

基于双重尺度搜索遗传算法的尾气图像配准

郭阳, 艾勇*, 陈晶

武汉大学电子信息学院, 湖北 武汉 430072

摘要 为了解决机动车尾气监测系统中所监测尾气红外图像的配准问题,提出了基于双重尺度搜索遗传算法的图像配准方法。该方法以互信息为相似性度量,对传统遗传算法的交叉变异概率公式进行调整,利用所提出的双重尺度搜索遗传算法作为优化算法,实现了机动车尾气红外图像的高精度配准。采用该方法进行配准实验得到的横向平移量、纵向平移量和旋转角的均方根误差分别为 0.0949、0.0447 和 0.0000,优于其他方法。相对于基于自适应遗传算法和蚁群算法的图像配准方法,该方法精度更高,稳定性更好;相对于 Powell 算法,该方法抗噪声能力更强,更适合尾气图像配准,为后续污染气体浓度反演与计算打下了良好的基础。

关键词 成像系统; 红外图像配准; 互信息; 双重尺度搜索; 遗传算法; 尾气监测

中图分类号 TP391 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.121101

Exhaust Image Registration Based on Double Scale Search Genetic Algorithm

Guo Yang, Ai Yong*, Chen Jing

Electronic Information School, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China

Abstract In order to solve the infrared image registration problem of the monitored exhaust in vehicle exhaust monitoring system, a method of infrared image registration based on double scale search genetic algorithm is proposed. The method takes mutual information as the similarity measure and modify probability formula of crossover and mutation in the traditional genetic algorithm. The proposed double scale search genetic algorithm is used as the optimization algorithm to realize high precision registration of vehicle exhaust infrared image. The obtained root-mean-square error of horizontal translation, vertical translation and rotation angle are 0.0949, 0.0447 and 0.0000, respectively, and the results of experiment with this method are better than other methods and it proves the effectiveness of the proposed method. In comparison to the image registration method based on the adaptive genetic algorithm and ant colony algorithm, and the proposed method has higher precision and better stability. Compared with the Powell algorithm, the proposed method has stronger anti-noise ability and is more suitable for exhaust image registration, which is a good foundation for inversion and calculation of pollution gas concentration.

Key words imaging systems; infrared image registration; mutual information; double scale search; genetic algorithm; exhaust monitoring

OCIS codes 110.3080; 110.4155; 100.2000

1 引言

随着经济和时代的发展,机动车数量急剧增加,机动车尾气质量监测越来越受关注。Wu 等^[1]提出了基于分子滤光光谱成像的监测方式,对机动车尾气进行监测。该方式进行监测时要对采集到的尾气红外图像进行高精度配准,以保证尾气中污染气体

浓度反演的准确性。本文针对机动车尾气红外图像配准进行了研究。

图像配准是对不同传感器或相同传感器在不同条件下获得的两幅或多幅图像进行空间位置匹配的过程。目前国内外对图像配准的研究大致可以分为基于图像灰度信息^[2]和基于图像特征点^[3-4]两大类。由于机动车尾气红外图像没有固定的形态,不包含固

收稿日期: 2018-05-29; 修回日期: 2018-06-07; 录用日期: 2018-06-12

基金项目: 国家重点研发计划(2017YFC0211900)

* E-mail: aiyong09@163.com

定的特征点,因此本文选取两幅图像灰度信息之间的统计特性即图像互信息^[5]作为图像配准的依据。

优化算法在基于互信息的图像配准过程中起着优化空间变换参数和搜索最大互信息的重要作用。常见的优化算法有模拟退火算法^[6]、蚁群算法、Powell算法、遗传算法^[7]和粒子群算法^[8-9]等。杜斯亮等^[10]结合 Powell 算法对星空图像配准进行了研究。赵辽英等^[11]提出了基于尺度不变特征变换(SIFT)和区域互信息优化的图像配准方法,将基于 SIFT 算法的图像特征点配准和基于混沌量子粒子群算法的图像互信息配准方法相结合,改善了遥感图像配准的效果。Liu 等^[12]将图像互信息和边缘信息相结合,利用粒子群优化算法解决了共聚焦显微镜图像配准问题。Daly 等^[13]提出了多分辨率遗传算法优化的方法,提高了收敛速度。

本文提出了基于双重尺度搜索遗传算法的配准方法,解决了基于经典自适应遗传算法^[14]的图像配准方法在迭代后期基因多样性欠缺和局部搜索能力差的问题,实现了更高精度的配准。

2 最大互信息图像配准模型

机动车尾气红外图像中细节信息较少,无法提取有效的特征点,经过预处理后的图像也包含一定的随机噪声,而基于互信息的配准模型不需要提取特征点,同时具有一定的抗噪声能力,因此比较适合该类图像配准。互信息是信息论中用于描述两个系统之间统计相关性的概念,表达式为

$$I_{MI}(A, B) = H(A) + H(B) - H(A, B), \quad (1)$$

式中 $H(A)$ 和 $H(B)$ 分别表示系统 A 和 B 的熵, $H(A, B)$ 表示联合熵。图像 A 和 B 之间互信息由图像 A 和 B 的联合直方图得到。假设图像 A 和 B 尺寸大小都是 $M \times N$, 那么 A 和 B 的联合直方图可以表示为

$$h_{ab}[A(i, j), B(i, j)] = n_{[A(i, j), B(i, j)]}, \quad (2)$$

式中 $i \in [1, M]$, $j \in [1, N]$, $A(i, j)$ 和 $B(i, j)$ 表示图像 A 和 B 在相同位置 (i, j) 处的一对灰度值。 $n_{[A(i, j), B(i, j)]}$ 表示该对灰度值对出现的次数。两幅图像之间的空间位置关系可以用仿射变换模型描述。仿射变换包含平移、旋转、缩放和错切等形式,可以通过矩阵运算的方式进行表达。

机动车尾气监测系统中采用两台红外相机对红外尾气进行成像,其中一台在成像前对目标气体进行吸收,另一台不吸收,将得到的两幅图像在配准的前提下差分,得到目标气体的浓度分布图,再进行反

演计算。监测系统中的两台相机固定在横跨道路的龙门架上,平行于地面成像,彼此之间存在平移的空间关系,可能会有小角度的旋转,不存在错切,因此将空间变化简化为平移和旋转。由于系统中的两台相机位置相对固定,不需要实时图像配准,因此可以间歇性地配准,保存变换矩阵,统一对图像进行矫正。基于最大互信息的图像配准是以互信息为相似性度量,利用优化算法对两幅图像的横向平移量 X 、纵向平移量 Y 和旋转角 θ 进行优化,得到最佳 X 、 Y 和 θ 的过程。

3 双重尺度搜索遗传算法

双重尺度搜索遗传算法对横向平移量 X 、纵向平移量 Y 和旋转角 θ 有较好的优化效果。遗传算法作为一种全局优化搜索算法,主要有种群初始化、适应度评价、选择、交叉和变异等操作。双重尺度搜索遗传算法在传统遗传算法的基础上,对交叉变异函数进行了改进,对迭代后期的变异策略做了相应的调整,优化搜索效果更好。

3.1 种群初始化及适应度计算

种群初始化主要是对求解变量进行编码,本文采用二进制编码方式对 X 、 Y 和 θ 进行编码,具体编码位数可以由下式计算:

$$2^{m-1} < (n_2 - n_1) \times 10^k \leq 2^m - 1, \quad (3)$$

式中 m 代表编码位数, n_1 和 n_2 代表编码范围, k 代表精确到小数点后的位数。实验中,对每个变量采用 9 位二进制编码,第一位代表符号位,0 代表正,1 代表负。后 8 位代表数据位,可以表示 0 到 25.5 范围的平移量或旋转角,如图 1 所示。

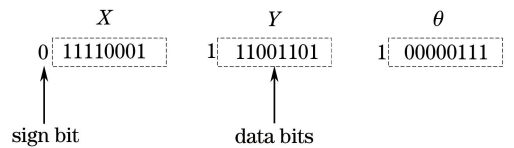


图 1 编码示意图

Fig. 1 Coding schematic

迭代过程中,需要对所有个体的适应度进行计算。本文中的适应度代表两幅图像的相似程度,利用互信息进行度量。假设 A 为原图像, B 为待配准图像,先将每个个体按照编码规则,反变换成为对应 X 、 Y 和 θ 的实数值,然后对 B 进行对应空间反变换,将 B 中 (i, j) 位置的点映射到 A 中的 (s, t) ,得到矫正后图像 C 和原图 A 的联合分布直方图 h_{ac} ,从而计算对应的互信息。对每个个体重复该过程,可以得到所有个体的互信息即适应度。

3.2 选择操作

从上一代个体中按照一定的规则选择出下一代个体的过程即选择操作, 实验中采用比较常见的是轮盘赌法。假设父代个体共有 p_0 个, 需要选择 p_1 个子代个体, 采用轮盘赌法, 首先需要计算出所有个体的适应度, 再将所有个体适应度累加, 得到累计适

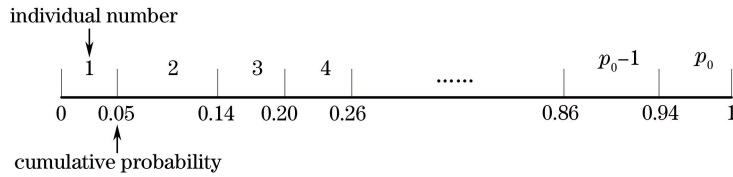


图2 轮盘赌选择法示意图

Fig. 2 Schematic of roulette wheel selection method

3.3 交叉和变异操作

传统的遗传算法通过采用固定的交叉和变异概率进行交叉和变异, 交叉概率一般取 0.5 左右, 变异概率一般取 0.01~0.1, 交叉变异过程如图 3 所示。在实际过程中, 种群个体的数量和迭代次数都不够大, 采用传统的交叉概率和变异概率会导致优化速度缓慢, 容易陷入局部极值的问题。文献[14]提出了自适应遗传算法, 加快种群优化的速度。但是通过实验发现, 采用自适应遗传算法后, 整个种群经过

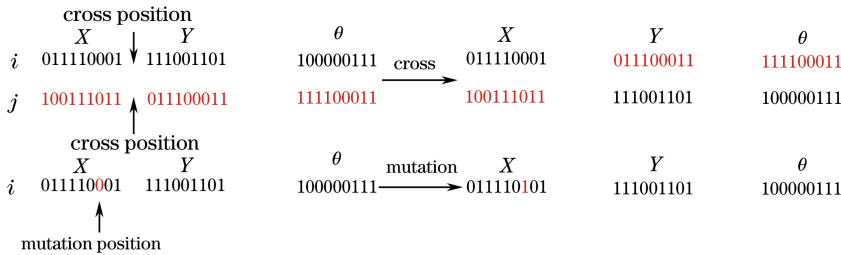


图3 交叉变异示意图

Fig. 3 Schematic of crossover and mutation

进入优化后期会出现搜索到的最优解在全局最优解附近, 但无法搜索到全局最优解的情况, 文献[15]认为这主要是由于搜索到后期, 如果优秀个体的基因后几位都是 1 或 0, 那么必须对优秀个体的特定位置基因同时进行变异, 才能搜索到更优秀的解, 而这种变异在实际搜索过程中很难发生。因此, 需要通过对基因后几位都是 1(或 0)的个体进行加 1(或减 1)的操作, 使其跳出局部极值。但是本文探讨的问题中, 个体基因对多个变量进行编码, 编码位数比较多, 不同变量之间相互影响, 当搜索结果在全局最优解附近时, 会出现基因后几位虽然不全为 1 或 0, 但仍然无法搜索到全局最优解的情况。这主要是由于全局搜索范围过大, 而传统遗传算法缺乏

度区间序列, 每个区间对应一个父代个体, 归一化后得到累计概率区间序列, 如图 2 所示。产生范围在 0 到 1 的随机数, 随机数所在区间对应的个体即为被选中的个体, 重复产生 p_1 个随机数进行选择, 就可以得到子代的 p_1 个个体。

一定次数迭代, 基因的多样性太少, 容易导致整个种群陷入局部极值。因此, 本文采用只与个体序号相关的交叉变异概率公式, 即:

$$P_c = \frac{1}{\sqrt{i}}, P_m = \frac{1}{\sqrt{i}}, \quad (4)$$

式中 P_c 为交叉概率, P_m 为变异概率, i 为个体序号。上述交叉变异方式在一定程度上削弱了优秀个体被选择进入下一代的可能性, 增加了后期基因的多样性。

局部搜索能力引起的。

为了解决上述问题, 本文提出了双重尺度搜索遗传算法。在迭代前期, 所有个体按(4)式进行交叉变异, 形成大尺度搜索。在迭代后期将种群分为普通个体和优秀个体两部分。在交叉过程中, 优秀个体之间进行交叉, 普通个体之间进行交叉, 两者分开保证了优秀基因不会被污染。变异时普通个体仍然采用上述方式进行变异。考虑到迭代后期优秀个体已经在全局最优解附近, 变异时不再对整个基因段进行全局随机变异, 而是引入一个小的实数变量, 在小尺度上进行搜索。采用这样双重尺度搜索的方法, 在具有全局搜索能力的同时, 也增强了局部搜索能力。

3.4 图像配准步骤

基于双重尺度搜索遗传算法的机动车尾气红外图像配准步骤如下:

1) 对机动车尾气红外图像进行预处理,得到图像质量较好的参考图像 A 和待配准图像 B 。

2) 对 X 、 Y 和 θ 进行编码,每个变量采用 9 位编码、1 位符号位、8 位数据位,总共 27 位编码。

3) 确定种群个体数量 $N_{\text{pop_size}} = 40$,最大迭代次数 $G = 100$,对种群进行初始化。

4) 对 X 、 Y 和 θ 进行解码,对图像 B 进行空间反变换,计算两幅图像的互信息作为种群个体的适应度,采用轮盘赌法进行选择操作。

5) 当迭代次数 $T < G/2$ 时,交叉概率采用 $P_c = 1/\sqrt{i}$,变异概率采用 $P_m = 1/\sqrt{i}$,对选择的所有子代个体进行交叉和变异,保留最优个体。当迭代次数 $T \geq G/2$ 时,适应度排在前十的为优秀个体,其余为普通个体。对于普通个体,仍然采用 $P_c = 1/\sqrt{i}$, $P_m = 1/\sqrt{i}$ 的概率进行交叉和变异,形成大尺度搜索。优秀个体之间以 $P_c = 1/\sqrt{i}$ 的概率进行交叉,然

后将优秀个体由二进制编码转到实数域,加入随机变量 $\Delta m \in [-0.5, 0.5]$,再转化为二进制编码,完成变异,形成小尺度搜索。

6) 重复步骤 4) 和 5),直到最大迭代次数。

4 实验结果及分析

首先对三种方法的配准效果进行测试,方法 1 是基于经典自适应遗传算法的图像配准方法;方法 2 将遗传算法的交叉变异概率调整为 $P_c = 1/\sqrt{i}$ 和 $P_m = 1/\sqrt{i}$ 进行配准;方法 3 调整交叉变异概率为 $P_c = 1/\sqrt{i}$ 和 $P_m = 1/\sqrt{i}$,采用双重尺度搜索遗传算法进行优化,进行配准;方法 4 采用蚁群算法配准;方法 5 采用 Powell 算法进行配准。

测试环境为 Windows 7, CPU 主频 3.30 GHz,编程环境为 MATLAB 2014a,测试图像及配准结果如图 4 所示。图 4(a) 为经过预处理后的机动车尾气红外图像,作为参考图像;图 4(b) 为将图 4(a) 经过 $X = 20$ pixel、 $Y = -5$ pixel 和 $\theta = 10^\circ$ 变换后得到的待配准图像;图 4(c)~(g) 分别为方法 1~5 配准矫正后的图像。

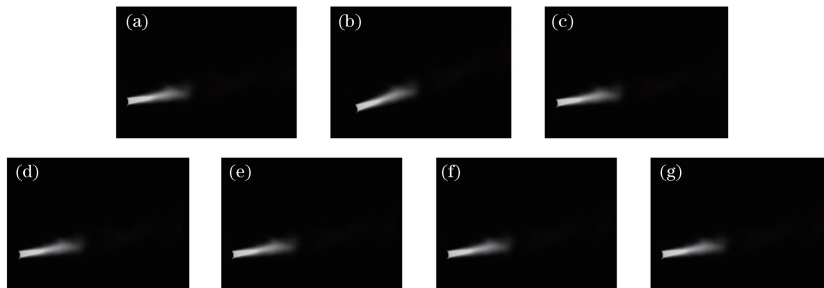


图 4 测试图像及配准结果。

(a) 参考图像; (b) 待配准图像; (c) 方法 1、(d) 方法 2、(e) 方法 3、(f) 方法 4 和 (g) 方法 5 配准矫正后图像

Fig. 4 Test images and registration results. (a) Reference image; (b) image without registration; registration images with (a) method 1, (d) method 2, (e) method 3, (f) method 4, and (g) method 5

表 1 是在 10 次实验过程中,5 种方法得到的 X 、 Y 和 θ 相对于全局最优解 $X = -20$ pixel、 $Y =$

5 pixel 和 $\theta = -10^\circ$ 的均方根误差值(RMSE)、最大互信息(MMI)的均值和配准所用时间。

表 1 测试图像配准结果

Table 1 Registration results of test image

Method	RMSE (X) /pixel	RMSE (Y) /pixel	RMSE (θ) /($^\circ$)	MMI	Time /s
Method 1	1.1489	0.6277	0.3286	1.2446	84.1
Method 2	0.6042	0.4960	0.2757	1.2756	84.3
Method 3	0.0949	0.0447	0.0000	1.3254	85.4
Method 4	1.5305	0.9335	0.5973	1.1806	82.0
Method 5	0.0350	0.0150	0.0000	1.3262	13.9

首先对基于遗传算法的方法 1、2 和 3 进行分析,图 5 所示为迭代曲线,图 5(a) 表示每一代最佳个体互信息的变化情况,图 5(b) 表示每一代的平均

互信息的变化情况。结合图 5(a) 和 (b) 可以看出,方法 1 在迭代后期出现了整个种群基因都相同的极端情况,无法跳出局部极值;方法 2 后期存在基因多

样性,但缺乏局部搜索能力,很难得到最优解;方法3通过双重尺度的搜索策略和概率公式的调整,使其同时具有全局搜索能力和局部搜索能力,搜索精

度比方法1和2高。从表1可以看出,在方法1、2和3中方法3的RMSE值更小,精度更高,与分析相吻合;并且三种方法时间性能相当。

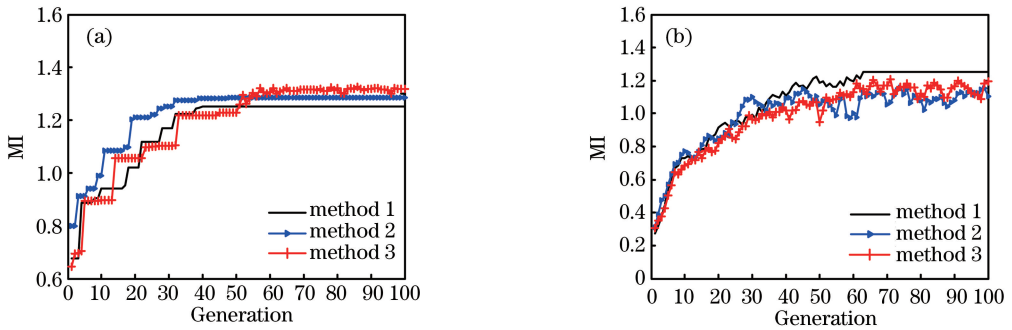


图5 互信息随迭代次数变化。(a)最优互信息;(b)平均互信息

Fig. 5 Changes of mutual information during iteration. (a) Optimal mutual information; (b) average mutual information

将方法3和4相比较,从表1可以看出,方法3的精度高于方法4,两者时间性能相当。方法3和5比较得出,方法5的精度略高于方法3,时间性能要远远优于方法3,这是由于方法5为单纯的局部搜索算法,虽然用时短,但会陷入局部极值问题。

中优化得到的 X 、 Y 和 θ 的折线图。从图6可以看出,方法1、2和4优化得到的 X 、 Y 和 θ 波动范围比较大,部分优化结果偏离全局最优解比较远,优化结果不稳定。而方法3和5得到的解基本都在全局最优解 $X = -20$ pixel、 $Y = 5$ pixel和 $\theta = -10^\circ$ 附近,优化结果更稳定。

图6(a)~(c)分别表示三种方法在10次测试

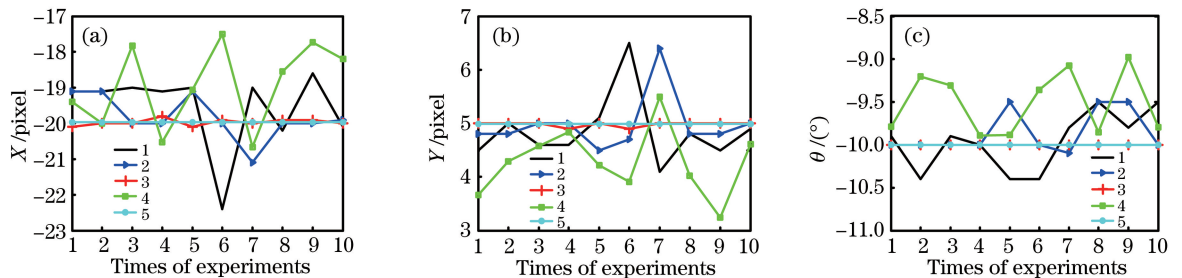


图6 折线图。(a) X ;(b) Y ;(c) θ

Fig. 6 Line graphs. (a) X ; (b) Y ; (c) θ

对实际机动车尾气红外图像进行配准,效果如图7所示。图7(a)为参考图像,图7(b)为待配准图像,图7(c)~(g)分别为方法1~5配准矫正后的图

像。表2给出了10次实验中,由5种方法搜索到的 X 、 Y 和 θ 的均值以及MMI的均值。由于实际图像没有准确的 X 、 Y 和 θ 的信息,因此无法用 X 、 Y 和 θ

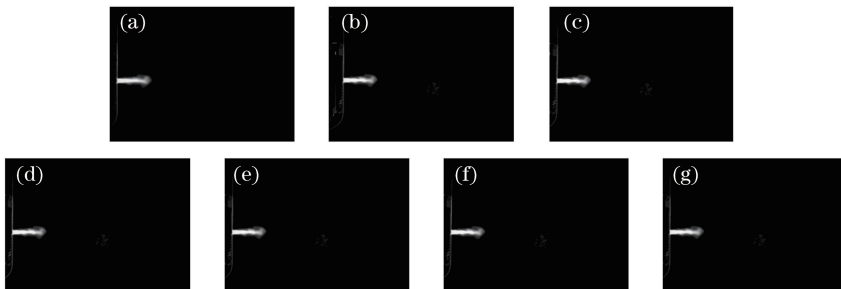


图7 实际尾气图像和配准结果。(a)参考图像;

(b)待配准图像;(c)方法1、(d)方法2、(e)方法3、(f)方法4和(g)方法5配准矫正后图像

Fig. 7 Exhaust images and registration results. (a) Reference image; (b) image without registration; registration images with (c) method 1, (d) method 2, (e) method 3, (f) method 4, and (g) method 5

来评价配准效果。因此采用配准过程中搜索到的 MMI 均值来评价配准效果。从表 2 可以看出,由方

法 3 搜索到的 MMI 均值最大,方法 5 的时间性能最好。

表 2 实际尾气图像配准结果

Table 2 Registration results of exhaust image

Method	AVG (X) /pixel	AVG (Y) /pixel	AVG (θ) /($^{\circ}$)	MMI	Time /s
Method 1	-11.84	0.02	0.59	0.4052	84.6
Method 2	-12.75	0.40	0.13	0.4260	84.4
Method 3	-12.96	0.71	0.04	0.4346	87.0
Method 4	-12.38	0.43	0.17	0.4055	84.1
Method 5	-13.00	0.79	0.00	0.4297	16.5

从上述分析可知,方法 3 和 5 的配准精度较高,且方法 5 的时间性能优于方法 3,但方法 5 为局部搜索算法,在噪声较大的情况下容易陷入局部极值。比如对图 8(a)(b)进行配准,结果如图 8(c)(d)所

示。从图 8 可以看出,方法 3 仍然可以得到较好的配准结果,但是方法 5 由于噪声影响陷入了局部极值,无法正确配准,因此体现了方法 3 的全局搜索优势。

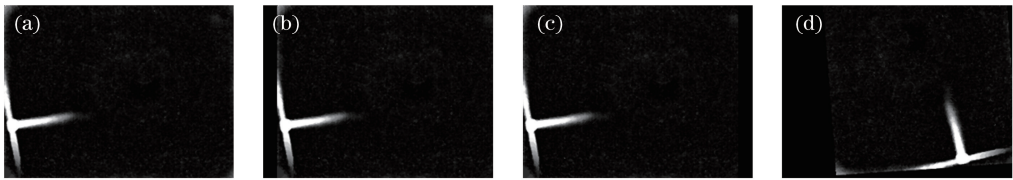


图 8 尾气图像及配准结果。(a)参考图像;(b)待配准图像;(c)方法 3 和(d)方法 5 配准矫正图像

Fig. 8 Exhaust images and registration results. (a) Reference image; (b) image without registration; registration images with (c) method 3 and (d) method 5

5 结 论

通过基于双重尺度搜索遗传算法的图像配准方法,实现了机动车尾气图像的高精度配准。相比于自适应遗传算法和蚁群算法,三者时间性能相当,但所提出算法的精度更高,稳定性更好。与 Powell 算法相比,提出的方法具有更好的抗噪声能力,更适合实际尾气图像和类似图像的配准,具有一定的实用价值,但该算法存在配准时间较长的问题,后续将对此进行研究和改进。

参 考 文 献

- [1] Wu K J, Feng Y T, Yu G B, *et al.* Development of an imaging gas correlation spectrometry based mid-infrared camera for two-dimensional mapping of CO in vehicle exhausts [J]. *Optics Express*, 2018, 26 (7): 8239-8251.
- [2] Li Q, Zhou G Z, Xiao T Q. Research on high accuracy registration of dual energy CT images in synchrotron radiation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(4): 0411003.
李巧,周光照,肖体乔.同步辐射双能CT图像的高精度配准研究[J].*光学学报*, 2016, 36(4): 0411003.

- [3] Jin J J, Lu W L, Guo X T, *et al.* Position registration method of simultaneous phase-shifting interferograms based on SURF and RANSAC algorithms[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(10): 1012002.
靳京京,卢文龙,郭小庭,等.基于SURF和RANSAC算法的同步相移干涉图位置配准方法[J].*光学学报*, 2017, 37(10): 1012002.
- [4] Yang S, Xia M H, Zheng Z S. Medical image registration algorithm based on polynomial deterministic matrix and SIFT transform [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(8): 081002.
杨飒,夏明华,郑志硕.基于多项式确定性矩阵的SIFT医学图像配准算法[J].*激光与光电子学进展*, 2016, 53(8): 081002.
- [5] Chen X Y. Image registration technique and MATLAB programming [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009:144-147.
陈显毅.图像配准技术及其MATLAB编程实现[M].北京:电子工业出版社,2009:144-147.
- [6] Liu X C, Zhong T, Yu Q F, *et al.* Multi-modal image registration based on local frequency information using modified simplex-simulated annealing algorithm [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(6): 0615002.

- 刘晓春, 钟涛, 于起峰, 等. 基于局部频率信息和单纯型-模拟退火的异源图像配准[J]. 光学学报, 2013, 33(6): 0615002.
- [7] Qiao Y L, Zhao Y M, Zhang C L, *et al.* Terahertz/visible dual-band image registration based on hybrid Powell algorithm[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(2): 0211005.
乔玉龙, 赵源萌, 张存林, 等. 基于混合 Powell 法的太赫兹/可见光双波段图像配准[J]. 光学学报, 2015, 35(2): 0211005.
- [8] Bai L F, Han J, Zhang Y, *et al.* Registration algorithm of infrared and visible images based on improved gradient normalized mutual information and particle swarm optimization[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(1): 248-254.
柏连发, 韩静, 张毅, 等. 采用改进梯度互信息和粒子群优化算法的红外与可见光图像配准算法[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(1): 248-254.
- [9] Li Y J, Zhang J J, Chang B K, *et al.* Remote multiband infrared image fusion system and registration method [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(5): 0526002.
李英杰, 张俊举, 常本康, 等. 远距离多波段红外图像融合系统及配准方法[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(5): 0526002.
- [10] Du S L, Yang B, Wang M, *et al.* Stellar image registration based on mutual information in object area[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2016, 24(2): 406-412.
- 杜斯亮, 杨博, 王密, 等. 采用目标区域互信息的星空图像配准[J]. 光学精密工程, 2016, 24(2): 406-412.
- [11] Zhao L Y, Lü B Y, Li X R, *et al.* Multi-source remote sensing image registration based on scale-invariant feature transform and optimization of regional mutual information[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(12): 124204.
赵辽英, 吕步云, 厉小润, 等. 基于尺度不变特征变换和区域互信息优化的多源遥感图像配准[J]. 物理学报, 2015, 64(12): 124204.
- [12] Liu J, Li Y, Wang W B, *et al.* Automatic, high-accuracy image registration in confocal microscopy [J]. *Applied Optics*, 2017, 56(32): 8924-8930.
- [13] Daly A, Yazid H, Essoukri Ben Amara N, *et al.* Multimodal image registration using multiresolution genetic optimization[C]// *International Conference on Sciences of Electronics, Technologies of Information and Telecommunications (SETIT)*, 2016: 557-562.
- [14] Srinivas M, Patnaik L M. Adaptive probabilities of crossover and mutation in genetic algorithms [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1994, 24(4): 656-667.
- [15] Wang J, Yang J J. Adaptive mutation probabilities in genetic algorithms with local search ability [J]. *Journal of Beijing University of Chemical Technology*, 2003, 30(6): 80-83.
王晶, 杨建军. 具有局部搜索能力的自适应变异遗传算法[J]. 北京化工大学学报, 2003, 30(6): 80-83.