

相移干涉技术及相移获取方法研究进展

徐媛媛, 时刻, 王亚伟*, 刘景业, 朱琼, 尚梦园, 潘漫颖

江苏大学理学院, 江苏 镇江 212013

摘要 凭借非侵入、无损伤、高灵敏、高速率等优势, 相移干涉技术已成为波前检测和相位测量的重要技术, 也已被广泛应用于光学成像与测量等相关诸多领域。依据相移和光路特征对相移干涉技术进行了分类, 对典型的时间相移和空间相移干涉技术进行了特征评析; 继而依据相移技术的发展, 列举了典型的相位恢复方法。针对发展的广义相移干涉技术, 依据相移运算特征对各类典型相移获取方法进行了特征分类, 继而讨论了广义相移获取方法中存在的问题和相应的解决方法。最后对相移干涉技术和相移获取方法的发展趋势作出了预测。

关键词 测量; 干涉; 相位恢复; 相移获取

中图分类号 O438

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.020004

Research Progresses of Phase-Shifting Interferometry Technology and Phase Shift Extraction Method

Xu Yuanyuan, Shi Ke, Wang Yawei, Liu Jingye, Zhu Qiong,

Shang Mengyuan, Pan Manying

Faculty of Science, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China

Abstract Phase-shifting interferometry is an important technology in both wavefront and phase measurements by virtue of its advantages of non-invasive, no damage, high sensitivity and high speed. And phase-shifting interferometry technologies have been widely used in many fields related to the optical imaging and metrology. In this paper, according to the characteristics of the phase-shifting and optical path introduced in the imaging system, the phase-shifting interferometry technologies are classified. And the typical phase-shifting interferometry technologies in both cases of temporal and spatial domains are analyzed comparatively. Then, a lot of typical phase retrieval methods are listed, on the basis of the development of the phase-shifting interferometry technology. For the general phase-shifting interferometry technologies, typical phase shift extraction methods are classified according to the characteristic of phase shift. Then, aiming at the common problems existing in the general phase shift extraction methods, the corresponding solutions are discussed. At last, the trends of the phase-shifting interferometry technology and phase-shifting extraction method are predicted.

Key words measurement; interferometry; phase retrieval; phase shift extraction

OCIS codes 120.3180; 100.5070; 050.5080; 200.3050

1 引言

数字全息技术是一种重要的光学成像和检测技术^[1-3], 它是在传统光学全息技术基础上, 利用 CCD 或 CMOS 等光电器件记录并存储全息图, 再结合现代数字图像技术而发展起来的新技术。该技术具有

非接触、无损伤、高灵敏、可全场、成像速度快等优点, 已被广泛应用于显微成像^[1]、形貌测量^[2]、信息加密和安全防伪^[4]等领域。

根据记录模式的不同, 数字全息技术可分为同轴式和离轴式两大类。离轴数字全息技术是最先发展起来的。这是因为在离轴式下, 物光波与参考光

收稿日期: 2017-07-19; 收到修改稿日期: 2017-08-14

基金项目: 国家自然科学基金(11604127, 11374130, 11474134)、江苏大学大学生第 16 批项目(16A296)

作者简介: 徐媛媛(1987—), 女, 博士, 讲师, 主要从事光信息处理方面的研究。E-mail: yuanyuanxulark@126.com

* 通信联系人。E-mail: jszjyw@sina.cn

波的传播方向不同,致使在全息频谱面上各项信息是彼此分离的,从而可轻易获取待测样品的光学信息。不足的是该类全息技术不能充分利用光电器件的分辨率。与离轴全息技术相比,同轴数字全息技术不受分辨率的限制,但其受到双鸾像的干扰,致使该类技术沉寂了几十年。对此,为了解决上述数字全息技术的难题,相移干涉技术^[5]应运而生,它不仅可应用于同轴,也可应用于离轴,极大地丰富了数字全息的应用成果。

相移干涉技术是由 Yamaguchi 等^[5]于 1997 年首次提出的,并首次应用到全息技术中,可以宽视场地呈现物体的三维图像。相移干涉技术的基本原理是在成像系统的参考臂上放置精密的相移器,进而有序地对参考光波引入相位,从而采集到多幅不同相位差的干涉图像,最后根据相移运算实现定量测量。为了追求高精确度、高速率、多模式以及多功能的测量,相移干涉技术经过近 20 年的发展也已发生了一系列的变化。根据相移量和步长的不同,相移算法已从最初的定步长算法发展到随后的等步长算法,再发展到如今的广义相移算法。考虑到重建精度,相移技术也已从常用的三步、四步发展到九步以及几十步。但是考虑实时测量的需求,也发展了一系列先进的两步相移干涉技术。从引入平面内每点处的相移数值上看,已从最初的恒定相移发展到线性相移,再发展到任意曲面相移。从应用的时空域上看,已从常用的时间相移法发展到载波以及空间相移法。从使用光源的波长数目上看,已从单波长相移干涉扩展到双波长相移干涉,甚至是多波长相移干涉。这些变化诠释了研究者对相移干涉技术研究所做出的努力以及取得的成绩。如今,该技术已成为干涉成像与测量中一类重要且精密的技术,在诸多相关领域已得到了广泛的应用^[6-10]。

本文将重点介绍各类典型常用的相移干涉测量技术,并进行特征分析,然后着重阐述典型的相位和相移获取方法,并就广义相移获取方法中存在的问题以及解决的方法进行介绍,最后对相移干涉技术的发展前景作了展望。

2 时间相移与空间相移干涉技术

大部分相移干涉技术都是基于双光束干涉原理。而根据引入相移方式的不同,相移干涉技术可分为时间相移干涉技术和空间相移干涉技术。假设在记录平面上参考光的复振幅可假设为

$$R_n(x, y) = A_R(x, y) \exp\{j[\varphi_R(x, y) - \delta_n]\}, \quad (1)$$

式中下标 n 表示引入相移的帧数序列,那么 δ_n 即为第 n 帧相移量; $A_R(x, y)$ 和 $\varphi_R(x, y)$ 分别为未引入相移时参考光波的振幅和相位。若在记录平面上物光波的复振幅为 $O(x, y) = A_O(x, y) \exp[j\varphi_O(x, y)]$, $A_O(x, y)$ 和 $\varphi_O(x, y)$ 分别为物光波的振幅和相位那么每一帧物光波与参考光波相干涉后的强度可表示为

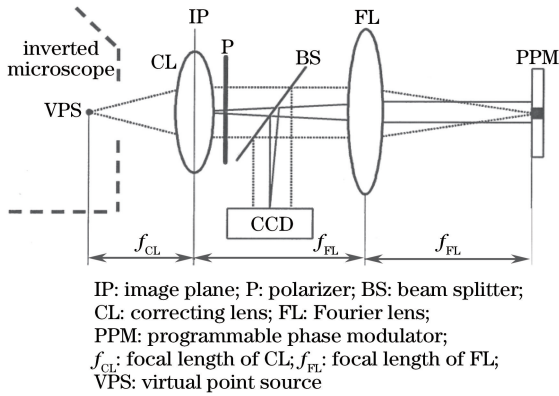
$$\begin{aligned} I_n(x, y) = & |O(x, y)|^2 + |R_n(x, y)|^2 + \\ & O(x, y)R_n^*(x, y) + O^*(x, y)R_n(x, y) = \\ & I_O(x, y) + I_R(x, y) + 2\sqrt{I_O(x, y)I_R(x, y)} \cdot \\ & \cos\{[\varphi_O(x, y) - \varphi_R(x, y)] + \delta_n\} = \\ & a(x, y) + b(x, y)\cos[\varphi(x, y) + \delta_n], \quad (2) \end{aligned}$$

式中 $O^*(x, y)$, $R^*(x, y)$ 分别表示共轭物光和共轭参考光, I_O 与 I_R 分别表示物光波与参考光波的强度, $a(x, y) = I_O + I_R$ 为背景光强或称零级光强, $b(x, y) = 2\sqrt{I_O I_R}$ 为干涉图样振幅调制因子; $\varphi(x, y) = \varphi_O(x, y) - \varphi_R(x, y)$ 为物光波与参考光波之间的相对相位差。(2)式为相移干涉的基本表达式。为了简述方便,下面称 $\varphi(x, y)$ 为相位。为了求解出该相位信息,一系列的技术和方法^[11-20, 23-25, 27, 30-62]被报道。

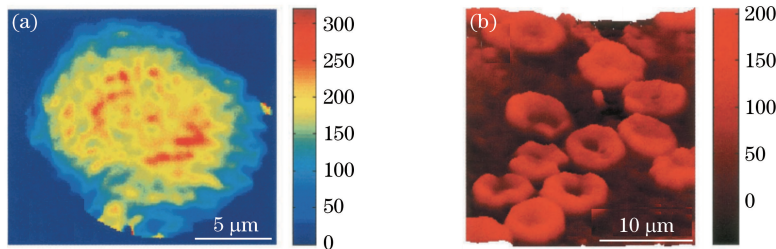
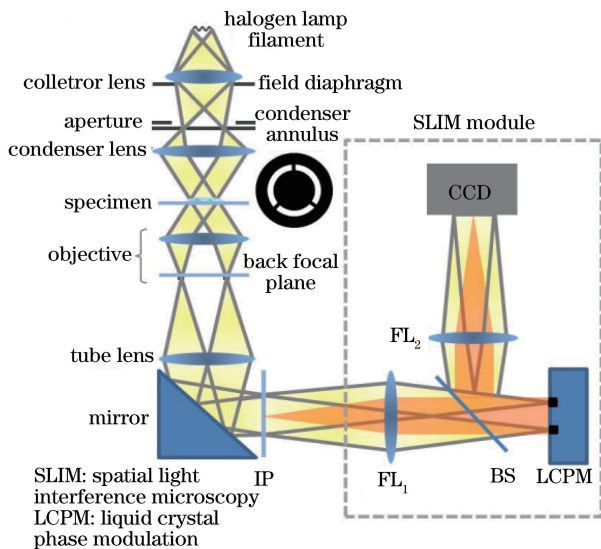
2.1 时间相移法

传统时间相移法通常指的是在参考臂中放置精密的相移器,然后在时间序列上连续控制相移器,从而可分时对参考光波发生相位延迟,继而与物光波相干涉后可获得不同相移的干涉图像。最后依据相移运算就可消除不需要的信息,并可直接定量计算出待测物体的复振幅和相位信息。实际上,物体的相位信息包含了许多有用的信息,利用它可进行各种测量和应用。在该类方法和技术中,它是利用多幅图像对应像素间点对点来进行运算,因而具有很高的测量精度。

自从 Yamaguchi 等^[5]首次验证了同轴式四步相移数字全息成像技术的可行性,随后许多其他先进的相移技术^[8-9, 11-14]被提出,在干涉测量和显微成像等方面取得了丰硕的成果。例如 2000 年,美国亚利桑那大学 Lai 等^[9]利用 4 幅参考光波相位相继正交的全息图像实现了分辨率靶图像的波前重建。2004 年,美国麻省理工学院 Popescu 研究小组^[8]提出了先进的傅里叶相位显微技术,基本光路见图 1。该技术结合了四步相移技术和相衬对比显微技术,且利用透过样品的散射光和非散射光分别作为物光波和参考光波,从而高稳定且快速地实现了生物细

图1 傅里叶相位显微基本光路^[8]Fig. 1 Basic light path of Fourier phase microscopy^[8]

细胞的相位成像。图2(a)与2(b)分别是非均质海拉

图2 (a)海拉细胞与(b)红细胞群相位图像^[8]Fig. 2 Phase images of (a) HeLa cell and (b) batch of red blood cells^[8]图3 空间光干涉显微基本光路^[13]Fig. 3 Basic light path of spatial light interference microscopy^[13]

在相移干涉技术中,多幅相移干涉图样是按照时间序列被采集到的。这就要求待测物体在帧频转换的时间序列中尽可能保持静止以及相关物理量保持不变。由此该类技术在动态物体测量方面是存在缺陷的。此外,该技术是分时采集图像的,致使整个相位再现时间延长了。

细胞和均质成熟红细胞群的相位图像^[8]。利用该相位图像还定量分析了细胞的结构信息和膜波动起伏的行为。基于傅里叶相位显微成像的思想,该课题组随后又提出了快速傅里叶变换技术^[11]、白光傅里叶变换技术^[12]和空间光干涉显微技术^[13]。尤其是空间光干涉显微技术结合了相衬对比显微和伽伯全息技术,光路结构见图3。它具有与原子力显微镜相当的分辨精度,但其处理速度是原子力显微镜的1000倍以上,可很好地用于任何类型细胞的测量,包括细胞成像、细胞增长、动力学行为以及病变诊断等。又如2012年,印度 Samsheerali 等^[14]借助相位衍射光栅报道了共光路的四步同轴相移数字全息技术,实现了高稳定的定量相位成像。

2.2 空间相移法

空间相移干涉技术指的是在同一时间不同位置处同时获取多幅具有恒定相移的干涉图像,然后与时间相移法一样,利用相移运算获取待测物体的波前和相位信息。该类技术是同时采集图像,所以又称为同步相移干涉技术。在该类技术中,不要求在执行相移时被测物体处于静止状态,克服了时间相移法不能用于实时测量和动态样品测量的缺陷。目前,它已成为相移干涉技术中的一类重要的方法,也越来越受到研究者的重视。

目前,人们已发展出了多种形式的空间相移干涉系统^[15]。根据使用成像接收装置数量的不同,空间相移干涉系统可分为多相机空间相移系统和单相机空间相移系统。多相机空间相移干涉系统主要是利用多个分光棱镜和反射镜搭建出多个独立的分干涉光路,然后分别对各自参考光波发生相位延迟,产生的相移干涉图像由不同的记录设备所接收。例如2003年,Sivakumar 等^[16]利用4台CCD构建了同步相移数字全息显微装置,可以在同一时刻记录4幅不同相位的干涉图样。

这类系统由于需要多个记录设备来同时记录图像,这就要求各探测器的光电性能和响应时间均是

一致的。然而在实际成像过程中,这个要求较高,尤其是对复杂结构的图像,需要对图像进行匹配和校准。另外,该类系统结构都较复杂,成本较高。

单相机空间相移干涉系统是通过单次拍摄和单帧复用形式同时获取多幅相移干涉图像。根据采用的光路结构不同,该成像系统又可分为多通道系统、载频系统、相位掩模系统以及其他系统。

在空间相移干涉技术中,利用分光元件形成多通道系统是最为常见的,也是应用的最为广泛。例如中国科学院姚保利课题组^[17-18]基于平行分光 and 偏振相移原理提出多种同步相移干涉系统。图 4(a)是基于马赫-曾德尔光路,利用两个相同的相位光栅构成同步单元对物光与参考光进行分光,以便在 CCD 上同时采集到相移量为 $\pi/2$ 的两干涉图样^[17]。考虑到装置的稳定性,他们又提出了同步相移共光路干涉显微装置^[18],其基本光路如图 4(b)所示。该

装置是采用分光棱镜、波片以及偏振片组成同步单元。为了减少记录图像的幅数,美国杜克大学 Shaked 等提出了两步同步相移干涉系统^[19]和双通道离轴相移干涉系统^[20]。这两个系统均是以马赫-曾德尔干涉光路为基础,利用沃拉斯顿棱镜和波片将同一光束分成偏振状态不同的两光束,从而在 CCD 上可采集到不同相移的两干涉图像。2011 年,中国科学院 Gu 等^[21]搭建了单次拍摄共光路向四步相移剪切干涉仪,其中利用 3 个 $1/4$ 波片作为相移器来产生 4 幅空间独立的条纹图像。此外,研究者还将该多通道系统应用到双波长相移干涉技术中。例如 2014 年,日本 Lee 等^[22]基于偏振相移原理,利用波长分别为 473 nm 和 532 nm 的两激光以及偏振成像记录设备搭建了单次拍摄的双波长平行四步相移干涉成像系统,定量测量了阶状物体的高度图像。图 5 是其基本光路。

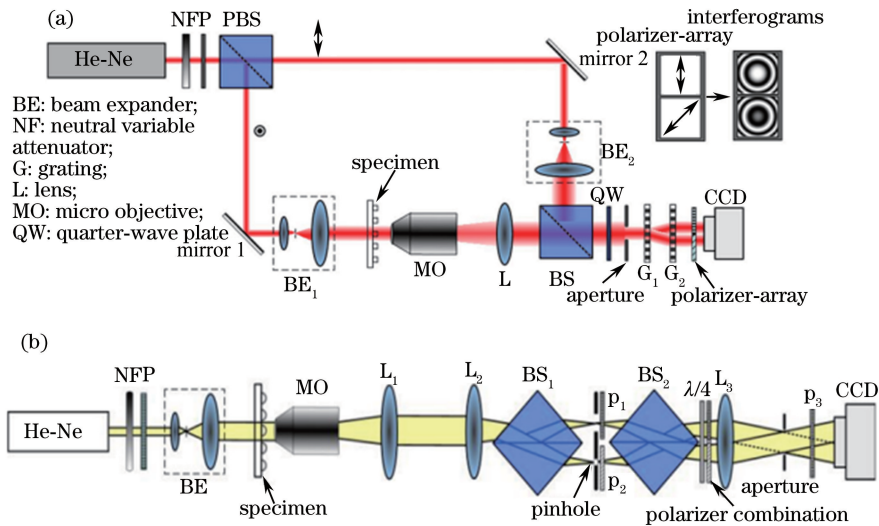


图 4 同步相移光路示意图。(a)利用光栅衍射分光^[17]; (b)利用分光棱镜分光^[18]

Fig. 4 Optical path schematic of simultaneous phase-shifting. (a) Using grating diffraction to separate light^[17]; (b) using cube beamsplitter to separate light^[18]

空间载频相移法^[23-24]是载波法在空域中的应用,其特点是仅利用一幅载波图像就可定量求解出相位信息。凭此优势,空间载频相移法在相位动态测量方面得到了广泛的应用。实际上,该方法作了如下的处理:认为在空域上连续的几个像素点处,相邻两像素点间存在相移差,且在位置处除相移差不同,其他干涉参数均相同,这样空域上连续的几个像素点就相当于在时间相移中得到的几个像素点。然后根据合适的采样运算公式可计算出待测物体的相位信息,这样就实现了移相从空域到时域的转化。例如韩国的 Debnath 等^[23]结合高稳定的衍射相位显微技术和三步空间

相移技术实时测量了红细胞的定量相位图像。图 6(a)为利用衍射相位显微技术得到的红细胞离轴干涉图,图 6(b)为图 6(a)中黄色区域内的三幅空间相移干涉图像,图 6(c)为相位图像^[23]。此外,他们还证实了空间相移运算方法比快速傅里叶变换和希尔伯特变换都要快许多。

相位掩模系统的核心部件是一个名为像素相位模板的器件,它是一种经过特殊设计的像素级相移阵列,如微偏振阵列。这种相移阵列通常是以相邻的 3 个或 4 个离散单元为一组,形成相移功能单元。在每个相移功能单元中引入不同的相移,且整个阵列由相移功能单元周期性排列构成^[24]。若在光电

探测器 CCD 阵列上配置该相位模板可对相位进行调制,使得相邻像素记录着不同相移的干涉图样,然后提取出相同相移的像素数据重新组成一幅图样,这样由原来的一幅图便可得到几幅重新组成具有规律相移的图样。如 2004 年, Awatsuji 等^[25]通过在 CCD 记录靶面前覆盖一个特制的掩模板,利用一个 CCD 实现了多幅相移全息图的同时记录。近期,国内深圳大学 Jiao 等^[26]提出在参考臂上放置一低分辨率的相移阵列对参考光进行四步相移,

基于图像处理技术可高分辨率地并行获取 4 幅相移全息图。再例如 Millerd 等^[10]采用微偏振阵列来实现瞬时相移干涉显微,利用该技术对热气流的密度分布进行了测量,结果见图 7。其中图 7(a)为热气流的 4 幅相移干涉图,图 7(b)为再现的相位分布,然后从该相位分布中可计算气流的气体密度。该类技术可充分利用 CCD 的视场,但需要每相邻 3 个或 4 个像素视为一个相邻单元,这限制了 CCD 的空间分辨率。

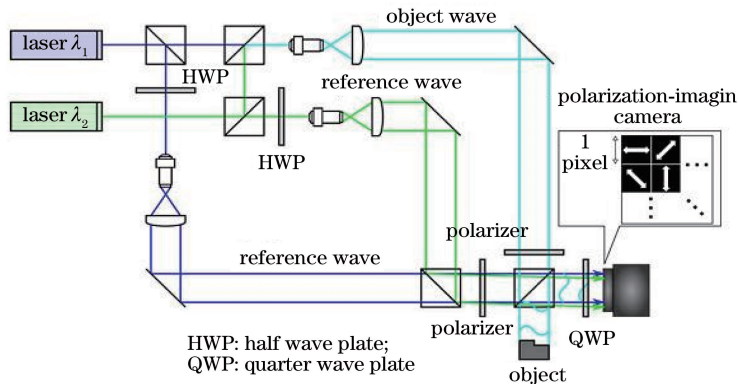


图 5 双波长平行四步相移^[22]

Fig. 5 Parallel four-step phase-shifting interferometry with two-wavelength^[22]

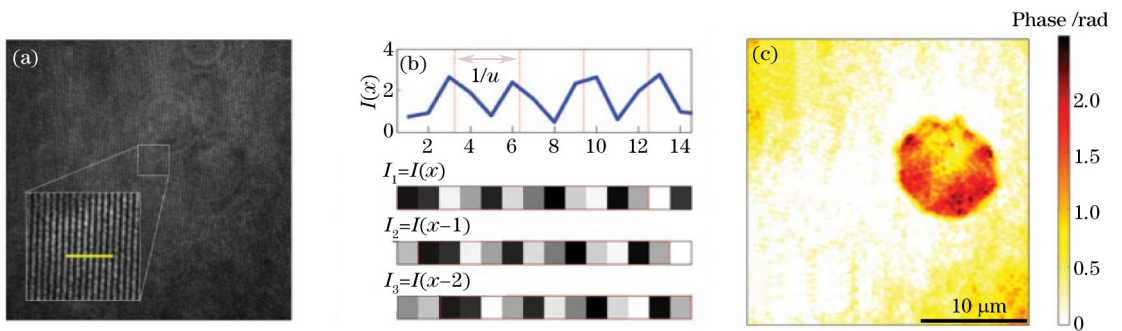


图 6 空间载频相移技术测量相位。(a)干涉图;(b)相移干涉图;(c)相位图^[23]

Fig. 6 Phase measured by the spatial carrier frequency phase-shifting technology. (a) Interferogram; (b) phase-shifting interferograms; (c) phase^[23]

3 常用的相位恢复方法

不管是时间相移法还是空间相移法都需要采集多幅相移干涉图像,然后依据相应帧数的相移运算重现出待测物体的振幅和相位信息。传统的相移技术通常需要采集至少 3 幅相移图像才可实现该目的。

在传统的相移运算方法中,多采用定步长标准相移算法^[27],即相邻两帧的相移量通常设为 $\pi/2$ 或是 $2\pi/3$ 。在此特殊相移下,相移运算已从三步法扩展到八步法,甚至是九步法,其中以四步法应用的最为普遍。下式为四步相移分别为 $0, \pi/2, \pi, 2\pi/3$ 的相位再现表达式:

$$\tan \varphi = \frac{I(x, y, 4) - I(x, y, 2)}{I(x, y, 1) - I(x, y, 3)}, \quad (3)$$

式中 $I(x, y, n)$ 为第 n 帧相移干涉图。由(3)式可知:对 4 幅相移干涉图进行简单的代数运算就可直接获取待测物体的相位信息。该类相移方法运算简便,易于执行,但需要每步相移为已知的特定值。下式为在任意帧数 N 步相移干涉技术中的相位再现公式:

$$\varphi(x, y) = \arctan \left(\frac{\sum_{n=1}^N I(x, y, n) \sin \delta_n}{\sum_{n=1}^N I(x, y, n) \cos \delta_n} \right), \quad (4)$$

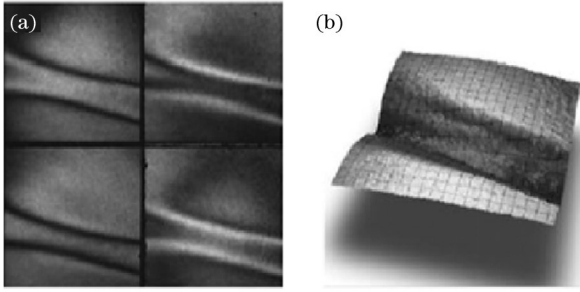


图7 同步相移干涉用于对热气流折射率分布的测量。

(a) 4幅干涉图样;(b)再现相位分布^[10]

Fig. 7 Refractive index of the thermal current measured by the simultaneous phase-shifting interferometry.

(a) Four phase-shifting interferograms;

(b) reconstructed phase distribution^[10]

式中 $\delta_n = 2\pi(n-1)/N$ ($n=1, 2, \dots, N$) 为每步相移^[27]。

为了解除上述相移仅能取特殊值的局限, Carre^[28]与 Schwider 等^[29]先后提出了等步长的算法。在 Carre 的算法^[28]中, 四步相移值分别设为 $-3\alpha, -\alpha, \alpha, 3\alpha$, 即相邻两步的相移量均为 2α , 其待测物体的相位分布重建公式如下:

$$\tan \varphi = \left[\frac{3(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)}{(I_1 - I_4) + (I_2 - I_3)} \right]^{1/2} \times \frac{(I_1 - I_4) - (I_2 + I_3)}{(I_2 + I_3) + (I_1 - I_4)}, \quad (5)$$

在 Schwider 等的算法^[29]中, 五步相移值分别设为 $-2\alpha, -\alpha, 0, \alpha, 2\alpha$, 即相邻两步的相移量为 α , 其相位分布重建公式如下:

$$\tan \phi = \frac{(I_3 - I_1)(\cos \Delta - 1) - (I_2 - I_1)(\cos 2\Delta - 1)}{(I_3 - I_1)\sin \Delta - (I_2 - I_1)\sin 2\Delta}, \quad (6)$$

式中 $\cos \Delta = \frac{I_2 - I_3 + I_4 - I_5}{2(I_3 - I_4)}$ 或 $\cos \Delta = \frac{I_5 - I_1}{2(I_4 - I_2)}$ 。

与上述定步长相移算法相比, 等步长相移算法不需要每步相移量为特定值, 从而取值更加灵活, 但需保证相邻相移量是均等的。

为了减少测量次数, 国内外的许多学者研究了两步相移运算方法。例如在 Meng 等^[30]提出的两步算法中, 相移量被固定为 $\pi/2$, 且需要已知参考光强度, 在满足参考光强度大于物光波强度的两倍的条件下, 相位再现公式为

$$\varphi(x, y) = \arctan\left(-\frac{I_2 - I_0 - I_R}{I_1 - I_0 - I_R}\right), \quad (7)$$

式中 I_0 与 I_R 分别为物光波与参考光波的强度, I_1 与 I_2 为两相移干涉图像。若 I_R 已知, I_0 也可由

I_1, I_2 与 I_R 直接计算得到, 无需单独测量。

对于离轴两步相移干涉技术, 美国杜克大学 Shaked 等^[31]提出了如下的相位再现公式:

$$F = [(I_1 - I_2) + jH(I_1 - I_2)] \cdot \exp(-jqx) / [1 - \exp(j\delta)],$$

$$\varphi = \arctan[\text{Im}(F)/\text{Re}(F)], \quad (8)$$

式中 H 为希尔伯特变换算子, q 为载波条纹的频率, $\text{Im}(F)$ 与 $\text{Re}(F)$ 分别为复数 F 的虚部与实部。

实际上, 不管上述的定步长算法还是等步长算法, 都需要对相移器进行精确的标定和控制, 那么也就对相移器的精度提出了严格的要求。然而在真实的实验中, 由于各种扰动和不可避免的因素, 使得相移的真实值与预设值或是理论值存在或多或少的偏差, 从而影响测量结果的精度。如今, 相移获取方法已是相移干涉技术中的研究热点问题。

4 典型的广义相移测量方法

为了降低相移误差, 起初产生了许多校正技术。随后, 人们又提出了从干涉图中直接计算未知相移, 然后将获取相移代入相位再现公式实现相位恢复的广义相移干涉技术。在广义相移干涉技术中, 通常每步的相移量可以是不等的、任意的且未知的。对应的广义相移计算方法主要分为迭代法和非迭代法两大类, 还有很多方法首先采用非迭代法计算相移的初值, 然后应用迭代法来提高精度, 这样减少了迭代次数, 提高了效率。下面着重介绍几种常用的相移获取方法。

1) 最小二乘迭代法

最小二乘迭代法^[32-35]是相移获取方法中最为普遍的一种方法。它的基本过程是先将每步相移设定为某一个初值, 然后利用最小二乘迭代程序求出在此相移下的相位信息。继而将测量到的相位作为已知量, 继续用最小二乘法求出每步相移。需要注意的是, 需要对获取相移的精度进行判断, 即将所获取相移代入预设的收敛条件, 判断是否收敛。若收敛, 则停止运算; 若不满足, 还需继续重复利用最小二乘法来获取相位和相移, 再次判断, 直到满足收敛条件为止。例如 2004 年, Wang 等^[32]多次应用最小二乘迭代程序同时完成了相移获取和相位测量的工作。在此工作基础上, 他们又于 2007 年将该方法应用到普遍的帧内以及帧间强度变化的干涉图样中, 并且模拟计算证实了只要相移帧数超过 3, 就可产生相当精确的结果^[33]。2015 年, 国内华南师范大学钟丽云课题组^[35]在瞬时多波长多步相移干涉技术中应用

最小二乘迭代运算获取了物体的三维形貌。

该方法对预设相移没有特定的限制,既不需要是等值,也不需要是特殊值。但不足的是该方法通常需要多次迭代才可到达预设的精度,而整个过程是比较耗时的,不利于实时测量。

2) 矩阵二范数法

矩阵二范数法^[36-37]是近几年被提出的一种非迭代相移获取方法。这里仅讨论三步相移下的相移获取方法^[37]。它是通过计算3个不同两相移干涉强度差的二范数值来实现的。具体推导如下:

在三步相移干涉中,任意两幅干涉图样的强度差为

$$\Delta I_{pq} = I_{pmm} - I_{qmm} = 2b_{mm} \sin\left(\varphi_{mm} + \frac{\delta_q + \delta_p}{2}\right) \sin\left(\frac{\delta_q - \delta_p}{2}\right),$$

$$p, q = 1, 2, 3, \quad (9)$$

式中 b_{mm} 为干涉项, φ_{mm} 为待测物体的相位根据矩阵二范数的定义,上述强度差的二范数值为

$$E_{pq} = \|\Delta I_{pq}\|_2 =$$

$$\left\{ \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \left[2b_{mn} \sin\left(\varphi_{mn} + \frac{\delta_q + \delta_p}{2}\right) \sin\left(\frac{\delta_q - \delta_p}{2}\right) \right]^2 \right\}^{1/2} = \sqrt{2} \left| \sin\left(\frac{\delta_q - \delta_p}{2}\right) \right| \cdot$$

$$\left\{ \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{mn}^2 [1 - \cos(2\varphi_{mn} + \delta_q + \delta_p)] \right\}^{1/2}, \quad (10)$$

通常干涉条纹的数目超过1,那么在观察区域内测量相位的变化超过 2π (rad),因而下列近似条件成立:

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{mn}^2 \gg \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{mn}^2 \cos(2\varphi_{mn} + \delta_q + \delta_p), \quad (11)$$

从而(10)式可简化为

$$E_{pq} \approx \sqrt{2} \left| \sin\left(\frac{\delta_q - \delta_p}{2}\right) \right| \left(\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{mn}^2 \right) = C \cdot \left| \sin\left(\frac{\delta_q - \delta_p}{2}\right) \right|, \quad (12)$$

式中 $C = \sqrt{2} \cdot \left(\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{mn}^2 \right)^{1/2}$, 对于一幅给定的干涉图样, C 为一个确定的值。为了简便运算,假设第一步相移 $\delta_1 = 0$, 那么根据 p, q 取不同值,可列出3个不同相对相移的方程,从而可求出第二步与第三步相移,即 δ_2 与 δ_3 。需注意的是,通过(12)式求解出的相移值并不唯一。实际上,这也是相移获取方法中存在的一个普遍现象,术语中称之为相移模糊问

题。为了解决此问题,大部分的方法都是预先控制相移在 $(0, \pi)$ 内。相移获取之后再代入到三步相移运算公式就可计算出所需的相位信息。

不难看出,该解析方法在满足条纹数目超过1的条件下,只需计算任意两幅相移干涉图样差的二范数值就可获取相移,而无需单独测量其他的参量。在相移实验中,是易于执行的,对环境的不稳定性以及变化是不敏感的。例如 Xu 等^[37]利用该方法高精度而快速地测量了类球面波和平面波的波前信息,并证实了在干涉图样中,条纹数目越多,相移获取和相位再现精度均越高。

3) 衍射场统计平均法

利用衍射相位场的统计特性来计算广义相移最初是由山东大学的 Cai 课题组^[38-40]提出的。具体的说:物光波经菲涅耳衍射后,在记录平面上待测物体的相位 φ 是随机分布的,或者说在 $[0, 2\pi]$ 内是均匀取值的,称该条件为相位随机条件。若满足此条件,不管相对相移 α 取何值,下列近似条件均成立:

$$\langle |\sin(\varphi - \alpha)| \rangle \cong 2/\pi, \langle |\cos(\varphi - \alpha)| \rangle \cong 2/\pi, \quad (13)$$

$$\langle \sin^2(\varphi - \alpha/2) \rangle = 1/2, \langle \cos^2(\varphi - \alpha/2) \rangle = 1/2, \quad (14)$$

$$\langle \sin(\varphi - \alpha/2) \rangle = 0, \langle \cos(\varphi - \alpha/2) \rangle = 0, \quad (15)$$

式中 $\langle \rangle$ 表示平均算子。应用上述这些近似条件,可以很方便地实现相移获取和波前重建,非常适合于相移数字全息中相移校正和盲取。Cai 课题组^[38-40]以及其他许多学者^[41-42]已经成功推导了两步、三步、四步相移获取运算。下面以两步相移全息下的相移运算^[40]为例进行说明。

在两步相移全息干涉下,两干涉强度的差与和分别为

$$I_1 - I_2 = -4A_0 A_R \sin(\varphi - \delta/2) \sin(\delta/2), \quad (16)$$

$$I_1 + I_2 = 2A_0^2 + 2A_R^2 +$$

$$4A_0 A_R \cos(\varphi - \delta/2) \cos(\delta/2), \quad (17)$$

式中 A_0 与 A_R 分别为物光波与参考光波的振幅,若相移量 δ 满足 $0 < \delta < \pi$, 那么 $\cos(\delta/2) > 0$, $\sin(\delta/2) > 0$ 。对(16)、(17)式进行平均运算,有:

$$\langle |(I_1 - I_2)| / (4A_0 A_R) \rangle = \langle |\sin(\varphi - \delta/2)| \rangle \sin(\delta/2), \quad (18)$$

$$\langle |(I_1 + I_2 - 2A_0^2 - 2A_R^2) / (4A_0 A_R) | \rangle = \langle |\cos(\varphi - \delta/2)| \rangle \cos(\delta/2), \quad (19)$$

应用(13)式的近似条件,(18)与(19)式可简化为

$$\sin(\delta/2) = (\pi/2) \langle |(I_1 - I_2)| / (4A_0 A_R) \rangle, \quad (20)$$

$$\cos(\delta/2) = (\pi/2) \langle |(I_1 + I_2 - 2A_0^2 - 2A_R^2)/(4A_0A_R)| \rangle, \quad (21)$$

继而利用上述两式可计算出相移量:

$$\delta = 2 \arctan^{-1} \left[\frac{\langle |(I_1 - I_2)/(4A_0A_R)| \rangle}{\langle |(I_1 + I_2 - 2A_0^2 - 2A_R^2)/(4A_0A_R)| \rangle} \right]. \quad (22)$$

不难看出,在上述的运算中,通过记录两相移全息强度、物光波与参考光波强度就可实现相移获取。因而相比常规的相移技术,该方法只需记录两幅干涉图样,减少了测量次数。需注意的是,(13)~(15)式是利用衍射场的统计特性得到的近似条件。为了提高估算相移的精确度,Gao等^[41]提出首先利用统计平均特性来获取相移的初值,然后利用迭代法获取相移最终值的方法,这样不仅提高了迭代效率,而且也提高了精度。此外,在上述的两步运算中,需要单独测量物光波与参考光波的强度,增加了计算的复杂性。对此,本课题组^[42]提出了在离轴两步相移干涉下新的相移获取方法。具体步骤为:(1)数值计算两相移干涉图样的一阶偏导;(2)计算它们之间的比值;(3)对该比值进行平均运算。该相移获取方法运算速率较快,不足的是该方法应用到偏导运算,对噪声较敏感。

4) 特殊点取值法

特殊点取值法^[43-45]是非迭代方法(解析方法)中较为简单的一类。它的主要依据是搜索干涉图样中强度为零值、极值或是最值对应点的位置,然后利用这些点的相移强度值可推导出相移计算公式。其中零差强度法^[43]和极值法^[44]是这类方法中典型的代表。下面以零差强度法为例进行说明。

零差强度法,顾名思义是寻找干涉强度为零的特殊点,借助这些特殊点来获取相移。该方法是由山东师范大学 Guo等^[43]首次提出的。该方法应用在两步相移干涉中,下面是其详细推导。

两相移干涉图样的强度差为

$$I_1 - I_2 = -4\sqrt{I_0I_R} \sin(\varphi - \delta/2) \sin(\delta/2), \quad (23)$$

对于上式,若存在这样一些特殊点满足 $I_1 = I_2$, 那么在对应位置处有 $\varphi = \delta/2$ 。因而可通过确定零强度差位置处的相位值就可确定相移。假设在零强度差位置处的第一帧干涉强度、物光波强度和参考光波强度分别为 $I_1^{(0)}$ 、 $I_0^{(0)}$ 、 $I_R^{(0)}$, 那么在零强度差位置处的相位可表达为

$$\cos[\varphi^{(0)}] = \frac{I_1^{(0)} - I_0^{(0)} - I_R^{(0)}}{2\sqrt{I_0^{(0)}I_R^{(0)}}}, \quad (24)$$

为了避免相移的模糊,与许多相移获取方法一样,将相移量 δ 预先控制在 $(0, \pi)$ 内,那么相移量可通过下式计算得到:

$$\delta = 2 \arccos^{-1} \left[\frac{I_1^{(0)} - I_0^{(0)} - I_R^{(0)}}{2\sqrt{I_0^{(0)}I_R^{(0)}}} \right], \quad (25)$$

然而在实际的干涉图样中,可能存在多个特殊点满足 $I_1 - I_2 = 0$, 而且利用不同点计算到的相移可能也稍有差别。为了减少相移误差,Guo等^[43]提出利用每个零强度差点计算出对应相移,然后对这些相移取平均作为相移的真实值。即若有 N 个点满足 $|I_1 - I_2| \leq \epsilon$ (ϵ 是一个极小的数), 干涉图样强度、物光波强度、参考光波强度分别为 $I_{1n}^{(\epsilon)}$ 、 $I_{0n}^{(\epsilon)}$ 、 $I_{Rn}^{(\epsilon)}$, $n = 1, 2, \dots, N$, 那么相移为

$$\delta \approx \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N \arccos^{-1} \left[\frac{I_{1n}^{(\epsilon)} - I_{0n}^{(\epsilon)} - I_{Rn}^{(\epsilon)}}{2\sqrt{I_{0n}^{(\epsilon)}I_{Rn}^{(\epsilon)}}} \right]. \quad (26)$$

实际上,相移获取方法一直都是相移干涉技术中的研究热点。发展至今,也已相继产生了一系列的先进运算方法,不仅仅是上述列举的典型方法。其他较常用的方法有:相位差直方图法^[46]、最大-最小值法^[47]、微分法^[48]、标准最值法^[49]与内像素计算方法^[50]。

此外,在广义相移干涉中,还有很多的方法无需计算相移就可实现相位恢复。在这一方面,西班牙 Vargas 课题组^[51-54]做出了重要贡献,提出了许多有名的方法,如基于格莱姆-施密特正交化的两步相位调制法^[51]与主分量分析方法^[52-54]等。这些方法一提出就受到广泛关注,并被国内外许多其他的研究者延伸推广。例如吕晓旭课题组^[55]将格莱姆-施密特正交化方法运用到三步相移干涉技术中。Ma等^[56]考虑到背景光强以及调制振幅可能的变化,提出了将格莱姆-施密特正交化与小波变换结合的测量方法。又如浙江师范大学徐建程等^[57]将主分量分析方法应用到随机相移散斑图分析,四川大学 Du等^[24]将空间载波相移技术与主分量分析方法结合实现了相位信息的获取。

5 相移获取方法中存在问题 and 解决方法

上节列举了多种常用的相移获取方法,尤其是重点分析了多种非迭代的解析法。但是在这些解析方法中存在两大普遍问题,第一个问题是相移的计算一般是通过其三角函数形式所获得,这就造成了求解出的相移值并不唯一;为了避免相移符号的模

糊,一般都要预先将相移控制在 $(0, \pi)$ 内,但这并不是相移的主值区间。第二个问题是在很多方法中需要运用到滤波操作、平均运算、衍射统计特性或是条纹数目超过1的条件,以便待测相位在超过 2π (rad)内变化。然而对于一些形态简单的物体和一些特殊干涉下,它并不能满足上述的条件或是应用上述的算子进行操作。针对这两大问题,下面分别简单介绍几种常用的解决方法。

1) 相移统计拓展方法

相移统计估测方法^[58]是针对有些物体不能满足相位随机条件而产生的。在该方法中,通过引入线性相位因子使得最终的衍射相位一定满足随机条件,而不管待测物体的相位是否满足条件,这就拓展了衍射相位统计方法的应用。下面是该方法的详细推导。

在三步相移成像系统中,任意两相移干涉图的差为

$$\Delta I_{pq} = I_q - I_p = 4|A||R| \sin \frac{\Delta\delta_{pq}}{2} \sin \left(\varphi - kx - \frac{\delta_p + \delta_q}{2} \right), \quad p, q = 1, 2, 3, \quad (27)$$

式中 $\Delta\delta_{pq} = \delta_q - \delta_p$, $|A|$ 与 $|R|$ 分别为物光波与参考光波的振幅。 k 为载波条纹的空间频率,由物光波与参考光波之间的倾斜角所决定, kx 为倾斜平面波引入的线性相位因子,它的范围一定超过 2π (rad)。对上式的平方求平均并运用衍射相位场统计特性,有:

$$E_{pq} = 8|R|^2 \sin^2 \frac{\Delta\delta_{pq}}{2} \langle |A|^2 \rangle, \quad (28)$$

继而,相对相移可根据下式计算:

$$\Delta\delta_{pq} = \arccos(1 - \kappa E_{pq}), \quad (29)$$

式中 $\kappa = 1/(4|R|^2 \langle |A|^2 \rangle)$ 。不难看出,若对相移不做任何的限制,通过上式计算出的相移也会存在符号模糊问题。为了解决这一问题, Yoshikawa等^[58]提出采用循环相位限制条件和评价函数来确定相对相移的符号。循环相位限制条件为

$$\Delta\delta_{12} + \Delta\delta_{23} + \Delta\delta_{31} = 2m\pi, \quad (30)$$

式中 m 为整数。定义如下评价函数:

$$f_n(\kappa) = c_{12} \Delta\delta_{12} + c_{23} \Delta\delta_{23} + c_{31} \Delta\delta_{31}, \quad c_{pq} = \pm 1, \quad (31)$$

式中 c_{pq} 为 $\Delta\delta_{pq}$ 对应的系数。若评价函数 $f_n(\kappa) = 2m\pi$,则评价函数满足相位循环条件,此时的 c_{pq} 也就为 $\Delta\delta_{pq}$ 的正确系数符号。根据 c_{pq} 的取值不同,存在8种不同的组合方式。通过采用如二分法或正

割法的求根方法可确定 $f_n(\kappa) = 2m\pi$ 的交点 κ_0 ,从而计算出最优评价函数,以及系数 \hat{c}_{pq} ,最后确定出正确的相对相移:

$$\Delta\delta_{pq} = \hat{c}_{pq} \arccos(1 - \kappa_0 E_{pq}), \quad (32)$$

该相对相移可在 $(0, 2\pi)$ 内取值。

该方法成功地解决了相移模糊问题。而且Yoshikawa等^[58]对多种不同类型的物体进行了实验,如相位物体和振幅物体,均能获得满意的结果。不足的是,该方法需要从8种评价函数中确定最优评价函数,这个过程是较复杂和耗时的。对此,本课题组^[59]提出了一种适用于两步或是更多步的相移拓展方法。在该方法中,相移符号的确定是通过相移的象限符号来判定。主要过程如下:首先利用衍射相位场的统计特性来计算相移的可能值,见(29)式,然后依据在载频干涉下参考光波的空间频率恒大于物光波的空间频率这一关系,计算该文中的陡度函数就可确定相移的象限符号;由相移的可能值和象限符号就可确定相移在 $(0, 2\pi)$ 内的正确值。本课题组运用该方法已高精度地实现了红细胞的相位成像,并讨论了该运算在噪声环境下的能力。不足的是,该方法需要单独测量物光波与参考光波的强度。

实际上,研究者还提出了许多其他的相移拓展方法,如正则化光学流式相位恢复运算^[59]和两步自调谐相移运算^[60]。其中正则化流式方法是以相移值为中间变量,在相位分布求解的过程中不需要计算相移的具体值,但是预设相移不能为 π ^[59]。

2) 免条纹数目限制方法

在大部分的相移获取方法中,都需要满足干涉图样中条纹数目超过1的条件。这一条件也称之为条纹数目限制条件。在该条件下,一些有利的近似条件能够满足,一些运算操作能够被应用。而对于条纹数目小于1的情形,很多方法均是失效的。而目前解决此问题的非迭代方法较少。下面介绍一种在三步广义相移下的免条纹数目限制的方法,该方法主要的运算是基于矩阵类一范数法^[61]。具体推导如下:

在三步相移干涉技术中,首先获取对应帧的相移干涉项。在该方法中,要求免除条纹数目的条件,那么常用的滤波法和平均运算法均不适用。在此,提出利用相移为 π 的两相移干涉图样来实现目的。然后根据类一范数的定义,分别计算任意两相移干涉项差与和的类一范数值。

矩阵 \mathbf{P} 由元素 p_{mn} 组成,其类一范数的定义为

$\| \mathbf{P} \|_1 = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N p_{mn}$ 。那么两相移干涉项差与和的类一范数分别为

$$\| D_{pq} \|_{s1} = 2B \sin\left(\frac{\delta_q - \delta_p}{2}\right) \sin\left(\Delta + \frac{\delta_p + \delta_q}{2}\right), \quad (33)$$

$$\| S_{pq} \|_{s1} = 2B \cos\left(\frac{\delta_q - \delta_p}{2}\right) \cos\left(\Delta + \frac{\delta_p + \delta_q}{2}\right), \quad (34)$$

式中 $B =$

$$\left[\left(\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{mn} \sin \varphi_{mn} \right)^2 + \left(\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{mn} \cos \varphi_{mn} \right)^2 \right]^{1/2},$$

$$\tan \Delta = \left(\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{mn} \sin \varphi_{mn} \right) / \left(\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{mn} \cos \Delta_{mn} \right).$$

他们之间的比值为

$$\| T_{pq} \|_{s1} = \tan\left(\frac{\delta_q - \delta_p}{2}\right) \tan\left(\Delta + \frac{\delta_q + \delta_p}{2}\right). \quad (35)$$

为了简便运算,假设 δ_1 为 0。依据 p, q 取不同的值,可组合成 3 个不同的方程,从而求解出相移 δ_2 与 δ_3 。然而通过上式求解出的相移存在两组解。同样为了避免相移模糊,需要预先限定相移在 $(0, \pi)$ 范围内,然后在求解时选择在此范围内的解作为相移的正确解。该方法已被证实不受条纹数目的条件限制,而且可应用到任何类型的干涉图样。当然,如今也已产生了其他免条纹数目限制的方法,如西班牙 Jarvas 等^[62] 提出的广义主分量运算方法,它结合了常规的主分量分析方法与最小二乘迭代运算。

6 相移干涉技术的发展趋势

相移干涉技术是波前重建和相位测量的重要技术。如今,该技术已发生了日新月异的变化,已不再局限于传统的时间相移干涉技术。时间相移干涉技术在时间序列上采集多幅相移干涉图样,能够充分利用 CCD 的视场和分辨率。不足的是该技术对环境的扰动非常敏感,且仅能测量静态样品。空间相移干涉技术,又称为同步相移干涉技术,克服了时间相移干涉技术不能用于实时和动态测量的缺陷。然而,大部分的空间相移干涉技术也都存在自身的缺陷,例如多相机空间相移干涉系统采用多个 CCD 探测图像,导致成像成本增加,另一方面多个 CCD 响应时间很难保证一致,从而会引入相移误差,影响测量精度。单相机空间相移干涉可以避免上述问题,但是其分辨率较低,每幅干涉图样的视场较窄。由此,发展能够兼顾上述问题的多功能相移干涉技术

是一个大的发展趋势。

实际上,在相移干涉技术测量中,测量精度很大程度上取决于相移器的精度。一方面,高精度相移器的成本是较昂贵的,另一方面,尽管使用高精度的相移器,在帧频转换区间,相移实际值可能与理论值也稍有差别。因而,相移的真实测量是非常有必要的。目前,已发展了各式各样的相移获取方法,而每一种方法的精度、效率和适用范围是不一样的。另外,在各类相移获取方法中,尤其是非迭代的广义获取方法中,相移符号模糊和条纹数目限制是普遍存在的两大问题。目前较少的获取方法能够同时解决这两大问题。因而发展适用面广、高精度、高效率的相移获取方法是一个重要的研究方向。

尽管各类相移获取方法层出不穷,但大部分方法都是假设引入的相移在干涉图样中所有像素处恒为一个常数值。然而在实际中,由于光源的不稳定、相移器的不平衡压电效应、光学平台的不稳定、在帧频变换期间由相移器引入的方位误差、强烈的环境振动或是其他原因等,都可能造成在整个干涉图平面内相移是一个随空间位置变化的函数。因而,发展求解变化相移的获取方法是十分有必要的,也是一个大的发展趋势。目前,已有一部分研究者在朝着这个方向努力着,并取得了一定的成果^[63-65]。例如清华大学 Zeng 等^[63] 结合正则化流式方法、图像处理 and 空间频率估计技术定量计算了未知倾斜相移。浙江师范大学 Xu 等^[64-65] 提出利用泽尼克多项式拟合来确定倾斜相移量。

尽管越来越多的相移干涉技术被提出,也被广泛应用到光学测量等多个方面,但是在学术界对相移干涉技术的评价标准和评价体系是较缺乏的。山东大学 Li 等^[66] 提出了将重建光波场中直流项和共轭像的残留量大小作为比较相移获取方法的标准,具体是指通过测量直流项和共轭像的强度作为噪声,通过测量再现像的强度作为信号,然后根据定义的信噪比来定量评估相移获取方法。而且 Li 等^[66] 证实了若相移值接近理论值,各方法的信噪比值差不多;而若受到系统误差和噪声的影响,各方法的信噪比值就各有差异。因而可见,对相移获取方法的评估是非常重要的,它直接与相位测量精确度有关。然而该信噪比法并不适用于同轴相移干涉下相移获取方法。这是因为在同轴干涉下,直流项、共轭像与再现像彼此是相互干扰、并不分离的,因而无法测量出信噪比。由此,建立同轴相移干涉评估标准又是相移干涉技术中的重要研究内容,这样有利于提出

对环境扰动和噪声不敏感的相移获取方法。

7 结束语

作为波前检测和相位定量测量的一种高精密技术,相移干涉技术凭借非侵入、无损伤、高灵敏度、高速率等优势,已不仅在光学测量中发挥着重要作用,还延伸应用到生物医学、信息加密与安全等其他领域。实际上,相移干涉技术,尤其是广义相移干涉技术,是多种技术相结合的产物。纵观近 20 年来的发展,研究者主要围绕高速率、高空间分辨率、高精度、大视场、抗噪声和低成本等方面进行研究,并在这些方面均取得了较好的成绩。尤其是为了实时和动态测量,相移干涉技术已从最初的时间相移干涉技术发展成了同步空间相移技术。此外,为了低成本而高精确地实现相移干涉,一系列先进的广义相移获取方法被相继报道。对此,本研究对典型的时间相移干涉技术和空间相移干涉技术进行了特征评析,基于这两类技术,介绍了典型的相位恢复方法。就广义相移干涉技术,着重介绍了 4 大类的相移获取方法,同时也指出了目前所报道的相移获取方法中存在的共性问题,并介绍了几种解决的方法。当然,相移干涉技术发展至今仍然存在一些有待解决的问题,本研究也对此进行了展望。实际上,随着现代技术的发展和各类新技术的产生,可以相信相移干涉技术的发展会在光学测量方面带来新的突破,也会极大地促进相关领域的发展。

参 考 文 献

- [1] Cuche E, Bevilacqua F, Depeursinge C. Digital holography for quantitative phase-contrast imaging [J]. *Optics Letters*, 1999, 24(5): 291-293.
- [2] Finizio A, Pierattini G, Ferraro P, *et al.* Whole optical wavefields reconstruction by digital holography[J]. *Optics Express*, 2001, 9(6): 294-302.
- [3] Murata S, Yasuda N. Potential of digital holography in particle measurement[J]. *Optics & Laser Technology*, 2000, 32(7/8): 567-574.
- [4] Javidi B, Nomura T. Securing information by use of digital holography[J]. *Optics Letters*, 2000, 25(1): 28-30.
- [5] Yamaguchi I, Zhang T. Phase-shifting digital holography[J]. *Optics Letters*, 1991, 22(16): 1268-1270.
- [6] Schreiber H, Bruning J H. Phase-shifting interferometry [M]. Middlefield: John Wiley & Sons, 2007: 547-666.
- [7] Yamaguchi I, Ida T, Yokota M, *et al.* Surface shape measurement by phase-shifting digital holography with a wavelength shift[J]. *Applied Optics*, 2006, 45(29): 7610-7616.
- [8] Popescu G, Deflores L P, Vaughan J C, *et al.* Fourier phase microscopy for investigation of biological structures and dynamics [J]. *Optics Letters*, 2004, 29(21): 2503-2505.
- [9] Lai S, King B, Neifeld M A. Wave front reconstruction by means of phase-shifting digital in-line holography[J]. *Optics Communications*, 2000, 173(1): 155-160.
- [10] Millerd J, Brock N, Hayes J, *et al.* Pixelated phase-mask dynamic interferometer, Interferometry XII: techniques and analysis[C]. SPIE, 2006, 5531: 304-314.
- [11] Lue N, Choi W, Popescu G, *et al.* Quantitative phase imaging of live cells using fast Fourier phase microscopy[J]. *Applied Optics*, 2007, 46(10): 1836-1842.
- [12] Bhaduri B, Tangella K, Popescu G. Fourier phase microscopy with white light[J]. *Biomedical Optics Express*, 2012, 37(6): 1094-1096.
- [13] Wang Z, Millet L, Mir M, *et al.* Spatial light interference microscopy (SLIM)[J]. *Optics Express*, 2011, 19(2): 1016-1026.
- [14] Samsheerali P T, Bhargab D, Joby J. Quantitative phase contrast imaging using common-path in-line digital holograph[J]. *Optics Communications*, 2012, 285(6): 1062-1065.
- [15] Li G Y. Research on technology of spatial phase-shifting interferometry [D]. Tianjin: Tianjin University, 2014.
李光耀. 空间相移干涉技术研究[D]. 天津: 天津大学, 2014.
- [16] Sivakumar N R, Hui W K, Venkatakrishnan K, *et al.* Large surface profile measurement with instantaneous phase-shifting interferometry [J]. *Optical Engineering*, 2003, 42(2): 367-372.
- [17] Gao P, Yao B L, Harder I, *et al.* Parallel two-step phase-shifting digital holograph microscopy based on a grating pair[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2011, 28(3): 434-440.
- [18] Gao P, Yao B L, Min J W, *et al.* Parallel two-step phase-shifting point-diffraction interferometry for microscopy based on a pair of cube beams splitters[J].

- Optics Express, 2011, 19(3): 1930-1935.
- [19] Shaked N T, Newpher T M, Ehlers M D, *et al.* Parallel on-axis holographic phase microscopy of biological cells and unicellular microorganism dynamics[J]. Applied Optics, 2010, 49(15): 2872-2878.
- [20] Shaked N T, Rinehart M T, Wax A. Dual-interference-channel quantitative-phase microscopy of live cell dynamics[J]. Optics Letters, 2009, 34(6): 767-769.
- [21] Gu N T, Huang L H, Yang Z P, *et al.* A single-shot common-path phase-stepping radial shearing interferometer for wavefront measurements [J]. Optics Express, 2011, 19(5): 4703-4713.
- [22] Lee Y, Ito Y, Tahara T, *et al.* Single-shot dual-wavelength phase unwrapping in parallel phase-shifting digital holography[J]. Optics Letters, 2014, 39(8): 2374-2377.
- [23] Debnath S K, Park Y. Real-time quantitative phase imaging with a spatial phase-shifting algorithm [J]. Optics Letters, 2011, 36(23): 4677-4679.
- [24] Du Y Z, Feng G Y, Li H R, *et al.* Spatial carrier phase-shifting algorithm based on principal component analysis method [J]. Optics Express, 2012, 20(15): 16471-16479.
- [25] Awatsuji Y, Sasada M, Kubota T. Parallel quasi-phase-shifting digital holography[J]. Applied Physics Letters, 2004, 85(6): 1069-1071.
- [26] Jiao S M, Zou W B. High-resolution parallel phase-shifting digital holography using a low-resolution phase-shifting array device based on image inpainting [J]. Optics Letters, 2017, 42(3): 482-485.
- [27] Xu X F. Theoretical and experimental study of the algorithms of phase shift extraction and wave-front reconstruction in digital generalized phase-shifting interferometry [D]. Jinnan: Shandong University, 2008.
徐先锋. 广义相移数字全息干涉术相移提取及波前再现算法的理论及实验研究 [D]. 济南: 山东大学, 2008.
- [28] Carré P. Installation et utilisation du comparateur photoélectrique et interférentiel du Bureau International des Poids et Mesures [J]. Metrologia, 1966, 2(1): 13-23.
- [29] Schwider J, Burow R, Elssner K E, *et al.* Digital wave-front measuring interferometry: some systematic error sources [J]. Applied Optics, 1983, 22(21): 3421-3432.
- [30] Meng X F, Cai L Z, Xu X F, *et al.* Two-step phase-shifting interferometry and its application in image encryption[J]. Optics Letters, 2006, 31(10): 1414-1416.
- [31] Shaked N T, Zhu Y Z, Wax A, *et al.* Two-step-only phase-shifting interferometry with optimized detector bandwidth for microscopy of live cells [J]. Optics Express, 2009, 17(18): 15585-15591.
- [32] Wang Z Y, Han B T. Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms [J]. Optics Letters, 2004, 29(14): 1671-1673.
- [33] Wang Z Y, Han B T. Advanced iterative algorithm for randomly phase-shifted interferograms with intra- and inter-frame intensity variations [J]. Optics & Lasers in Engineering, 2007, 45(2): 274-280.
- [34] Hoang T, Wang Z Y, Vo M, *et al.* Phase extraction from optical interferograms in presence of intensity nonlinearity and arbitrary phase shifts [J]. Applied Physics Letters, 2011, 99(3): 031104.
- [35] Fan J P, Xu X F, Lü X X, *et al.* Simultaneous phase-shifting multi-wavelength interferometry based on the least-squares iterative algorithm [J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(3): 0308007.
范金坪, 徐小飞, 吕晓旭, 等. 基于最小二乘迭代的多波长同时相移干涉测量方法 [J]. 中国激光, 2016, 43(3): 0308007.
- [36] Deng J, Wang H K, Zhang D, *et al.* Phase shift extraction algorithm based on Euclidean matrix norm [J]. Optics Letters, 2013, 38(9): 1506-1508.
- [37] Xu Y Y, Wang Y W, Ji Y, *et al.* Three-frame generalized phase-shifting interferometry by a Euclidean matrix norm algorithm [J]. Optics & Lasers in Engineering, 2016, 84: 89-95.
- [38] Xu X E, Cai L Z, Wang Y R, *et al.* Simple direct extraction of unknown phase shift and wavefront reconstruction in generalized phase-shifting interferometry: algorithm and experiments [J]. Optics Letters, 2008, 33(8): 776-778.
- [39] Xu X F, Cai L Z, Wang R Y, *et al.* Direct phase shift extraction and wavefront reconstruction in two-step generalized phase-shifting interferometry [J]. Journal of Optics, 2010, 12(1): 015301.
- [40] Xu X F, Cai L Z, Wang Y R, *et al.* Accurate phase shift extraction for generalized phase-shifting interferometry [J]. Chinese Physics Letters, 2010, 27(2): 024215.
- [41] Gao P, Yao B L, Lindlein N, *et al.* Phase-shift

- extraction for generalized phase-shifting interferometry [J]. *Optics Letters*, 2009, 34(22): 3553-3555.
- [42] Xu Y Y, Wang Y W, Ji Y, *et al.* A derivative method of phase retrieval based on two interferograms with an unknown phase shift [J]. *Optik*, 2016, 127(1): 326-330.
- [43] Guo C S, Sha B, Xie Y Y, *et al.* Zero difference algorithm for phase shift extraction in blind phase-shifting holography [J]. *Optics Letters*, 2014, 39(4): 813-816.
- [44] Deng J, Wang H K, Zhang F J, *et al.* Two-step phase demodulation algorithm based on the extreme value of interference [J]. *Optics Letters*, 2012, 37(22): 4669-4671.
- [45] Zhou Z S, Dong Yuming, Zhang Yizhou, *et al.* Phase shift extraction algorithm by special points in two-step generalized phase-shifting interferometry [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, 43(5): 0508004.
周志盛, 董玉明, 章逸舟, 等. 特殊点的两步广义相移干涉相移值提取算法 [J]. *中国激光*, 2016, 43(5): 0508004.
- [46] Xu J C, Li Y, Wang H, *et al.* Phase-shift extraction for phase-shifting interferometry by histogram of phase difference [J]. *Optics Express*, 2010, 18(23): 24368-24378.
- [47] Chen X, Gramaglia M, Yeazell J A. Phase-shifting interferometry with uncalibrated phase shifts [J]. *Applied Optics*, 2000, 39(4): 585-591.
- [48] Xu Y Y, Wang Y W, Ji Y. *et al.* Fast phase retrieval method based on twice derivatives in phase-shifting interferometry with a blind phase shift [J]. *Chinese Optics Letters*, 2015, 13(s2): S21001.
- [49] Adachi M, Sunada S. Phase-shift extraction from twice-normalized light intensity changes recorded with random phase shifts [J]. *Optical Review*, 2014, 21(5): 522-525.
- [50] Wang X Z, Yang L G, Zhai Z S, *et al.* An optimal method of calculating phase shift interference step based on inter-pixel algorithm [J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(11): 1112008.
王选择, 杨练根, 翟中生, 等. 一种基于内像素计算相移干涉步长的优化方法 [J]. *光学学报*, 2015, 35(11): 1112008.
- [51] Vargas J, Quiroga J A, Sorzano C O S, *et al.* Two-step demodulation based on the Gram-Schmidt orthonormalization method [J]. *Optics Letters*, 2012, 37(3): 443-445.
- [52] Vargas J, Quiroga J A, Belenguer T. Analysis of the principal component algorithm in phase-shifting interferometry [J]. *Optics Letters*, 2011, 36(12): 2215-2217.
- [53] Vargas J, Quiroga J A, Belenguer T. Phase-shifting interferometry based on principal component analysis [J]. *Optics Letters*, 2011, 36(8): 1326-1328.
- [54] Vargas J, Sorzano C O S. Quadrature component analysis for interferometry [J]. *Optics & Lasers in Engineering*, 2013, 51: 637-641.
- [55] Wang H L, Luo C S, Zhong L Y, *et al.* Phase retrieval approach based on the normalized difference maps induced by three interferograms with unknown phase shifts [J]. *Optics Express*, 2014, 22(5): 5147-5154.
- [56] Ma J, Wang Z Y, Pan T Y. Two-dimensional continuous wavelet transform algorithm for phase extraction of two-step arbitrarily phase-shifted interferograms [J]. *Optics & Lasers in Engineering*, 2014, 55: 205-211.
- [57] Hou Y Y, Xu J C. Random phase-shifting speckle patterns analysis algorithm based on principle component analysis [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, 43(12): 1204002.
侯园园, 徐建程. 基于主元分析的随机相移散斑图分析算法 [J]. *中国激光*, 2016, 43(12): 1204002.
- [58] Yoshikawa N, Shiratori T, Kajihara K. Robust phase-shift estimation method for statistical generalized phase-shifting digital holography [J]. *Optics Express*, 2014, 22(12): 14155-14165.
- [59] Vargas J, Quiroga J A, Sorzano C O S, *et al.* Two-step interferometry by a regularized optical flow algorithm [J]. *Optics Letters*, 2011, 36(17): 3485-3487.
- [60] Vargas J, Quiroga J A, Belenguer T, *et al.* Two-step self-tuning phase-shifting interferometry [J]. *Optics Express*, 2011, 19(2): 638-648.
- [61] Xu Y Y, Wang Y W, Ji Y, *et al.* Phase-shifting interferometry by a similar matrix 1-norm algorithm [J]. *Journal of Modern Optics*, 2017, 64(15): 1479-1486.
- [62] Vargas J, Sorzano C O S, Estrada J C, *et al.* Generalization of the principal component analysis algorithm for interferometry [J]. *Optics Communications*, 2013, 286(1): 130-134.
- [63] Zeng F, Tan Q F, Gu H R, *et al.* Phase extraction from interferograms with unknown tilt phase shifts based on a regularized optical flow method [J]. *Optics*

Express, 2013, 21(14): 17234-17248.

[64] Xu J, Xu Q, Chai L. Iterative algorithm for phase extraction from interferograms with random and spatially nonuniform phase shifts [J]. Applied Optics, 2008, 47(3): 480-485.

[65] Xu J C, Hou Y Y, Zhao C. Non-iterative phase

extraction from closed interferograms with tilt shifts [J]. Acta Photonica Sinica, 2016, 45(2): 0212001.

[66] Li J, Wang Y R, Meng X F, *et al.* An evaluation method for phase shift extraction algorithms in generalized phase-shifting interferometry [J]. Journal of Optics, 2013, 15(10): 105408.