结合不可分小波分析和曲线拟合方法的 图像对比度增强

刘斌,辛迦楠*,谌文江

湖北大学计算机与信息工程学院,湖北 武汉 430062

摘要 传统的图像对比度增强技术容易造成图像的局部区域过分增强或增强不足等问题,因此提出了一种结合不可分小波分析和曲线拟合的图像对比度增强方法。该方法以标准清晰图像的均值和标准差作为图像对比度增强的理想目标,首先对同一目标的标准清晰图像和低对比度图像进行四通道不可分小波分解,然后利用曲线拟合的预测能力得出分解后具有相同频率通道和相同方向子图像的均值之间及标准差之间的函数关系,通过该函数关系和直方图匹配公式即可得到理想的增强后的子图像,最后将这些新的子图像进行不可分小波重构,并采用清晰度、标准差指标对图像对比度增强结果进行评价。实验结果表明,所提方法所得低对比度图像的增强效果较好,且得到了高清晰度图像。

关键词 图像处理;图像对比度增强;不可分小波;曲线拟合;直方图匹配 中图分类号 TP391.4 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP55.021010

Image Contrast Enhancement Combining Nonseparable Wavelet Analysis and Curve Fitting Method

Liu Bin, Xin Jianan, Chen Wenjiang

School of Computer and Information Engineering, Hubei University, Wuhan, Hubei 430062, China

Abstract Traditional image contrast enhancement technology can easily cause over-enhancement or underenhancement in the local area of images. Thus, an image contrast enhancement method combining nonseparable wavelet analysis and curve fitting is proposed. The method uses mean and standard deviation of the standard clear image as the ideal target for image contrast enhancement. Firstly, four-channel nonseparable wavelet is used to decompose standard clear image and low contrast image of the same target. Next, the predictive ability of curve fitting is used to get the relationships among mean values and the relationships among standard deviations of subimages with same frequency channel and same direction. Then, the ideal enhanced sub-images can be obtained by the functional relationships and histogram matching formulas. Finally, these new sub-images are reconstructed by nonseparable wavelet. The performance of the method is evaluated with clarity and standard deviation. The experimental results show that the proposed method has a good enhancement effect for low contrast image, and can obtain high definition images.

Key words image processing; image contrast enhancement; nonseparable wavelet; curve fitting; histogram matching OCIS codes 100.2960; 100.2980; 100.3008; 100.7410

1 引 言

图像对比度增强的目的是改善图像的视觉效

果,提高人眼对信息的辨别能力,方便人们观察、分析和处理图像数据。其基本原理是利用某种线性的 或非线性的变换增强图像中各部分灰度值之间的

基金项目:国家自然科学基金面上项目(61471160)、湖北省自然科学基金重点项目(2012FFA053)

作者简介:刘斌(1963—),男,博士,教授,主要从事小波分析与应用、图像处理、模式识别和计算机视觉方面的研究。 E-mail: liubin3318@163.com

* 通信联系人。E-mail: 976004673@qq.com

收稿日期: 2017-07-28; 收到修改稿日期: 2017-09-08

反差[1]。

目前常见的图像对比度增强方法有以下几种: 1) 基本灰度变换方法^[2],该方法运算速度较快,但 是信息丢失比较严重,效果并不理想[3];2) 基于直 方图均衡化方法[4],该方法能够增强图像的整体对 比度,扩大图像灰度值的动态范围,但是在处理过程 中会导致图像边缘和细节信息丢失,并且会增加噪 声[5]:3) 基于偏微分方程的图像对比度增强方 法[6],该方法可以增强由光照不均匀引起的图像部 分偏暗或偏亮的情况,但当图像中存在噪声时,噪声 的纹理也会明显增强[7],且会出现一些过增强点,从 而破坏图像的平滑性[8]:4) 基于小波变换的图像对 比度增强方法[9],其本质是对分解后不同的小波系 数进行增强,提高了图像的整体对比度,然后再通过 小波逆变换重构图像,该方法可有效地增强图像的 全局对比度,但由于洗用的小波为可分小波,在图像 分解时只能体现水平、垂直和对角线方向的边缘信 息,提取的边缘信息并不完整^[10],因此会出现图像 对比度增强不足的情况,并且经可分小波分解后的 图像在重构时容易造成图像边缘处的失真[11-12]。

综上所述,由于经典低对比度图像的对比度增 强方法没有标准的清晰图像可以利用,因此图像对 比度增强具有盲目性。基本灰度变换方法虽然可以 给定一个灰度级范围作为增强目标,但实际上并不 知道具体清晰图像的灰度范围;直方图均衡化方法 以均匀直方图作为目标,但是其并不知道图像的真 实清晰情况;基于偏微分的图像对比度增强方法并 不知道图像梯度场应该增强的范围;基于小波变换 的图像对比度增强方法对于不同系数的增强程度没 有特别准确的认知,因此容易使增强后图像的某些 灰度级过大,而某些灰度级过小,进而出现局部区域 过分增强或增强不足、边缘或细节信息丢失及噪声 增强等情况。

根据以上分析,提出了一种新的图像对比度增 强方法,该方法可以很好地解决上述问题。该方法 以标准清晰图像及其参数作为图像对比度增强的理 想目标,并利用不可分小波、曲线拟合和直方图匹配 等方法增强图像的对比度。与其他几种经典算法相 比,所提方法可以有效增强图像的整体对比度和细 节信息,且极少出现过分增强或者增强不足的情况。

2 滤波器组的构造与曲线拟合

2.1 四通道不可分小波滤波器组的构造

小波变换具有自适应的时-频窗,能对时域和频

域进行局部化分析,通过伸缩平移运算对信号逐步 进行多尺度细化,最终达到高频处时间细分、低频处 频率细分,充分突出图像中某些方面的细节特征,因 此小波分析成为近年来图像处理与分析的一个重要 工具^[13]。二维不可分小波是小波理论发展的一个 重要方向。与可分小波相比,在滤波器的构造上,不 可分小波将高维信号作为整体来处理,不仅具有更 大的自由度,而且更有利于分析高维信号各个方向 的信息。此外,与标准可分小波变换相比,二维不可 分小波的尺度函数和小波函数不可分且各向同性, 具有更细的渐进尺度、更好的紧支撑特性,各个子带 有清晰的频率和重建特性^[14-15]。

二维不可分小波的多分辨率分析可从相应的一 维多分辨率分析推广得出。选取抽样矩阵为 $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$,此矩阵行列式的值为4,由一般二维小波变 换的理论可知,此时对图像进行4个通道的小波分 解,可将图像分解为1个低通通道和3个高通通道, 对应1个尺度函数和3个小波函数。若此时的尺度 函数和小波函数都不能分解为一维的尺度函数和一 维的小波函数的张量积,则称为不可分小波^[16],记 该不可分小波的低通滤波器函数矩阵 $H_0 = [h_0(k)]_{k \in \mathbb{Z}^2}(Z 为整数),高通滤波器函数矩阵<math>H_i = [h_i(k)]_{k \in \mathbb{Z}^2}(i=1,2,3),则该二维四通道具有紧支$ 撑、对称性、正交性的不可分小波的滤波器组的构造形式^[17]为

 $[m_0(x,y) \ m_1(x,y) \ m_2(x,y) \ m_3(x,y)] =$

 $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 \ x \ y \ xy \end{bmatrix} \prod_{j=1}^{k} \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_j \boldsymbol{D} (x^2, y^2) \boldsymbol{U}_j^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \boldsymbol{V}, \quad (1)$

式中 $x = \exp(-i\omega_1), y = \exp(-i\omega_2), m_0(x, y)$ 、 $m_1(x, y), m_2(x, y), m_3(x, y)$ 分别为滤波器函数 矩阵 H_0, H_1, H_2, H_3 所对应的频域形式, V/2 = $[V_0 V_1 V_2 V_3]/2$ 为正交阵, $V_0 = (1, 1, 1, 1)^T, V_1,$ V_2, V_3 均为 4×1的向量, $D(x, y) = \text{Diag}(1, x, y, xy), U_j(j=1, 2, \dots, k)$ 为中心对称正交阵。

构造上述二维滤波器的关键是构造正交阵 $U_j(j=1,2,\dots,k)$ 和V,为构造 4×4 的滤波器组,取 k=1,则有



Γ1

可以验证 U_1 为中心对称正交阵,V/2 为正交 阵,若取不同的 α_1 和 β_1 ,可得到不同的 H_0 、 H_1 、 H_2 和 H_3 。取 $\alpha_1 = \pi/2$, $\beta_1 = \pi$,可得

图像的四通道不可分小波分解和重构过程见参 考文献[18]。

2.2 曲线拟合的最小二乘法理论

实验中,由于需要分析并找出同一目标的不同 清晰度图像经过小波分解后各子图像的均值之间和 标准差之间的函数关系,故针对这些数据,运用某种 拟合方法生成一条连续的光滑曲线,以反映测试数 据的一般趋势。这里采用的拟合原理为最小二 乘法。

最小二乘法^[19]多项式曲线拟合的过程用数学 方法可以描述为:对于 X X 的一组样点数据(X_i , Y_i), $i=1,2,3,\dots,m,$ 求一个 n 次多项式(n < m):

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots +$$

$$a_n x^n = \sum_{j=0}^n a_j x^j$$
, (4)

式中 a_j 为拟合系数。(4)式可反映X与Y之间的 关系,使得在给定的各点 X_1, X_2, \dots, X_m 上的偏差 平方和 e 为最小值, e 可表示为

$$e = \sum_{i=1}^{m} [f(X_i) - Y_i]^2 = \sum_{i=1}^{m} (\sum_{j=0}^{n} a_j X_i^j - Y_i)^2.$$
(5)

将满足(4)式的函数 f(x)称为样点数据(X_i , Y_i)满足最小二乘问题的最小二乘解。

3 对比度增强算法

3.1 算法基本原理

某幅图像经过四通道不可分小波分解之后,将 会被分解为1个低频子图像和3个高频子图像。这 4个子图像与原图像有很大关系,低频子图像反映 了原始图像的近似信息,即原始图像中灰度值变化 不大的地方。高频子图像反映了原始图像的细节信 息,即原始图像中灰度值变化较快的地方,也是原始 图像中对比度较大的地方。此外,一幅图像的均值 可以度量图像的整体亮度,标准差可以度量整幅图 像的对比度。

基于上述两方面的分析可以看出,同一目标 的标准清晰图像和低对比度图像经不可分小波分 解后所得到的子图像中存在着某种规律。因此, 提出了一种新的算法,该算法分两步进行。第一 步是寻找同一目标的标准清晰图像和低对比度图 像经不可分小波分解后的子图像中存在的规律。 选取同一目标的标准清晰图像和低对比度图像, 利用第2.1节中的滤波器组对这些图像进行不可 分小波分解,将分解后的具有相同频率通道和相 同方向的子图像作为一组,利用曲线拟合预测出 每组子图像的均值之间和标准差之间的函数关 系,该函数关系即为所寻找的规律。第二步运用 上述规律对输入的待增强的低对比度图像进行增 强。首先将待增强图像进行小波分解并得到各子 图像的均值和标准差,接着通过该函数关系得到 增强后的均值和标准差,然后利用直方图匹配公 式得到新的子图像,最后将子图像进行小波重构 即可得到对比度增强后的图像。

3.2 算法实现过程

算法的具体步骤如下:

1)选取有代表性的同一目标的不同清晰度图像,并将图像进行规范化。B表示低对比度图像,C 表示标准清晰图像。

2)利用第 2.1 节中的滤波器组对 B、C 进行小波 分解,此时每幅图像都被分解为 4 个子图像,分别为 1

)

个低频子图像和 3 个高频子图像。其中低对比度图像 B 经分解后所得子图像为 B_A、B_H、B_V、B_D,标准清晰图像 C 经分解后所得子图像为 C_A、C_H、C_V、C_D。

3) 求取步骤 2)分解后的低频子图像的均值 m_{BA}、m_{CA}和标准差 s_{BA}、s_{CA},高频子图像的均值 m_{BH}、m_{CH}、m_{BV}、m_{CV}、m_{BD}、m_{CD}和标准差 s_{BH}、s_{CH}、 s_{BV}、s_{CV}、s_{BD}、s_{CD}。

4) 利用第 2.2 节中所描述的曲线拟合方法,分 别拟合出 m_{B_A} 与 m_{C_A} 、 s_{B_A} 与 s_{C_A} 、 m_{B_H} 与 m_{C_H} 、 s_{B_H} 与 s_{C_H} 、 m_{B_V} 与 m_{C_V} 、 s_{B_V} 与 s_{C_V} 、 m_{B_D} 与 m_{C_D} 、 s_{B_D} 与 s_{C_D} 之 间的函数关系式。

5) 根据步骤 4) 中拟合出的关系式和低对比度 图像的均值和标准差,可以得到一组新的均值和标 准差,再根据文献[20]中的直方图匹配公式得到 4 个新的子图像,匹配公式为

$$\mathbf{P}' = \frac{s_2}{s_1} \times \mathbf{P} + m_2 \times \mathbf{I} - \frac{s_2}{s_1} \times m_1 \times \mathbf{I}, \quad (6)$$

式中 P 为经小波分解后的低对比度图像的子图像的 像元矩阵, I 为与 P 相同大小、矩阵元素为1的矩阵, s_1 和 m_1 为低对比度子图像的标准差和均值, s_2 和 m_2 为利用步骤 4)的拟合曲线函数关系式计算出的 新的标准差和均值。 s_2 和 m_2 的计算方式为:将 s_1 和 m_1 分别看作拟合曲线关系式中的 s_{B_A} 和 m_{B_A} ,即作为 拟合出的函数关系式中的自变量,计算出的 s_{C_A} 和 m_{C_A} 即为 s_2 和 m_2 ,同理可依次将计算出的 s_{C_A} 和 m_{C_A} 以为 s_2 和 m_2 ,同理可依次将计算出的 s_{C_A} 和 m_{C_H} 、 s_{C_V} 和 m_{C_V} 、 s_{C_D} 和 m_{C_D} 分别作为 s_2 和 m_2 。P'为 根据(6)式生成的匹配后的子图像的像元矩阵。 6)将步骤 5)得到的子图像进行不可分小波重构,即得到对比度增强后的图像。

对比度增强方法的算法流程如图1所示。



4 实验结果与分析

选取 20 对经过实验的有代表性的图像用以寻 找规律,每对图像中分别包含同一目标的一个标准 清晰图像和一个低对比度图像。其中有 10 对图像 的原始图像是标准清晰图像(图 2),利用对比度拉 伸方法产生低对比度图像。另外 10 对图像的原始 图像是低对比度图像(图 3),利用对比度拉伸方法 产生标准清晰图像。实验过程中进行小波分解和曲 线拟合的步骤均基于软件 Matlab R2016a。



图 2 原始标准清晰图像 Fig. 2 Original standard clear images

4.1 曲线拟合结果

利用上述 20 对图像,按照第 3.2 节中步骤 1)~ 4)推导出的拟合曲线及相应关系式为

 $m_{\rm C_A} = -2.633 \times 10^{-6} m_{\rm B_A}^4 + 0.00105 m_{\rm B_A}^3 -$

$$\begin{array}{ll} 0.1311 m_{\rm B_A}^2 + 5.755 m_{\rm B_A} + 19.46\,, & (7) \\ s_{\rm C_A} = -\,4.033 \times 10^{-5} s_{\rm B_A}^5 + 0.004433 s_{\rm B_A}^4 \,- \\ 0.1744 s_{\rm B_A}^3 + 2.941 s_{\rm B_A}^2 - 19.08 s_{\rm B_A} + 73.62\,. & (8) \end{array}$$





(7)式为 m_{B_A} 与 m_{C_A} 的拟合曲线函数关系式,拟 合曲线如图 4 所示;(8)式为 s_{B_A} 与 s_{C_A} 的拟合曲线函 数关系式,拟合曲线如图 5 所示。



s_{Bv}与s_{Cv}的拟合曲线函数关系式为





 $s_{C_V} = 0.0009531s_{B_V}^3 - 0.1615s_{B_V}^2 + 2.095s_{B_V} + 3.428,$ (12)

对应的拟合曲线如图 9 所示。





Fig. 11 Fitting curve of s_{BD} and s_{CD} 4.2 实验结果

4

为了验证算法的可行性,采用大量图像进行实 验对比,这里仅列举三组有代表性的图像(该三组图 像中的原始图像均不是寻找规律时所用图像),将所 提算法与目前常用的线性灰度变换方法、直方图均 衡化方法和文献[21]中的基于小波分析的高频增强 法进行比较。

3

图 11 s_{Bp}与 s_{Cp} 拟合曲线

 $s_{\rm BD}$

5

6

直方图^[22]是图像分析中的一个重要工具,主要 描述一幅图像的灰度分布情况,若光照度不够均匀, 会造成图像的灰度过于集中,在直方图中表现为仅 集中在灰度级中的某一范围。但一幅较好的图像应 包含明暗细节,在直方图中表现为从左到右都均匀 分布。因此,采用直方图作为判断图像好坏的一个 标准。

第一组图像为爱因斯坦,图 12 为各种算法对图 像的增强处理结果及直方图对比;第二组图像为一 个女孩,图 13 为各种算法对图像的增强处理结果及 直方图对比;第三组图像为一个男孩,图 14 为各种 算法对图像的增强处理结果及直方图对比。

由以上三组实验所得的视觉效果图像可以看 出,原始图像的对比度都比较低,某些细节部分无法 辨识,影响视觉效果;采用线性灰度变换方法后的图 像虽然比原图像视觉效果好,但细节信息容易丢失 [图 14(b)],小孩的头发和背景连成一片,边缘细节 丢失;采用直方图均衡化方法所得图像的对比度过 分增强,同时细节较原图像有缺失[图 12(c)、图 13 (c)和图 14(c)],图像整体亮度过分增强,严重影响 视觉效果;文献[21]中所提方法仅相对增强了高频 成分,所得图像往往偏暗或偏亮,对比度差[图 12 (d)、图 13(d)和图 14(d)],图像整体效果和原始低 对比度图像相比并无很大差别;图 12(e)、图 13(e)、 图 14(e)给出了利用所提方法增强图像后的结果, 可以看出,不但图像的全局对比度得到了增强,而且 局部区域的纹理信息也被明显增强。

从直方图来看,原始图像的直方图都过于集中, 经线性灰度变换方法所得直方图虽然有一定分散, 但是分散并不均匀,造成了灰度级的归并,即灰度级 数目减少;经直方图均衡化方法所得直方图的灰度 间隔被拉大,但是该方法处理数据时不进行选择,变 换后图像的灰度级减少;采用小波分析的高频增强 法所得直方图与原图像的差别并不大;但是,利用所 提方法所得直方图无论是动态范围还是灰度值的覆 盖范围都比以上三种方法好。

4.3 客观性能分析

为了进一步对比以上三组实验的结果,采用客 观量化指标清晰度和标准差^[23]衡量图像的清晰 程度。

若
$$I$$
 表示一幅图像,则清晰度衡量公式^[24]为
$$Q = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} \sqrt{\Delta I_x^2(i,j) + \Delta I_y^2(i,j)},$$
(15)

式中 $\Delta I_x(i,j)$ 和 $\Delta I_y(i,j)$ 分别为图像 *I* 的灰度在 *x* 方向和 *y* 方向的差分,*M*×*N* 表示图像 *I* 的大小。 清晰度的值越大,表明图像越清晰。



图 12 各种算法对图像的增强处理结果及直方图对比。(a)未使用图像对比度增强处理方法; (b)线性灰度变换方法;(c)直方图均衡化方法;(d)文献[21]方法;(e)所提方法

Fig. 12 Comparison of enhancement effects and histograms by different algorithms. (a) Without using image contrast enhancement method; (b) linear gray transformation method; (c) histogram equalization method; (d) method in Ref. [21]; (e) proposed method



图 13 各种算法对图像的增强处理结果及直方图对比。(a)未使用图像对比度增强处理方法; (b)线性灰度变换方法;(c)直方图均衡化方法;(d)文献[21]方法;(e)所提方法

Fig. 13 Comparison of enhancement effects and histograms by different algorithms. (a) Without using image contrast enhancement method; (b) linear gray transformation method; (c) histogram equalization method; (d) method in Ref. [21]; (e) proposed method



图 14 各种算法对图像的增强处理结果及直方图对比。(a)未使用图像对比度增强处理方法; (b)线性灰度变换方法;(c)直方图均衡化方法;(d)文献[21]方法;(e)所提方法

Fig. 14 Comparison of enhancement effects and histograms by different algorithms. (a) Without using image contrast enhancement method; (b) linear gray transformation method; (c) histogram equalization method; (d) method in Ref. [21]; (e) proposed method

图像的标准差反映了一幅图像的灰度相对于其 灰度均值的离散情况,标准差越大,即灰度级分布越 分散,表明图像中所期望看到的目标前景值与背景 值的差距越大,则图像中的目标越明显清晰,其定义 引用文献[25]中的公式

$$S = \sqrt{\frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} [I(i,j) - \bar{I}]^{2}}, \quad (16)$$

式中 \overline{I} 为图像的灰度均值,S为图像I的标准差。

表1为未使用图像对比度增强处理方法以及采 用线性灰度变换方法、直方图均衡化方法、文献[21] 中小波分析的高频增强法和所提方法所得图像的客 观性能指标值。

从表1可以看出,针对清晰度这一指标,所提方 法所得图像的清晰度总是高于线性灰度变换方法和 文献[21]中方法增强所得图像的清晰度,即采用所 提方法得到的图像更清晰。针对标准差这一指标, 采用所提方法得到图像的标准差普遍高于线性灰度 变换方法和参考[21]中方法所得图像的标准差,即 采用所提方法得到的图像中的目标更清晰。

对于直方图均衡化方法,虽然由表1中的数据 可以看出,该方法所得图像清晰度和标准差都高于 所提方法,但是直方图均衡化的本质是通过扩大量 化间隔,减少量化级别而扩大图像的灰度动态范围,

表1 原始图像及4种方法增强图像的清晰度及标准差

Table 1	Original image	and comparison o	of clarity and standard	deviation of enhancement	images obtained by four methods
	00	- and companyour a			

Turr -	T 1' /	Original	Linear gray	Histogram	Method in	Proposed
Image	Indicator		transformation	equalization	Ref. [21]	method
Einstein	Q	4.1167	10.0271	38.75063	7.1548	11.2222
Einstein	S	20.1572	50.4131	74.3794	21.6264	55.5802
Cirl	Q	3.2814	7.8628	12.3864	4.7543	9.9483
Giri	S	18.8706	45.6807	74.9268	19.3922	56.2403
Pou	Q	2.1163	3.5809	7.3981	2.7188	6.9663
БОУ	S	23.1572	39.0952	74.8816	23.2941	50.2091

因此,原始图像中灰度不同的像素经处理后可能变 得相同,从而形成一片相同灰度的区域,各区域之间 有明显的边界,导致出现伪轮廓。根据对比度和标 准差的定义,在伪轮廓处,图像在 x 方向和 y 方向 的差分会增大,从而使得清晰度和标准差也相应地 增大,但是由于伪轮廓的出现,均衡化后图像的视觉 效果比较差。

5 结 论

提出了一种新的低对比度图像对比度增强方 法,充分考虑了低对比度图像和清晰图像的均值之 间和标准差之间存在的规律。利用不可分小波能够 更有效地分离图像的低频和高频成分的特点,对低 对比度图像经不可分小波分解后的各个子图像运用 相应的规律进行增强。实验结果表明,从视觉效果 来看,所提方法所得图像包含更为丰富和连续的边 缘,并且没有出现过分增强或增强不足的情况;从直 方图分布情况来看,所提方法所得图像的直方图分 布更均匀;从客观量化指标来看,所提方法具有更高 的清晰度和标准差。如果可以研究出不同对比度图 像其他参数之间存在的规律,再对低对比度图像的 多个参数共同进行有目的性的增强,将会使增强后 的图像更为合理,这也是后续工作的一个研究方向。

参考文献

- [1] Ke J. Research on PDE method of contrast enhancement of gray image and color image[D]. Xi' an: Northwest University, 2008.
 克兢. 灰度和彩色图像对比度增强的 PDE 方法研究 [D]. 西安:西北大学, 2008.
- [2] Yu Z M, Zhang Y, Lian F Y, et al. A research of gray-scale transformation based on digital image enhancement[J]. Electronic Quality, 2009 (6): 18-20.

余章明,张元,廉飞宇,等.数字图像对比度增强中 灰度变换方法研究[J].电子质量,2009(6):18-20.

- [3] Wang R K. Study on the algorithms of image contrast enhancement based on fuzzy theory [D]. Taiyuan: North University of China, 2014. 王睿凯. 基于模糊理论的图像对比度增强算法研究 [D]. 太原: 中北大学, 2014.
- [4] Gonzalez R C, Wintz P. Digital image processing [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2010.
- [5] Cao J L, Lü H B, Li G Z. Histogram equalization algorithm based on adaptive local gray level

modification [J]. Infrared and Laser Engineering, 2004, 33(5): 513-515.

曹聚亮,吕海宝,李冠章.基于自适应局部灰度修正的直方图均衡算法[J].红外与激光工程,2004,33 (5):513-515.

- [6] Han X Z. Study on image enhancement method based on partial differential equation[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2010.
 韩希珍.基于偏微分方程的图像对比度增强方法研 究[D].长春:中国科学院长春光学精密机械与物理 研究所, 2010.
- [7] Zhu L X, Wang P A, Xia D S. Image contrast enhancement by gradient field equalization[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2007, 19(12): 1546-1552.
 朱立新,王平安,夏德深.基于梯度场均衡化的图像 对比度增强[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2007, 19(12): 1546-1552.
- [8] Ke J, Hou Y Q, Wang D K, et al. An improved algorithm for shape preserving contrast enhancement
 [J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(1): 214-219.
 克兢,侯榆青,王大凯,等.一种改进型保持形状的
 图像对比度增强算法[J].光子学报, 2009, 38(1): 214-219.
- [9] Li Q Z, Liu Q. Adaptive enhancement algorithm for low illumination images based on wavelet transform
 [J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42 (2): 0209001.

李庆忠,刘清.基于小波变换的低照度图像自适应增 强算法[J].中国激光,2015,42(2):0209001.

- [10] Feng F, Li C W. Simulation of atmospheric turbulence phase screen based on wavelet analysis
 [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(1): 0101004.
 丰帆,李常伟.基于小波分析的大气湍流相位屏模拟
 [J]. 光学学报, 2017, 37(1): 0101004.
- [11] Liu G J, Tang X L, Huang J H, et al. An image contrast enhancement approach based on fuzzy wavelet[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(4): 643-646.
 刘国军, 唐降龙,黄剑华,等.基于模糊小波的图像 对比度增强算法[J]. 电子学报, 2005, 33(4): 643-

[12] Xu T Y, Hui X W, Lin S. A near infrared finger vein recognition approach based on wavelet grayscale surface matching[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(4): 041005.
徐天扬,惠晓威,林森.基于小波灰度曲面的近红外

021010-9

646.

手指静脉识别方法[J].激光与光电子学进展,2016,53(4):041005.

[13] Hong X T, Shi X W, Qian Y X. Optical correlation recognition based on edge detection of wavelet transform[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(4): 041004.
洪雪婷,石晓卫,钱义先.基于小波边缘提取的目标

光学相关识别[J].激光与光电子学进展,2014,51 (4):041004.

- Kovacevic J, Vetterli M. Nonseparable multidimensional perfect reconstruction filter banks and wavelet bases for R_n [J]. IEEE Transactions on Information theory, 1992, 38(2): 533-555.
- [15] Liu B, Peng J X. Image fusion based on non-separable orthogonal compact supported wavelet [J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24(9): 1214-1218.
 刘斌,彭嘉雄.具有紧支撑正交非张量积小波的图像 融合[J].光学学报, 2004, 24(9): 1214-1218.
- [16] Liu B, Sun B, Yu F C, et al. Image registration method based on nonseparable wavelet decomposition
 [J]. Computer Engineering, 2014, 40(10): 252-257.
 刘斌,孙斌,余方超,等.基于不可分小波分解的图

像配准方法[J]. 计算机工程, 2014, 40(10): 252-257.

- [17] Li K, Liu B. Multi-focus image fusion based on non-separable symmetric wavelets[J]. Journal of Computer Applications, 2012, 32(5): 1283-1285.
 李凯,刘斌.基于具有对称性不可分小波的多聚焦图 像融合[J]. 计算机应用, 2012, 32(5): 1283-1285.
- [18] Xu C F, Li G K. Practical wavelet method [M]. Wuhan: Press of Huazhong University of Science and Technology, 2009.
 徐长发,李国宽.实用小波方法[M].武汉:华中科 技大学出版社, 2009.
- [19] Li Q Y, Wang N C, Yi D Y. Numerical analysis
 [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008.
 李庆扬, 王能超, 易大义.数值分析[M].北京:清 华大学出版社, 2008.
- [20] Liu B, Peng J X. Multi-spectral image fusion method

based on nonsubsampled three channels nonseparable symmetrical wavelets [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(5): 1094-1099.

刘斌, 彭嘉雄. 基于非下采样三通道不可分对称小波 的多光谱图像融合[J]. 电子学报, 2011, 39(5): 1094-1099.

- [21] LiZF. Image enhancement method based on wavelet transform[J]. Mechanical Engineering & Automation, 2009(2): 15-17.
 李正飞.基于小波变换的图像对比度增强技术研究[J]. 机械工程与自动化, 2009(2): 15-17.
- [22] Yang H T, Chang Y L, Wang J, et al. A new automatic exposure algorithm for video cameras using luminance histogram [J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(5): 841-847.
 杨海涛,常义林, 王静, 等.一种基于亮度直方图的 自动曝光控制方法 [J].光学学报, 2007, 27(5):
- [23] Sang G L, Xuan S B, Zhao B, et al. Fusion algorithm for infrared and visible light images using object extraction and NSCT [J]. Computer Engineering and Applications, 2013, 49(11): 172-176.
 桑高丽,宣士斌,赵波,等.采用目标提取和NSCT 的红外与可见光图像融合[J]. 计算机工程与应用, 2013, 49(11): 172-176.

841-847.

- [24] Liu B, Liu W J, Ma J L. Multi-focus image fusion based on three channel nonseparable symmetrical wavelets[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(5): 1110-1116.
 刘斌,刘维杰,马嘉利.基于三通道不可分对称小波 的多聚焦图像融合[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33 (5): 1110-1116.
- [25] Wen H B, Bi D Y, Ma S P, et al. Variational Retinex algorithm for infrared image enhancement with staircase effect suppression and detail enhancement[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(9): 0911005.
 温海滨,毕笃彦,马时平,等. 消除阶梯效应与增强

温海浜, 平笃彦, 马时半, 等. 消除阶梯效应与增强
细节的变分 Retinex 红外图像对比度增强算法[J].
光学学报, 2016, 36(9): 0911005.