# 基于邦加球轨迹的穆勒矩阵测量法

## 肖悦娱\*,蒋晓勇,陈华

上海大学特种光纤与光接入网省部共建重点实验室,上海 200072

**摘要** 提出了基于邦加球轨迹的穆勒矩阵测量法,将极分解得到的矩阵与其在邦加球上的轨迹联系起来,通过输入光和输出光的偏振态在邦加球上的位置关系,直接获取非消偏元件的双折射矩阵和二向色性矩阵。结果表明: 基于所提方法,偏振控制系统只需要一个可旋转起偏器,在测试前后提供两个确定的偏振态,即可直接获得光纤器 件的双折射矩阵和二向色性矩阵,且在测量过程中无需改变待测光纤的状态。

关键词 物理光学;偏振;邦加球;穆勒矩阵;极分解

**中图分类号** O436 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.122603

## Measurement Method of Müller Matrix Based on Trajectories on Poincare Sphere

### Xiao Yueyu\*, Jiang Xiaoyong, Chen Hua

Key Laboratory of Specialty Fiber Optics and Optical Access Networks, Shanghai University, Shanghai 200072, China

**Abstract** A measurement method of Müller matrix is proposed based on the trajectories on the Poincare sphere. A matrix obtained by the polar decomposition is related to its trajectories on the Poincare sphere. Therefore, the birefringence and dichroism matrices of a nondepolarizing unit are directly obtained via the position relationship of the input and output light polarization states on the Poincare sphere. The results show that, based on the proposed method, only one rotatable polarizer is required in the polarization control system. With the measurement of two polarization states determined before and after tests, not only the birefringence and dichroism matrices can be directly obtained, but also the state of the fiber to detect does not need change during the measuring process. **Key words** physical optics; polarization; Poincare sphere; Müller matrix; polar decomposition **OCIS codes** 260.5440; 120.4800

## 1 引 言

随着光纤技术的迅猛发展,偏振效应在光纤领域 内的重要性日益凸显<sup>[1-4]</sup>。由于光纤体积小、质量轻, 因此光纤系统比传统光学系统的集成度高,但光纤中 的偏振态很容易受到外界环境的影响。在高精度的 光纤传感系统和高速光纤通信系统中,偏振问题更不 可忽视<sup>[5-8]</sup>。通过琼斯矩阵法和穆勒矩阵法可以获得 光纤器件的偏振模色散和偏振相关损耗等偏振信 息<sup>[9]</sup>。琼斯矩阵法适用于处理偏振光的相干问题,但 由于琼斯矢量为复数形式,不方便测量<sup>[10]</sup>。穆勒矩 阵法可直接测量光强,是实验中经常采用的测量方 法<sup>[11-12]</sup>。目前穆勒矩阵的测量方法主要包括直接测 量法、半自动测量法和全自动测量法<sup>[13]</sup>,这三种测量 方法的测量原理基本相同,都是通过调整两个 1/4 波 片的方位角获得以样品穆勒矩阵的各元素为未知数 的线性无关方程组,求解方程组可获得穆勒矩阵。

穆勒矩阵并没有明确的物理意义,很难从中直 接获得光纤器件的偏振模色散和偏振相关损耗等, 因此很多学者研究了穆勒矩阵的分解方法。 Cloude<sup>[14]</sup>提出所有的穆勒矩阵都是4个非消偏穆 勒矩阵之和;Gil和Bernabeu<sup>[15]</sup>将极分解应用到穆 勒矩阵中;Lu和Chipman<sup>[16]</sup>则较为系统地阐述了 穆勒矩阵的极分解法,将穆勒矩阵分解为3个矩阵: 二向色性矩阵(对应偏振相关损耗)、双折射矩阵和 退偏矩阵。对于非消偏元件,其穆勒矩阵由双折射 矩阵和二向色性矩阵组成。Ossikovski<sup>[17]</sup>利用奇异 值分解,将非消偏穆勒矩阵分解为两个线性双折射

收稿日期: 2018-07-06; 修回日期: 2018-08-29; 录用日期: 2018-09-12

基金项目:国家自然科学基金(61107075)、上海市重点学科建设项目(S30108)

<sup>\*</sup> E-mail: yyx@staff.shu.edu.cn

元件和一个线性双折射衰减器。极分解法是目前比 较主流的穆勒矩阵分解法。

光纤器件中的偏振态容易受到影响,且很难用 肉眼判断光纤的内在偏振主轴,因此在测量时应尽 量避免改变待测光纤器件的状态。全自动的偏振控 制精度高、速度快,但系统复杂性高、成本昂贵。本 文将极分解得到的矩阵与邦加球轨迹联系起来,通 过输入光和输出光偏振态在邦加球上位置的关系, 可直接获取双折射矩阵和二向色性矩阵。只需在偏 振控制系统中安装一个可旋转起偏器,并在测试前 和测试后提供两个不同方向的线偏振光,即可获得 光纤器件的偏振模色散和偏振相关损耗等信息。

## 2 穆勒矩阵的极分解

斯托克斯空间法是描述偏振光的重要方法,该 方法可将所有偏振光与空间内半径为1的一个球 (邦加球)内的坐标一一对应(图1)。设任意偏振光 的表达式为

$$\boldsymbol{E}_{x,y}(t) = \sqrt{P} \begin{bmatrix} \cos \alpha \exp(j\delta) \\ \sin \alpha \end{bmatrix} + \frac{\sqrt{2-2P}}{2} \begin{bmatrix} \exp\left[j \ \widetilde{\delta}_{x}(t)\right] \\ \exp\left[j \ \widetilde{\delta}_{y}(t)\right] \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中 *P* 为完全偏振光能量与总能量之比,即光的偏 振度; $\delta$  为*x* 方向与 *y* 方向偏振光的相位差; $\alpha$  为*x* 方向与 *y* 方向偏振光的振幅比; $\delta_x(t)$ 为 *x* 方向偏 振光的随机相位; $\delta_y(t)$ 为 *y* 方向偏振光的随机相 位。根据斯托克斯矢量的定义,可以推导出(1)式所 表示 的 偏 振 光 在 斯 托 克 斯 空 间 内 坐 标 ( $S_1$ , $S_2$ , $S_3$ )下各个分量的表达式为

 $\begin{cases} S_{1} = P \cos(2\alpha) \\ S_{2} = P \sin(2\alpha) \cos \delta_{\circ} \\ S_{3} = P \sin(2\alpha) \sin \delta \end{cases}$  (2)  $H = M_{1}$   $S_{1} = \frac{M_{2}}{P + 2\alpha}$  RC  $M_{2} = \frac{M_{2}}{V}$ 

图 1 偏振光在斯托克斯空间内的表示 Fig. 1 Polarized light in Stokes space

从(2)式可以看出,偏振光在斯托克斯空间内的 矢径由其偏振度 P 决定,在半径为 P 的球面上的位 置由偏振光中完全偏振光的参数  $\alpha$  和 $\delta$  决定。设线 段 OS 与平面  $S_2OS_3$  的夹角为  $\beta$ ,则  $\alpha = \pi/4 - \beta/2$ 。 图 1 中, $S_1$  轴的两端点分别为水平偏振光(H)和垂 直偏振光(V), $S_2$  轴的两端点分别为 45°偏振光和 -45°偏振光, $S_3$  轴的两端点分别为左旋圆偏振光 (LC)和右旋圆偏振光(RC)。

对于非消偏元件,入射光和透射光的斯托克斯 矢量 *S*<sub>in</sub>和 *S*<sub>out</sub>都在邦加球的球面上,它们之间的关 系可由穆勒矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \boldsymbol{S}_{out} \end{bmatrix} = \boldsymbol{M} \begin{bmatrix} 1 \\ \boldsymbol{S}_{in} \end{bmatrix}, \qquad (3)$$

式中M为穆勒矩阵,可以分解为一个双折射矩阵  $M_{\rm R}$ 和一个二向色性矩阵 $M_{\rm D}$ ,即

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{M}_{\mathrm{R}} \boldsymbol{M}_{\mathrm{D}}, \qquad (4)$$

其中

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{R}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{m}_{\mathrm{R}} \end{bmatrix}, \qquad (5)$$

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{D}} = K \begin{bmatrix} 1 & \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{D} & \boldsymbol{m}_{\mathrm{D}} \end{bmatrix}, \qquad (6)$$

式中 $m_{\rm R}$ 、 $m_{\rm D}$ 均为三阶子矩阵;D为衰减矢量;K为 归一化系数,具体参见文献[16]。

3 单一功能器件的穆勒矩阵和邦加球 轨迹

#### 3.1 双折射矩阵

假设双折射矩阵 $M_{\rm R}$ 的本征偏振态 $V_1$ 和 $V_2$ 分别为

$$\mathbf{V}_{1} = [\cos \xi \exp(j\vartheta), \sin \xi]^{\mathrm{T}}, \qquad (7)$$

 $\mathbf{V}_{2} = \left[-\sin\xi\exp(\mathrm{j}\vartheta),\cos\xi\right]^{\mathrm{T}},\qquad(8)$ 

式中 *ε* 为偏振态中 *x* 分量与 *y* 分量的振幅比, *θ* 为 两偏振分量的相位差。本征偏振态在邦加球上的坐 标为

 $M_1 = (\cos(2\xi), \sin(2\xi)\cos\vartheta, \sin(2\xi)\sin\vartheta),$ 

(9)

$$(-\cos(2\xi), -\sin(2\xi)\cos\vartheta, -\sin(2\xi)\sin\vartheta)$$
.

 $M_{2} =$ 

如果将邦加球的  $OS_1$  旋转到  $M_1M_2$  上(先将  $OS_2$ 、 $OS_3$  绕  $OS_1$  逆时针旋转  $\vartheta$ ,得到  $OS_{1t}$ 、 $OS_{2t}$ 和  $OS_{3t}$ ;再将  $OS_{1t}$ 、 $OS_{2t}$ 绕  $OS_{3t}$ 顺时针旋转  $2\xi$ ),得到 新坐标系  $S_{1n}S_{2n}S_{3n}$ 。偏振光在以  $V_1$  和  $V_2$  为基矢 时,相干矩阵  $C_{1,2}$ 由其在坐标系  $S_{1n}S_{2n}S_{3n}$ 中的坐标

55, 122603(2018)

$$C_{1,2} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + S_{1n} & S_{2n} + jS_{3n} \\ S_{2n} - jS_{3n} & 1 - S_{1n} \end{bmatrix}, \quad (11) \qquad \qquad J_{R} = \begin{bmatrix} \exp(j\delta/2) & 0 \\ 0 & \exp(-j\delta/2) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\forall J_{R} = \begin{bmatrix} \exp(j\delta/2) & 0 \\ 0 & \exp(-j\delta/2) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\forall J_{R} = \begin{bmatrix} \exp(j\delta/2) & 0 \\ 0 & \exp(-j\delta/2) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\boldsymbol{C}_{1,2}(\text{out}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \exp(j\delta/2) & 0 \\ 0 & \exp(-j\delta/2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 + S_{1n} & S_{2n} + jS_{3n} \\ S_{2n} - jS_{3n} & 1 - S_{1n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp(-j\delta/2) & 0 \\ 0 & \exp(j\delta/2) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + S_{1n} & (S_{2n} + jS_{3n}) \exp(j\delta) \\ (S_{2n} - jS_{3n}) \exp(-j\delta) & 1 - S_{1n} \end{bmatrix}^{\circ}$$
(13)

输出光在坐标系  $S_{1n}S_{2n}S_{3n}$ 中坐标 $(r_{1n}, r_{2n}, r_{3n})$ 下的各个分量可表示为

$$r_{1n} = S_{1n},$$
 (14)

$$r_{2n} = S_{2n} \cos \delta - S_{3n} \sin \delta, \qquad (15)$$

$$r_{3n} = S_{2n} \sin \delta + S_{3n} \cos \delta \,. \tag{16}$$

因此,对于本征偏振态为 $V_1$ 和 $V_2$ 的双折射元件,双折射相位差 $\delta$ 的引入将使入射光绕着 $OS_{1n}$ 旋转 $\delta$ ,如图 2(a)所示。 $S_1S_2S_3$ 坐标系下的 $m_R$ 可通



在V. 和V。基东下的琼斯钜阵为

$$\boldsymbol{m}_{\mathrm{R}} = \boldsymbol{m}^{-1}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\vartheta}) \bullet$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & -\sin \delta \\ 0 & \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \boldsymbol{m}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\vartheta}), \qquad (17)$$

式中 $m(\xi, \vartheta)$ 为坐标系 $S_1S_2S_3$ 与坐标系 $S_{1n}S_{2n}S_{3n}$ 的转换矩阵。



图 2 邦加球轨迹。(a)双折射元件;(b)二色性元件 Fig. 2 Trajectories on Poincare sphere. (a) Birefringent unit; (b) dichromatic unit

#### 3.2 二向色性矩阵

对于本征偏振态为 $V_1$ 和 $V_2$ 的二色性元件,衰减系数为D,其琼斯矩阵为

$$\boldsymbol{J}_{D} = \sqrt{k} \begin{bmatrix} \sqrt{1+D} & 0\\ 0 & \sqrt{1-D} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

式中 k 为能量系数。输出光的相干矩阵为

$$\boldsymbol{C}_{1,2}(\text{out}) = \frac{k}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{1+D} & 0\\ 0 & \sqrt{1-D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+S_{1n} & S_{2n}+jS_{3n}\\ S_{2n}-jS_{3n} & 1-S_{1n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{1+D} & 0\\ 0 & \sqrt{1-D} \end{bmatrix} = \frac{k}{2} \begin{bmatrix} (1+D)(1+S_{1n}) & \sqrt{1-D^2}(S_{2n}+jS_{3n})\\ \sqrt{1-D^2}(S_{2n}-jS_{3n}) & (1-D)(1-S_{in}) \end{bmatrix}^{\circ}$$
(19)

将输出光的相干矩阵归一化,可得到输出光偏 个分量为 振态在坐标系 S<sub>1n</sub>S<sub>2n</sub>S<sub>3n</sub>中坐标(r<sub>1n</sub>,r<sub>2n</sub>,r<sub>3n</sub>)下的各

#### 激光与光电子学进展

0

(23)

$$r_{1n} = \frac{D + S_{1n}}{1 + DS_{1n}},$$
 (20)

$$r_{2n} = \frac{\sqrt{1 - D^2 S_{2n}}}{1 + DS_{1n}},$$
 (21)

$$r_{3n} = \frac{\sqrt{1 - D^2 S_{3n}}}{1 + D S_{1n}} \,. \tag{22}$$

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{D}} = K \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{m}^{-1}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\vartheta}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & D & 0 \\ D & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{1 - D^2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

从(20)~(22)式中可以看出,对于本征偏振态 为 $V_1$ 和 $V_2$ 的二色性元件,D的引入将使入射光沿 着圆 $S_{1n}OS_{in}$ 运动,运动弧度由D和 $S_{1n}$ 决定,如 图 2(b)所示。 $S_1S_2S_3$ 坐标系下的穆勒矩阵可通过 坐标转换获得:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -D^2 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-D^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{m}(\boldsymbol{\xi}, \vartheta) \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} 1 & \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{D} & \boldsymbol{m}_{\mathrm{D}} \end{bmatrix},$$

其中 K 可保证入射光和出射光的坐标都在邦加球的球面上,其大小与入射光的坐标值 S<sub>1n</sub>有关。

## 4 基于极分解的邦加球轨迹测量法

若入射光的斯托克斯参量为 [1,*S*<sub>in</sub>]<sup>T</sup>,则出射 光的斯托克斯参量为

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{S}_{out} \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{D}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{m}_{\mathrm{R}}\mathbf{D} & \mathbf{m}_{\mathrm{R}}\mathbf{m}_{\mathrm{D}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{S}_{\mathrm{in}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{\mathbf{m}_{\mathrm{R}}\mathbf{D} + \mathbf{m}_{\mathrm{R}}\mathbf{m}_{\mathrm{D}}\mathbf{S}_{\mathrm{in}} \\ 1 + \mathbf{D}^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{\mathrm{in}} \end{bmatrix} \circ$$
(24)

当入射光偏振态相同,入射波长取有微小差别的两个波长 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 时,有

$$\boldsymbol{S}_{\text{out}}(\lambda_{1}) = \frac{1}{1 + \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_{\text{in}}} [\boldsymbol{m}_{\mathrm{R}}(\lambda_{1}) \boldsymbol{D} + \boldsymbol{m}_{\mathrm{R}}(\lambda_{1}) \boldsymbol{m}_{\mathrm{D}}\boldsymbol{S}_{\text{in}}] = \frac{\boldsymbol{m}_{\mathrm{R}}(\lambda_{1})}{1 + \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_{\text{in}}} [\boldsymbol{D} + \boldsymbol{m}_{\mathrm{D}}\boldsymbol{S}_{\text{in}}], \qquad (25)$$

$$\boldsymbol{S}_{\text{out}}(\lambda_{2}) = \frac{1}{1 + \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S}_{\text{in}}} \left[ \boldsymbol{m}_{\mathrm{R}}(\lambda_{2}) \boldsymbol{D} + \boldsymbol{m}_{\mathrm{R}}(\lambda_{2}) \boldsymbol{m}_{\mathrm{D}} \boldsymbol{S}_{\text{in}} \right] =$$

$$\frac{\boldsymbol{m}_{\mathrm{R}}(\lambda_{2})}{1+\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_{\mathrm{in}}} \left[\boldsymbol{D}+\boldsymbol{m}_{\mathrm{D}}\boldsymbol{S}_{\mathrm{in}}\right] \,. \tag{26}$$

可以看出, $S_{out}(\lambda_1)$ 和 $S_{out}(\lambda_2)$ 在邦加球上的位 置是由同一个矢量 $D + m_D S_{in}$ 分别与 $m_R(\lambda_1)/(1+D^T S_{in})$ 和 $m_R(\lambda_2)/(1+D^T S_{in})$ 相乘所得,其中  $1+D^T S_{in}$ 为一个数, $m_R(\lambda_1)$ 和 $m_R(\lambda_2)$ 为双折射旋 转矩阵,二者分别使 $D+m_D S_{in}$ 绕着双折射元件本 征态所确定的轴旋转 $\delta_1$ 和 $\delta_2$ 。根据双折射的定义,可得

$$\delta = -\frac{\lambda}{\Delta\lambda} \left( \delta_1 - \delta_2 \right) \,, \qquad (27)$$

式中 $\Delta\lambda$ 为波长变化量。因此,通过旋转的轨迹可 以获得 $m_R$ 所对应的本征态及双折射引起的角度旋 转 $\delta$ ,也就得到了 $M_R$ 。 $M_D$ 由衰减矢量 $D_0$ 决定,根 据前文的分析, $M_D$ 使入射光沿着圆 $S_{1n}OS_{in}$ 运动, 其中 $S_{1n}$ 即为归一化衰减矢量 $D_0$ 。为了获得 $D_0$ 的 坐标,需要提供两组输入/输出偏振态{ $S_{in1}$ , $S_{out1}$ }和 { $S_{in2}$ , $S_{out2}$ },另一组输入/输出偏振态可通过旋转偏 振片获取。中间态 $S'_{out1}$ 和 $S'_{out2}$ 可由极分解获得:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{S}'_{\text{out1}} (\mathbf{S}'_{\text{out2}}) \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{\text{D}} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{S}_{\text{in1}} (\mathbf{S}_{\text{in2}}) \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{\text{D}} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{S}_{\text{in1}} (\mathbf{S}_{\text{in2}}) \end{bmatrix} . \quad (28)$$

 $D_0$  即为圆  $S'_{out1}OS_{in1}$ 和圆  $S'_{out2}OS_{in2}$ 的交线, D 值由  $S_{in1}$ 、 $S'_{out1}$ 或  $S_{in2}$ 、 $S'_{out2}$ 的坐标获得。

## 5 实验和讨论

实验装置如图 3 所示,可调激光器通过一个偏振 方向可旋转的线偏振光起偏器后,其出射的激光进入 待测光纤,输出光偏振态由偏振态分析仪测量。实验 中待测光纤器件由一段圆二向色性光纤和一段线性 双折射光纤组成。调整起偏器的角度,使输入待测 光纤器件的光为水平偏振光,改变可调激光器的波





长,分别设定  $\lambda_1 = 1.55 \ \mu m, \lambda_2 = 1.5504 \ \mu m, \lambda_3 =$ 1.5508  $\mu m$ 。测得 3 个输出光在邦加球上的坐标分 别为  $P_1 = (0.0045, -0.6214, -0.7834), P_2 =$ (0.0112, -0.3827, -0.9237) 和  $P_3 = (-0.0009, -0.8124, -0.5832)$ 。根据空间几何关系,可以得 到本 征 态 对 应 的 邦 加 球 上 的 坐 标 为  $M_1 =$ (-0.9996, 0.0283, 0) 和  $M_2 = (0.9996, -0.0283, 0)$ 。双 折 射 轨 迹 的 圆 心 坐 标  $O' = (0.0221, -0.0006, 0), 半径为0.9997, O'P_1$ 和  $O'P_2$  间的弧 度角为

$$\theta = a \cos \left[ \frac{2 \times (0.9997)^2 - (0.2769)^2}{2 \times 0.9997 \times 0.9997} \right] = 0.2779 \text{ rad},$$
(29)

则双折射旋转角δ=1077 rad,因此有

$$\boldsymbol{m}_{\mathrm{R}}^{\prime} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & -\sin \delta \\ 0 & \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.9701 & 0.2426 \\ 0 & -0.2426 & -0.9701 \end{bmatrix}.$$
(30)

双折射矩阵 $M_R$ 为

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{R}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9985 & -0.0516 & -0.0152 \\ 0 & -0.0516 & -0.8424 & -0.5363 \\ 0 & 0.0152 & 0.5363 & -0.8439 \end{bmatrix}.$$
(31)

双折射矩阵所表示的本征态和邦加球轨迹如 图 4所示,图中蓝色的点表示两个本征态的位置,红 色的点为测量值,黑色的点为双折射矩阵的轨迹,显 然此时的双折射为线性双折射。





一组输入/输出偏振态即为 $S_{in1} = [1,0,0]^{T}$ ,  $S_{out1} = [0.0045, -0.6214, -0.7834]^{T}$ 。旋转起偏器,测得 $S_{out2} = [0.0067, -0.6255, -0.7802]^{T}$ ,此时 取下被测光纤器件,测得  $S_{in2} = [0.9511, 0.3090,$ 0]<sup>T</sup>。根据双折射矩阵,可以得到  $S'_{out1} = [0.0250,$ 0.1031,0.9943], $S'_{out2} = [0.0274, 0.1082, 0.9938]$ 。 根据空间几何可得平面  $S_{in1}OS'_{out1}$ 和  $S_{in2}OS'_{out2}$ 的交 线与邦加球的交点为  $D_1 = (0.0116, 0.1031, 0.9946)$ 和  $D_2 = (-0.0116, -0.1031, -0.9946)$ 。分析可得 衰减矢量方向为  $D_0 = [0.0116, 0.1031, 0.9946]$ ,衰 减值 D = 0.99990,由于衰减矢量基本接近圆偏振 光,因此二向色性光纤为圆二色性光纤,其二向色性 矩阵  $M_D$  为

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{D}} = K \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0116 & 0.1031 & 0.9945 \\ 0.0116 & 0.0145 & 0.0012 & 0.0114 \\ 0.1031 & 0.0012 & 0.0248 & 0.1011 \\ 0.9945 & 0.0114 & 0.1011 & 0.9894 \end{bmatrix}.$$

(32)

因此,根据(4)式可得待测光纤器件的穆勒矩阵为

M =

K	1.0000	0.0116	0.1031	0.9945	
	-0.0089	0.0142	-0.0016	-0.0089	°
	-0.6208	-0.0078	-0.0752	-0.6163	
	-0.7838	-0.0087	-0.0720	-0.7806	
(20					

(33)

为了验证实验的正确性,将待测器件中的圆二 色性光纤与线性双折射光纤分离。首先测量线性双 折射光纤的拍长,采用宽谱光源干涉法<sup>[19]</sup>,测得双 折射光纤长度 *L*<sub>B</sub>=575 mm,拍长 *L*'<sub>B</sub>=3.4 mm。采 用轨迹法计算得到光纤拍长*L*'<sub>B</sub>=3.35 mm。可以看 出,两种方法得到的光纤拍长基本吻合。接着测量 了圆二色性光纤的偏振相关损耗。输入水平方向线 偏振光,测得圆二色性光纤输出光在邦加球上的坐 标为(0.0192,0.1165,0.9930),两本征态的消光比大 于 40 dB,与用轨迹法得到的 *S*'<sub>outl</sub>基本一致。实验表 明:利用所提出的邦加球轨迹法测得的光纤器件的 特性是可信的,但由于线性双折射光纤的相位差较 易受外界环境影响,因此在测量过程中会引入一定 的误差。另外,轨迹法中空间曲线和曲面方程以及 矩阵的计算也会引入一定的计算误差。

## 6 结 论

将极分解得到的矩阵与其邦加球轨迹联系起来,通过输入光和输出光偏振态在邦加球上位置的 关系,直接获取了非消偏元件的双折射矩阵和二向 色性矩阵。研究表明:该实验方法中采用的偏振控 制系统只需要一个可旋转的起偏器,在测试前和测 试后提供两个确定的偏振态,即可直接获得非消偏 元件的双折射矩阵和二向色性矩阵,从而获得光纤 器件的偏振模色散和偏振相关损耗等参数。该测量 过程操作简单,无需改变待测光纤的状态,为光纤器 件的偏振特性分析提供了一种便捷直观的方法。

#### 参考文献

 Dong Z K, Xu R Q, Tian J R, et al. All-fiber based mode-locked fiber laser with polarization output [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54 (8): 081404.

董自凯,徐润亲,田金荣,等.全光纤偏振输出锁模 光纤激光器[J].激光与光电子学进展,2017,54 (8):081404.

[2] Yang J, Yuan Y G, Yu Z J, et al. Optical coherence domain polarimetry technology and its application in measurement for evaluating components of high precision fiber-optic gyroscopes[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(3): 0328007.
杨军,苑勇贵,喻张俊,等.光学相干域偏振测量技

术及其在高精度光纤陀螺器件测量中的应用[J]. 光 学学报, 2018, 38(3): 0328007.

- [3] Goossens J W, Yousefi M I, Jaouën Y, et al. Polarization-division multiplexing based on the nonlinear Fourier transform[J]. Optics Express, 2017, 25(22): 26437-26452.
- [4] Li S S, Hao X, Bai J J, et al. Terahertz single-polarization single-mode photonic crystal fiber with tunable polarization [J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(9): 0901005.
  李珊珊, 郝霞, 白晋军, 等. 偏振可调的太赫兹单偏振单模光子晶体光纤[J]. 中国激光, 2016, 43(9):

0901005.
[5] Li P C, Liu K, Jiang J F, et al. Research on polarization control of distributed optical fiber sensing system based on FPGA[J]. Chinese Journal of

Lasers, 2017, 45(5): 051002. 李鹏程, 刘琨, 江俊峰, 等. 基于 FPGA 的分布式光 纤传感系统偏振控制研究[J]. 中国激光, 2017, 45 (5): 051002.

[6] Xie Z, Yang Y H, Yan H, et al. Estimation of distributed polarization coupling error in optic fiber coil of fiber optic gyroscope [J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(10): 1006004.
谢泽,杨远洪,闫晗,等.光纤陀螺光纤环分布偏振 耦合误差预估[I],中国激光,2017,44(10):

耦合误差预估[J]. 中国激光, 2017, 44 (10): 1006004.

[7] Li C S, Zhang C Y, Sun H J, et al. Effect of

polarization crosstalk of polarization-maintaining delay optical fiber coil on the fiber-optic current sensor[J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 41(11): 1105008.

李传生,张朝阳,孙海江,等.保偏延迟光纤环偏振 串音对光纤电流互感器的影响[J].中国激光,2014, 41(4):1105008.

- [8] Gao Y Y, Zhou W N, Lei L L, et al. Research on polarization characteristics of SLD start-up used in fiber optic gyroscope and its effect[J]. Laser &. Optoelectronics Progress, 2015, 52(11): 112302.
  高洋洋,周卫宁,雷莉莉,等.光纤陀螺用超辐射发 光二极管启动偏振特性及其影响研究[J].激光与光 电子学进展, 2015, 52(11): 112302.
- [9] Yao X S, Chen X J, Liu T G. High accuracy polarization measurements using binary polarization rotators [J]. Optics Express, 2010, 18(7): 6667-6685.
- [10] Huang S, Zhao H F, Yu T, et al. Improved Jones matrix eigenanalysis method in measuring PMD[J]. Journal of Optoelectronics Laser, 2004, 15(1): 120-122.
  黄山,赵华凤,俞涛,等.对琼斯矩阵测量 PMD 的改进[J].光电子 激光, 2004, 15(1): 120-122.
- [11] Xu Z X, Yao X S, Ding Z Y, et al. Accurate measurements of circular and residual linear birefringences of spun fibers using binary polarization rotators[J]. Optics Express, 2017, 25(24): 30780-30792.
- [12] Huang A X, Zhang H, Qiu Y S, et al. Application of Stokes vector method on the full-fiber current sensor[J]. Acta Photonica Sinica, 2013, 42(6): 699-704.
  黄爱显,张昊,邱怡申,等.斯托克斯矢量法在全光 纤电流传感器中的应用[J].光子学报, 2013, 42

(6): 699-704.
[13] Chen L G. Smart measurement of the Muller matrix of polarization devices [D]. Qufu: Qufu Normal University, 2004.

陈立刚. 偏光器件 Muller 矩阵的智能化测量[D]. 曲 阜: 曲阜师范大学, 2004.

- [14] Cloude S R. Group theory and polarization algebra[J]. Optik, 1986, 31(11): 26-36.
- [15] Gil J J, Bernabeu E. Obtainment of the polarizing and retardation parameters of a non-depolarizing optical system from the polar decomposition of its Mueller matrix[J]. Optik, 1987, 76(2): 67-71.
- [16] Lu S Y, Chipman R A. Interpretation of Mueller

matrices based on polar decomposition[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1996, 13(5): 1106-1113.

- [17] Ossikovski R. Interpretation of nondepolarizing Mueller matrices based on singular-value decomposition[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2008, 25(2): 473-482.
- [18] Xiao Y Y, Yang H X, Xu H B, et al. Measuring Jones matrix of arbitrary orthogonal basic vectors based on Stokes space[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(9): 092604.

肖悦娱,杨辉祥,徐怀宝,等.基于斯托克斯空间的 任意正交基矢下琼斯矩阵的测量[J].激光与光电子 学进展,2016,53(9):092604.

[19] Mi J, Zhang C X, Li Z, et al. Measuring the beatlength of polarization maintaining fiber by broadband light source and conoscopic interference
[J]. Journal of Optoelectronics • Laser, 2006, 17 (9): 1074-1077.

米剑,张春熹,李铮,等.利用宽谱光源及偏光干涉 测量保偏光纤拍长[J].光电子・激光,2006,17 (9):1074-1077.