode-pumped Nd:GdVO₄ laser[J]. *Applied Optics*, 2017, 55(32): 9000-9005.
- [26] Han M, Peng J, Li Z, *et al.* 1.34 μm picosecond self-mode-locked Nd:GdVO₄ watt-level laser[J]. *Laser Physics*, 2016, 27(1): 015003.
- [27] Zhang Y, Yu H, Zhang H, *et al.* Laser-diode pumped self-mode-locked praseodymium visible lasers with multi-gigahertz repetition rate[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(12): 2692-2695.
- [28] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J, *et al.* Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Physical Review A*, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [29] Zhang Y, Yu H, Zhang H, *et al.* Self-mode-locked Laguerre-Gaussian beam with staged topological charge by thermal-optical field coupling[J]. *Optics Express*, 2016, 24(5): 5514-5522.
- [30] Dingjan J, van Exter M P, Woerdman J P. Geometric modes in a single-frequency Nd:YVO₄ laser[J]. *Optics Communications*, 2001, 188(5/6): 345-351.
- [31] Wei M D, Cheng C C, Wu S S. Instability and satellite pulse of passively Q-switching Nd:LuVO₄ laser with Cr³⁺:YAG saturable absorber[J]. *Optics Communications*, 2008, 281(13): 3527-3531.
- [32] Padgett M J, Allen L. Orbital angular momentum exchange in cylindrical-lens mode converters[J]. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*, 2002, 4(2): S17-S19.
- [33] Beijersbergen M W, Allen L, van der Veen H E L O, *et al.* Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum[J]. *Optics Communications*, 1993, 96(1/2/3): 123-132.