

# 基于量子反馈保护量子比特的相干性

王国友<sup>1</sup>, 郭有能<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>湖南工业大学理学院, 湖南 株洲 412007;

<sup>2</sup>长沙学院电子与通信工程系, 湖南 长沙 410022

**摘要** 通过采用直接的量子反馈方法控制量子比特的量子相干性,研究了与单模腔相互作用的量子比特的量子相干性的动力学演化。利用  $l_1$  范数相干性和量子相对熵相干性描述量子系统的相干性,分析了量子反馈和外部驱动对系统相干性演化的影响。研究表明,两种相干性表现出相同的动力学特性,量子反馈减慢了量子相干性的衰减,在一定程度上保护了量子相干性。若考虑外部驱动,在强驱动下,长时极限的稳态的量子相干性为零,而在非强驱动下相干性达到一个不变的最大值。

**关键词** 量子光学; 量子反馈; 量子相干性;  $l_1$  范数相干性; 量子相对熵相干性

**中图分类号** O431.2 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP55.102702

## Protection of Quantum Coherence of Qubit Based on Quantum Feedback

Wang Guoyou<sup>1</sup>, Guo Youneng<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> School of Science, Hunan University of Technology, Zhuzhou, Hunan 412007, China;

<sup>2</sup> Department of Electronic and Communication Engineering, Changsha University, Changsha, Hunan 410022, China

**Abstract** Based on the direct quantum feedback method for controlling the quantum coherence of a qubit, the dynamical evolution of the quantum coherence of a qubit which interacts with a single mode cavity is investigated. By using the  $l_1$  norm of coherence and the relative entropy of coherence to quantify the quantum coherence, the effects of the quantum feedback and the external driving on the evolution of the quantum coherence are analyzed. The research results show that, the dynamical characteristics of these two types of coherences are the same. The quantum feedback slows the decay of the quantum coherence and plays a certain protective role. When the external driving is considered, the coherence of the steady state in the long limit becomes zero under the strong-driving condition, while the quantum coherence reaches a stable maximum value under the non-strong-driving condition.

**Key words** quantum optics; quantum feedback; quantum coherence;  $l_1$  norm of coherence; quantum relative entropy of coherence

**OCIS codes** 270.5580; 270.5585

## 1 引言

量子相干性是量子系统的基本特性之一,在经典力学不能实现的操作或任务中,量子相干性担当着核心的角色。相干性是量子系统的非经典行为(如量子纠缠<sup>[1-6]</sup>)存在的前提。量子相干作为量子源引起了研究者的广泛关注<sup>[7-16]</sup>。许多函数被用于量化量子相干性,如相对熵<sup>[7]</sup>、保真度<sup>[8]</sup>、迹距离<sup>[9]</sup>、量子关联<sup>[10-11]</sup>及偏斜信息<sup>[12-13]</sup>等。Baumgratz等<sup>[7]</sup>指出,量子态的量子相干性的有效度量应该满足以

下要求:1)相干性应该是非负的,当且仅当非相干态的取值为0;2)在非相干完全正定和保迹操作下是非增大的,或在非相干选择测量下是单调减小的;3)相干性应是凸性的,即在量子态的混合下相干性是收缩的。基于这些条件,Baumgratz等<sup>[7]</sup>提出了两种相干性度量: $l_1$ 范数相干性和量子相对熵相干性。这两种度量直观且易于计算,得到了许多研究者的认可。

每个现实的系统都不可避免地与环境接触并相互作用。在噪声环境的作用下,相干性与别的量子

收稿日期:2018-04-18;修回日期:2018-04-27;录用日期:2018-05-09

基金项目:国家自然科学基金(11275064)、湖南省自然科学基金(2016JJ2045)、湖南省教育厅科研项目(16C0469)

\* E-mail: guoxuyan2007@163.com

资源一样脆弱,可能发生退相干。许多抑制退相干的方法被提出,如动力学退耦、免退相干子空间、库工程等。这些方法在量子信息处理和量子计算任务中起到了至关重要的作用。通过将测量获取的信息反馈给控制系统来直接操控系统的量子反馈方法被认为是抑制退相干的基本方法之一。受单个量子比特的量子反馈控制实验<sup>[17-22]</sup>和量子反馈可提高参数估计精度<sup>[23]</sup>的启发,本文使用量子反馈方法(只考虑完美的探测效率)保护一个耗散量子比特的相干性。研究表明,量子比特的  $l_1$  范数相干性和量子相对熵相干性的动力学演化表现出相同的特性。在长时极限下,量子反馈减慢了量子相干性的衰减速率,在一定程度上保护了量子相干性;考虑非强驱动,当驱动强度足够大时,长时极限下稳态的相干性达到一个最大值且随着驱动强度的继续增大而保持不变。

## 2 两种量子相干性度量

Baumgratz 等<sup>[7]</sup>提出了基于量子态的密度矩阵非对角元的量子相干性的直观度量,即  $l_1$  范数相干性度量  $C_{l_1}(\rho)$ 。其定义为量子系统的密度矩阵的所有非对角元的绝对值之和,即

$$C_{l_1}(\rho) = \sum_{i,j,i \neq j} |\rho_{ij}|, \quad (1)$$

式中  $\rho_{ij}$  为量子态  $\rho$  的非对角元。 $l_1$  范数相干性度量最直观地体现了量子态的相干性本质,满足相干性度量所有物理上的要求,且易于计算。单量子比特的量子态表示为

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{12}^* & 1 - \rho_{11} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

式中 \* 代表求共轭。

故单量子比特的量子态的  $l_1$  范数相干性度量为

$$C_{l_1}(\rho) = 2 |\rho_{12}|. \quad (3)$$

另一种满足物理条件的相干性度量是量子相对熵相干性度量  $C_R(\rho)$ ,其定义为

$$C_R(\rho) = S(\rho_{\text{diag}}) - S(\rho), \quad (4)$$

式中  $\rho_{\text{diag}}$  为把系统密度算符  $\rho$  中所有非对角元用 0 代替后生成的对角矩阵,  $S(\rho)$  为密度算符  $\rho$  的 von Neumann 熵,即  $S(\rho) = -\text{tr}(\rho \ln \rho)$ ,其中  $\text{tr}$  代表求迹。通过简单计算,可得量子态的量子相对熵相干性度量为

$$C_R(\rho) = \lambda_1 \ln \lambda_1 + \lambda_2 \ln \lambda_2 - \rho_{11} \ln \rho_{11} - (1 - \rho_{11}) \ln (1 - \rho_{11}), \quad (5)$$

式中  $\lambda_i (i=1,2)$  为密度算符  $\rho$  的本征值,且  $\lambda_i = 1/2[1 \pm \sqrt{1+4(\rho_{11}^2 + |\rho_{12}|^2 - \rho_{11})}]$ 。

## 3 模型和理论

Jaynes-Cummings 模型是一个关于二能级原子与量子光场相互作用的最基本、最典型的量子模型。采用 Jaynes-Cummings 模型,考虑一个量子比特与一个单模腔的共振作用系统<sup>[2,5,24-26]</sup>,如图 1 所示。其相互作用强度为  $g$ ,腔模  $b$  的衰减率为  $\kappa$ ,基态为  $|g\rangle$  的量子比特的激发态  $|e\rangle$  的自发辐射率为  $\gamma_0$ 。当未考虑对系统的反馈作用时,整个系统的时间演化满足 Lindblad 主方程<sup>[23]</sup>(约化普朗克常量  $\hbar=1$ ):

$$\frac{d\rho}{dt} = -i[H, \rho] + \kappa L[b]\rho + \gamma_0 L[\sigma_-]\rho, \quad (6)$$

式中  $t$  为时间; $\sigma_-$  为量子比特的降算符; $L$  为超算符,其定义为  $L[a]\rho = a\rho a^\dagger - 1/2(a^\dagger a\rho + \rho a^\dagger a)$ ,其中  $a$  为湮灭算符, $a^\dagger$  为  $a$  的厄米共轭算符; $H$  为哈密顿量,其表达式为

$$H = \frac{\Omega}{2} \sigma_x + g(\sigma_+ b + \sigma_- b^\dagger), \quad (7)$$

式中  $\Omega$  为经典驱动场的强度; $\sigma_x$  为泡利算符,其表达式为  $\sigma_x = \sigma_+ + \sigma_-$ ,其中  $\sigma_+$  为量子比特的升算符; $b^\dagger$  为  $b$  的厄米共轭算符。

假设腔模的衰减率比系统其他有关的频率大得多,腔模可被绝热消除,得到量子比特的有效衰减率  $\gamma = g^2/\kappa$ <sup>[1,23]</sup>。为简单起见,只考虑量子比特的自发辐射可忽略的情形( $\gamma \gg \gamma_0$ )。

考虑直接的量子反馈控制,即当来自腔输出的光子被探测器 D 测到后,立即对量子比特系统执行一个么正变换作为反馈<sup>[2]</sup>。反馈哈密顿量  $H_{fb} = I(t)B$  正比于测量信号  $I(t)$ ,其相应的反馈算符为  $U = \exp(-iB\delta t)$ <sup>[2,23]</sup>,其中  $B$  为相应  $I(t)$  的反馈哈密顿量。对于基于光探测测量的反馈方案,量子比特的密度矩阵<sup>[2,23-24]</sup>满足

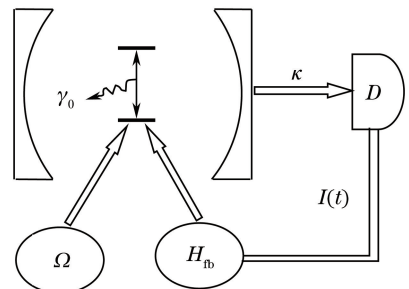


图 1 量子反馈示意图

Fig. 1 Schematic of quantum feedback

$$\frac{d\rho}{dt} = -i\frac{\Omega}{2}[\sigma_x, \rho] + \gamma L[U\sigma_-]\rho, \quad (8)$$

式中  $L[U\sigma_-]\rho = U\sigma_- \rho \sigma_+ U^+ - \frac{1}{2}(\sigma_+ \sigma_- \rho - \rho \sigma_+ \sigma_-)$ , 其中  $U^+$  为  $U$  的厄米共轭。反馈  $U\sigma_- \rho \sigma_+ U^+$  可理解为利用  $\sigma_- \rho \sigma_+$  描述一个探测事件, 探测事件发生后, 么正演化算符  $U$  立刻应用到系统上并持续作用有限时间  $\delta t$ <sup>[2,23-25]</sup>。采用文献[23]中的方法, 别的相关参数用  $\delta t$  标度, 如  $t$  或  $\gamma$  分别表示  $t/\delta t$  或  $\gamma\delta t$ , 并令  $\delta t=1$ 。一般形式的反馈算符可分解为泡利算符, 对原子的反馈哈密顿量通常选择泡利算符或其线性叠加。考虑到实验的限制, 选择反馈算符<sup>[23,25]</sup> 为

$$U = \exp(i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r}) = I \cos r + i(\sigma_x \sin a + \sigma_y \cos a) \sin r, \quad (9)$$

式中  $I$  为  $2 \times 2$  的单位算符;  $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$  为泡利算符矢量, 其中  $\sigma_y$  为泡利算符的  $y$  方向分量,  $\sigma_z$  为泡利算符的  $z$  方向分量;  $\mathbf{r}$  为反馈参数矢量,  $\mathbf{r} = (r \sin a, r \cos a, 0)$ , 其中  $r$  为矢量  $\mathbf{r}$  的模。故反馈算符由  $r$  和  $a$  描述<sup>[23,25]</sup>。在图 1 中,  $r$  和  $a$  包括在  $H_{fb}$  中, 通过调节  $r$  和  $a$  的值, 实现不同的反馈操作。在实验上, 可以理解为将态矢量绕着布洛赫球的  $x, y, z$  轴旋转某个特定的角度,  $r$  及  $a$  与旋转的角度有关。

考虑外部驱动场的作用时, 计算较复杂, 且无解析解; 考察量子反馈对相干性的影响, 故主要讨论无外部驱动场作用 ( $\Omega=0$ ) 时量子反馈对量子相干性的影响。

根据(8)式, 阻尼衰减可以看作一个量子通道。对一个等权重的初始态  $|\psi(0)\rangle = \cos \theta |e\rangle + \sin \theta |g\rangle$ ,  $\theta = \pi/4$ , 在没有反馈 ( $r = \pi$ ) 的情况下, 量子比特的密度矩阵为

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{11}(t) & \rho_{12}(t) \\ \rho_{12}^*(t) & 1 - \rho_{11}(t) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

式中

$$\rho_{11}(t) = \exp(-\gamma t) / 2, \rho_{12}(t) = \exp(-\gamma t / 2) / 2. \quad (11)$$

利用(3)式和(5)式, 求得量子比特的  $l_1$  范数相干性和量子相对熵相干性的表达式分别为

$$C_{l_1}(\rho) = 2 |\rho_{12}(t)| = \exp(-\gamma t / 2), \quad (12)$$

$$C_R(\rho) = \frac{1 + \mu(t)}{2} \text{lb} \frac{1 + \mu(t)}{2} + \frac{1 - \mu(t)}{2} \text{lb} \frac{1 - \mu(t)}{2} - \frac{1 + \nu(t)}{2} \text{lb} \frac{1 + \nu(t)}{2} - \frac{1 - \nu(t)}{2} \text{lb} \frac{1 - \nu(t)}{2}, \quad (13)$$

式中参量  $\mu(t) = [1 + \exp(-2\gamma t) - \exp(-\gamma t)]^{1/2}$ ,

$\nu(t) = 1 - \exp(-\gamma t)$ 。当  $t \rightarrow \infty$  时, 量子相干性的渐近值为 0。

在长时极限下, 反馈参数  $a$  几乎不影响系统的本征值, 故  $a=0$  在考虑反馈的讨论中是一个很好的近似<sup>[23]</sup>。考虑反馈 ( $r \neq \pi$ ) 且无外部驱动场作用 ( $\Omega=0$ ) 时, 通过计算得到(10)式中的密度矩阵元为

$$\rho_{11}(t) = \exp(-\gamma t \cos^2 r) / 2, \rho_{12}(t) = \{1 + \tan(2r)\{1 - \exp[-\gamma t \cos(2r)/2]\}\} \times \exp(-\gamma t / 2) / 2. \quad (14)$$

根据(3)式和(5)式, 求得反馈影响下量子比特的  $l_1$  范数相干性和量子相对熵相干性的解析式分别为

$$C_{l_1}(\rho) = | \{1 + \tan(2r)\{1 - \exp[-\gamma t \cos(2r)/2]\}\} \exp(-\gamma t / 2) |, \quad (15)$$

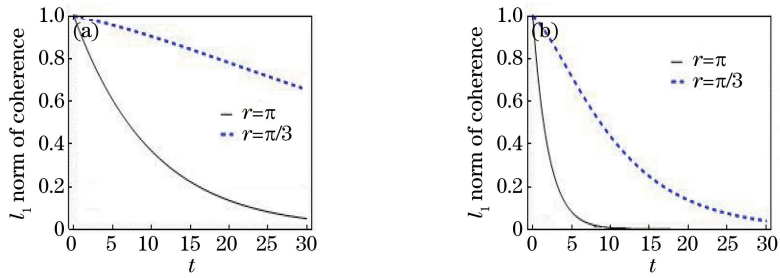
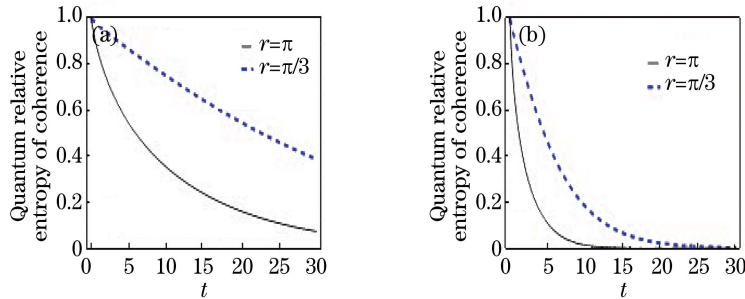
$$C_R(\rho) = \frac{1 + \zeta(t)}{2} \text{lb} \frac{1 + \zeta(t)}{2} + \frac{1 - \zeta(t)}{2} \text{lb} \frac{1 - \zeta(t)}{2} - \frac{1 + \xi(t)}{2} \text{lb} \frac{1 + \xi(t)}{2} - \frac{1 - \xi(t)}{2} \text{lb} \frac{1 - \xi(t)}{2}, \quad (16)$$

式中参量  $\zeta(t) = \{1 + \exp(-2\gamma t \cos^2 r) + \{1 + \tan(2r)\} \times \{1 - \exp[-\gamma t \cos(2r)/2]\}\}^2 \exp(-\gamma t) - 2 \exp(-\gamma t \cos^2 r)\}^{1/2}$ ,  $\xi(t) = 1 - \exp(-\gamma t \cos^2 r)$ 。

图 2 所示为量子比特的  $l_1$  范数相干性随时间的演化, 可以看出, 当量子反馈不存在 ( $r = \pi$ ) 时, 量子比特的  $l_1$  范数相干性随时间呈指数减小, 最后衰减为零; 当存在量子反馈 ( $r = \pi/3$ ) 时,  $l_1$  范数相干性衰减得更缓慢。这是因为通过量子反馈及时修正了系统的哈密顿, 从量子系统流出的信息得到了一定的补偿, 噪声被抑制, 这有力地说明利用量子反馈可以保护量子相干性。图 2(a)、(b) 对比结果表明, 随着有效衰减率的增大, 量子相干性降低, 衰减得更快。在长时极限下,  $l_1$  范数相干性均衰减为 0。

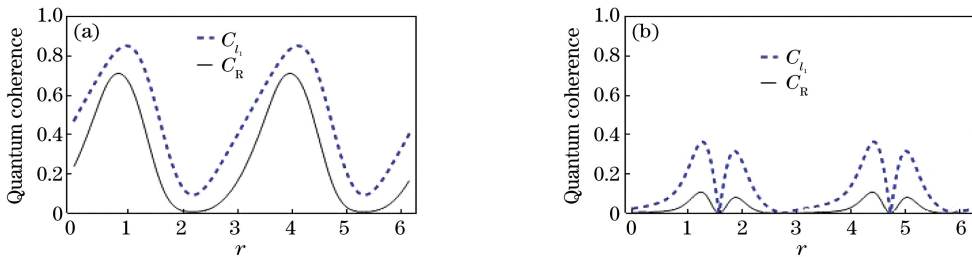
图 3 所示为量子比特的量子相对熵相干性随时间的演化, 可以看出, 当未考虑量子反馈 ( $r = \pi$ ) 时, 量子相对熵相干性随时间的增长呈指数减少, 最后衰减为零; 当考虑量子反馈 ( $r = \pi/3$ ) 时, 量子相对熵相干性的衰减明显减慢。这说明量子相干性在反馈的影响下可以持续更长的时间。图 3(a)、(b) 对比结果表明, 随着有效衰减率的增大, 量子相干性减小, 衰减得更快。在长时极限下, 量子相对熵相干性均为 0。

当  $a=0, t=15$  时, 两种量子相干性随反馈参数  $r$  的变化如图 4(a)、(b) 所示, 可以看出, 两种相干性度量随反馈参数  $r$  的变化有类似的振荡特性; 有效

图 2  $l_1$  范数相干性随时间的演化。(a)  $\gamma=0.1$ ;(b)  $\gamma=0.5$ Fig. 2 Time evolution of  $l_1$  norm of coherence. (a)  $\gamma=0.1$ ; (b)  $\gamma=0.5$ 图 3 量子相对熵相干性随时间的演化。(a)  $\gamma=0.1$ ;(b)  $\gamma=0.5$ Fig. 3 Time evolution of quantum relative entropy of coherence. (a)  $\gamma=0.1$ ; (b)  $\gamma=0.5$ 

衰减率越大,振荡幅度越小;相干性是关于参数  $r$  的周期为  $\pi$  的周期函数。故可在  $0 \sim \pi$  间调节反馈强度以便达到最优的量子相干性。当有效衰减率较小

( $\gamma=0.1$ )时,如图 4(a)所示, $l_1$  范数相干性未出现为零的点,这说明反馈作用下的  $l_1$  范数相干性比相对熵相干性更稳健。

图 4 当  $t=15, a=0$  时,量子相干性随反馈参数  $r$  的变化。(a)  $\gamma=0.1$ ;(b)  $\gamma=0.5$ Fig. 4 Quantum coherence versus feedback parameter  $r$  at  $t=15$  and  $a=0$ . (a)  $\gamma=0.1$ ; (b)  $\gamma=0.5$ 

若考虑外部驱动( $\Omega \neq 0$ )的影响,量子比特在任意时间的密度矩阵元均不能得到解析解,但可求得长时极限下的非零稳态的矩阵元为

$$\rho_{11}^s = \Omega^2 / M, \rho_{12}^s = \Omega [\Omega \sin(2r) \cos(a) - i\gamma \cos^2 r] / M, \quad (17)$$

式中参量  $M = \Omega\gamma \sin(2r) \sin a + \gamma^2 \cos^2 r + 2\Omega^2$ 。当强驱动即  $\Omega$  远大于其他参数时,矩阵元变为  $\rho_{11}^s = 1/2, \rho_{12}^s = 0$ ,则两种相干性变为 0。若考虑弱驱动强度且设反馈参数  $r = \pi/3$ ,则(17)式中的矩阵元约化为  $\rho_{11}^s = 2\Omega^2 / (4\Omega^2 + \gamma^2/2), \rho_{12}^s = \Omega(\sqrt{3}\Omega - i\gamma/2) / (4\Omega^2 + \gamma^2/2)$ 。利用(3)式和(5)式求得长时极限下稳态的  $l_1$  范数相干性(相对熵相干性也有类似的特性)为  $C_{l_1}^s =$

$\Omega \sqrt{3\Omega^2 + \gamma^2/4} / (4\Omega^2 + \gamma^2/2)$ 。故当无驱动时稳态的相干性为 0。图 5 所示为  $r = \pi/3$  时稳态的  $l_1$  范数相干性随驱动强度  $\Omega$  的变化情况。可以看出,在相对较小的驱动时,随着驱动强度的增大,稳态的相干性增大;当驱动强度足够大时,相干性保持在一个最大的稳定值( $\sqrt{3}/4$ ),且有效衰减率越大,达到相干性最大稳定值所需要的驱动强度越大。这说明大的驱动强度减弱了量子比特与环境之间的信息交换,抑制了更多的信息流向环境。故在量子信息处理需要一个相干性较大的稳态时,应该考虑合适的有效衰减率、反馈参数和驱动强度。

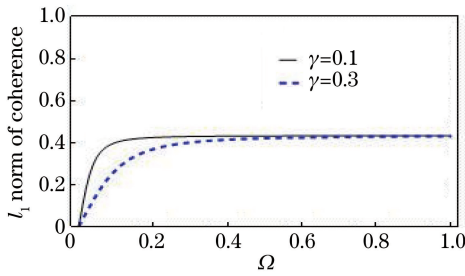


图5 稳态的  $l_1$  范数相干性随驱动强度  $\Omega$  的变化

Fig. 5  $l_1$  norm of coherence at steady state versus driving strength  $\Omega$

## 4 结 论

研究了与单模腔相互作用的量子比特的量子相干性的动力学演化。分别利用  $l_1$  范数相干性和量子相对熵相干性来描述量子比特系统的相干性,讨论了量子反馈和外部驱动对量子比特系统的相干性演化特性的影响。研究结果表明,两种相干性表现出了类似的动力学特性。当只有量子反馈存在时,量子相干性的衰减速率减小,这在一定程度上保护了量子相干性;量子相干性是关于反馈参数  $r$  的周期为  $\pi$  的周期函数。当外部驱动和反馈都存在时,在强驱动机制下长时极限的稳态的相干性为零;在弱驱动机制里,驱动强度足够大时,稳态的相干性达到一个随驱动强度的增大而保持不变的极大值。量子比特的有效衰减率越大,达到相干性最大稳定值的驱动强度也越大。故在量子信息处理中应该综合考虑有效衰减率、反馈参数和驱动强度,以得到相干性较大的稳态。量子反馈控制被认为是处理退相干等问题时很有潜力的方法之一。在实验上,综合考虑有效衰减率、反馈参数和驱动强度,探索零拍测量方案和探测效率对量子相干性的影响是一个值得深入研究的课题。

## 参 考 文 献

- [1] Wang J, Wiseman H M, Milburn G J. Dynamical creation of entanglement by homodyne-mediated feedback [J]. *Physical Review A*, 2005, 71(4): 042309.
- [2] Carvalho A R R, Reid A J S, Hope J J. Controlling entanglement by direct quantum feedback [J]. *Physical Review A*, 2008, 78(1): 012334.
- [3] Li Y, Luo B, Guo H. Entanglement and quantum discord dynamics of two atoms under practical feedback control [J]. *Physical Review A*, 2011, 84(1): 012316.
- [4] Yang X L, Sun T, Zhang B, *et al.* Classical-field-

assisted three-atom quantum entanglement dynamics [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(12): 1227001.

杨秀丽, 孙童, 张博, 等. 经典场辅助下的三原子量子纠缠动力学 [J]. *光学学报*, 2016, 36(12): 1227001.

- [5] Qiu C D, Lu D M. Entanglement characteristics in two-dimensional coupled cavity systems [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(5): 0527001.
- 邱昌东, 卢道明. 两维耦合腔系统中的纠缠特性 [J]. *光学学报*, 2016, 36(5): 0527001.
- [6] Yan L. Evolution property of entanglement between two subsystems [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(3): 032701.
- 闫丽. 两子系统间纠缠演化特性 [J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(3): 032701.
- [7] Baumgratz T, Cramer M, Plenio M B. Quantifying coherence [J]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(14): 140401.
- [8] Shao L H, Xi Z J, Fan H, *et al.* Fidelity and trace-norm distances for quantifying coherence [J]. *Physical Review A*, 2015, 91(4): 042120.
- [9] Rana S, Parashar P, Lewenstein M. Trace-distance measure of coherence [J]. *Physical Review A*, 2016, 93(1): 012110.
- [10] Streltsov A, Singh U, Dhar H S, *et al.* Measuring quantum coherence with entanglement [J]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(2): 020403.
- [11] Ma J, Yadin B, Girolami D, *et al.* Converting coherence to quantum correlations [J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(16): 160407.
- [12] Girolami D. Observable measure of quantum coherence in finite dimensional systems [J]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(17): 170401.
- [13] Pires D P, Céleri L C, Soares-Pinto D O. Geometric lower bound for a quantum coherence measure [J]. *Physical Review A*, 2015, 91(4): 042330.
- [14] Winter A, Yang D. Operational resource theory of coherence [J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(12): 120404.
- [15] Singh U, Bera M N, Dhar H S, *et al.* Maximally coherent mixed states: Complementarity between maximal coherence and mixedness [J]. *Physical Review A*, 2015, 91(5): 052115.
- [16] Chitambar E, Streltsov A, Rana S, *et al.* Assisted distillation of quantum coherence [J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(7): 070402.
- [17] Wiseman H M, Milburn G J. Quantum theory of

- optical feedback via homodyne detection[J]. *Physical Review Letters*, 1993, 70(5): 548-551.
- [18] Wiseman H M. Quantum theory of continuous feedback [J]. *Physical Review A*, 1994, 49 (3): 2133-2150.
- [19] Wiseman H M. Adaptive phase measurements of optical modes: Going beyond the marginal  $Q$  distribution [J]. *Physical Review Letters*, 1995, 75(25): 4587-4590.
- [20] Geremia J M, Stockton J K, Mabuchi H. Real-time quantum feedback control of atomic spin-squeezing[J]. *Science*, 2004, 304(5668): 270-273.
- [21] Reiner J E, Smith W P, Orozco L A, *et al.* Quantum feedback in a weakly driven cavity QED system [J]. *Physical Review A*, 2004, 70 (2): 023819.
- [22] Bushev P, Rotter D, Wilson A, *et al.* Feedback cooling of a single trapped ion [J]. *Physical Review Letters*, 2006, 96(4): 043003.
- [23] Zheng Q, Ge L, Yao Y, *et al.* Enhancing parameter precision of optimal quantum estimation by direct quantum feedback [J]. *Physical Review A*, 2015, 91(3): 033805.
- [24] Wang L C, Huang X L, Yi X X. Effect of feedback on the control of a two-level dissipative quantum system [J]. *Physical Review A*, 2008, 78 (5): 052112.
- [25] Sun H Y, Shu P L, Li C, *et al.* Feedback control on geometric phase in dissipative two-level systems [J]. *Physical Review A*, 2009, 79(2): 022119.
- [26] Liao Q H, Xu J, Yan Q R, *et al.* Control of entanglement and entropy squeezing of the atom driven by a classical field interacting with field under the dressed-state representation [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2015, 42(5): 0518001.
- 廖庆洪, 许娟, 鄢秋荣, 等. 缀饰态表象下驱动原子和场相互作用系统的纠缠和熵压缩调控 [J]. *中国激光*, 2015, 42(5): 0518001.