

非旋波近似下 Tavis-Cummings 模型的纠缠特性

刘雪莹**, 任学藻*, 徐玉虎

西南科技大学理学院, 四川 绵阳 621010

摘要 采用相干态正交化法研究了非旋波近似下 Tavis-Cummings(TC)模型中两非全同量子比特间的纠缠动力学问题,分析了同一耦合强度下不同跃迁频率的量子比特和光场对两量子比特间纠缠演化的影响。研究表明,在弱耦合情况下,当其中一个量子比特的跃迁频率与光场频率相同而另一个量子比特的跃迁频率与光场频率对称失谐时,量子比特间的纠缠完全相同;当耦合强度较大时,两对称失谐情况下的量子比特间的纠缠演化由于非旋波项的作用不再完全相同。

关键词 量子光学; 量子纠缠; 相干态正交化法; Tavis-Cummings 模型

中图分类号 O431.2

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.102701

Entanglement Properties of Tavis-Cummings Model Without Rotating Wave Approximation

Liu Xueying**, Ren Xuezhao*, Xu Yuhu

School of Science, Southwest University of Science and Technology, Mianyang, Sichuan 621010, China

Abstract The entanglement dynamics problem between two non-identical qubits in the Tavis-Cummings model without rotating wave approximation is discussed by the extended coherent state (ECS) method. The effects of the qubits with different transition frequencies but with a same coupling strength and the optical fields on the entanglement evolution between two qubits are investigated. The research results show that, in the case of the weak coupling, the entanglement evolution between two qubits is the same when the transition frequency of one qubit is identical to the optical field frequency but the transition frequency of another qubit is symmetric detuning from the optical field frequency. In contrast, in the case of the strong coupling, the entanglement evolution between two qubits is no longer same under the cases of two symmetric detuning due to the effect of the non-rotating wave term.

Key words quantum optics; quantum entanglement; extended coherent state (ECS) method; Tavis-Cummings model

OCIS codes 270.4180; 270.5585; 020.4180

1 引言

Rabi 模型是经典的描述原子与光场相互作用的模型之一^[1],关于纠缠行为的研究对实验上制备纠缠态具有重要的参考意义^[2]。近年来,实验上提供的光谱清晰表明,Johsephson 电荷量子比特-离子阱系统与腔-原子系统非常相似^[3],但其耦合强度要比腔-原子系统的大几个数量级。对于实现量子 Rabi 模型的电路量子电动力学系统(如超导量子比特与一维传输线共振器或谐振电路系统等)^[3-6],其

超导量子比特-振子的耦合强度也较大。对于处于强(或超强)耦合区的系统,反旋波效应起了不可忽视的作用。因此,研究非旋波近似下的 Rabi 模型有重要的意义。

相干态正交化展开法^[7-9]、零级近似法^[10-11]相继被应用于 Rabi 模型的理论计算中。He 等^[12]对非旋波近似下的 Rabi 模型进行了一阶修正,使其能在深强耦合区有近似解析解。徐玉虎等^[13]选取量子比特的初态为 Bell 态,光场初态为真空态,利用相干态正交化法研究了 Tavis-Cummings(TC)模型的

收稿日期: 2018-04-17; 修回日期: 2018-04-23; 录用日期: 2018-04-27

基金项目: 波谱与原子物理国家重点实验室项目(T151405)、四川省自然科学基金(13ZA0168)

* E-mail: rxz63@sohu.com; ** E-mail: xiyun_666@foxmail.com

一些纠缠特性, 研究表明, 在弱耦合情况下, 当两全同量子比特的跃迁频率与光场频率的差值相同时, 其纠缠演化基本相同。

本文在文献[13]的基础上, 选取同样的初态, 采用相干态正交化展开法^[14], 分析了非旋波近似下 TC 模型中同一耦合强度下不同跃迁频率的量子比特和光场对两非全同量子比特间的纠缠演化的影响; 对比了旋波近似下同样参数取值时两非全同量子比特间的纠缠图样, 突出了非旋波项在强耦合时的作用。

2 模型

选取与文献[13]中相同的模型, 其哈密顿量为

$$H = \omega_0 a^+ a + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \omega_i \sigma_{zi} + \sum_{i=1}^2 g_i (a + a^+) \sigma_{xi}, \quad (1)$$

式中 ω_0 为光场频率; ω_1, ω_2 分别为两量子比特的本征跃迁频率; g_1, g_2 分别为两量子比特与光场的耦合系数; a^+, a 分别为光子的产生和湮灭算符; σ_{zi}, σ_{xi} 均为泡利算符, 可由量子比特的基态 $|g\rangle_i$ 和激发态 $|e\rangle_i$ ($i=1, 2$) 给出。

为了计算方便, 用幺正算符 $V = \exp\left(\frac{i\pi}{4} \sum_{i=1}^2 \sigma_{yi}\right)$ 对(1)式中的哈密顿量进行坐标旋转变换^[11], 幺正算符 V 的作用相当于作如下变换:

$$\begin{cases} |e\rangle_i = \frac{\sqrt{2}}{2} (|E\rangle_i - |G\rangle_i) \\ |g\rangle_i = \frac{\sqrt{2}}{2} (|E\rangle_i + |G\rangle_i) \end{cases}, \quad (2)$$

式中 $|E\rangle_i$ 和 $|G\rangle_i$ 分别由基态 $|g\rangle_i$ 和激发态 $|e\rangle_i$ 经幺正算符 V 作用得到。

故哈密顿量变为

$$H = \omega_0 a^+ a - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \omega_i \sigma_{xi} + \sum_{i=1}^2 g_i (a + a^+) \sigma_{zi}. \quad (3)$$

考虑到宇称算符 $\Pi = \prod_{i=1}^2 \sigma_{xi} \exp(i\pi a^+ a)$ 与哈密顿量 H 对易, 则宇称也是该系统中的一个守恒量, 因此, 该系统可分为奇宇称和偶宇称两个无穷维的子空间。故文献[13]中的定态波函数为

$$|\rangle = \sum_{n=0}^N [a_n |n\rangle_A |E_1 E_2\rangle + b_n |n\rangle_B |E_1 G_2\rangle + c_n |n\rangle_C |G_1 E_2\rangle + d_n |n\rangle_D |G_1 G_2\rangle]. \quad (4)$$

(4)式也是宇称算符的本征态, 即 $\Pi |\rangle = \kappa |\rangle$, 本征值 $\kappa = 1, -1$ ($\kappa = 1$ 为偶宇称, $\kappa = -1$ 为奇宇称), 存在

$$\begin{cases} d_n = \kappa (-1)^n a_n \\ c_n = \kappa (-1)^n b_n \end{cases}, \quad (5)$$

式中 Fock 态中粒子数 $n = 0, 1, 2, \dots, N$, N 为理论极限值; a_n, b_n, c_n, d_n 为待定系数; $|n\rangle_A, |n\rangle_B, |n\rangle_C, |n\rangle_D$ 为平移后的 Fock 态; A, B, C, D 为新的湮灭算符。

将(4)、(5)式代入定态薛定谔方程, 并考虑平移 Fock 态的复共轭的作用, 可得

$$\begin{cases} \left(\omega_0 m - \frac{g_+^2}{\omega_0}\right) a_m + \sum_n \Omega_{1, mn} b_n = E a_m \\ \left(\omega_0 m - \frac{g_-^2}{\omega_0}\right) b_m + \sum_n \Omega_{2, mn} a_n = E b_m \end{cases}, \quad (6)$$

式中 m 为 Fock 态中的粒子数, $m = 0, 1, 2, \dots, N$; a_m 和 b_m 为待定系数, 当 $m = n$ 时, $a_m (b_m) = a_n (b_n)$; $g_+ = g_1 + g_2, g_- = g_1 - g_2$; 非对角元 $\Omega_{1, mn}$ 和 $\Omega_{2, mn}$ 描述不同平移 fock 态间的跃迁。解(6)式可得到奇偶两个宇称空间内的能谱 $\{E_n^\kappa\}$ 及展开系数 $\{a_n^\kappa, b_n^\kappa\}$ 。

$$\begin{cases} \Omega_{1, mn} = -\frac{\omega_2}{2} {}_A \langle m | n \rangle_B - \frac{\omega_1}{2} (-1)^n \kappa_A \langle m | n \rangle_C \\ \Omega_{2, mn} = -\frac{\omega_2}{2} {}_B \langle m | n \rangle_A - \frac{\omega_1}{2} (-1)^n \kappa_B \langle m | n \rangle_D \end{cases}, \quad (7)$$

$$\begin{cases} {}_A \langle m | n \rangle_B = {}_C \langle m | n \rangle_D = (-1)^m D_{mn} \left(-\frac{2g_2}{\omega_0}\right) \\ {}_A \langle m | n \rangle_C = {}_B \langle m | n \rangle_D = (-1)^m D_{mn} \left(-\frac{2g_1}{\omega_0}\right) \end{cases}, \quad (8)$$

$$\begin{cases} D_{mn}(x) = \sum_{i=0}^{\min[m, n]} \frac{\sqrt{m! n!}}{i! (m-i)! (n-i)!} (-1)^{-i} x^{m+n-2i} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \\ A = a + \frac{g_+}{\omega_0}, B = a + \frac{g_-}{\omega_0}, C = a - \frac{g_-}{\omega_0}, D = a - \frac{g_+}{\omega_0} \end{cases}. \quad (9)$$

假定初态为

$$|t=0\rangle = \left[\sin\theta \sin\varphi |e_1 e_2\rangle + \frac{\cos\theta}{\sqrt{2}} |e_1 g_2\rangle + \frac{\cos\theta}{\sqrt{2}} |g_1 e_2\rangle + \sin\theta \cos\varphi |g_1 g_2\rangle \right] \otimes |0\rangle, \quad (10)$$

式中 t 为时间; θ 和 φ 均在 $0 \sim 2\pi$ 取值, 不同的取值

对应着不同的初态。将么正算符 $V = \exp\left(\frac{i\pi}{4} \sum_{i=1}^2 \sigma_{yi}\right)$ 作用于(10)式后, 将其按(4)式的能量本征态展开, 得到 $|t=0\rangle = \sum_{j=1}^{4N+4} k_j |j\rangle$ (k_j 为展开系数)。考虑(5)、(6)式, 由 $|t\rangle = \exp(-iHt)|t=0\rangle$ 可得任意时刻的波函数为

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{j=1}^{4N+4} k_j \exp(-iE_j t) \times \sum_{n=0}^N [a_n^j |n\rangle_A |E_1 E_2\rangle + b_n^j |n\rangle_B |E_1 G_2\rangle + c_n^j |n\rangle_C |G_1 E_2\rangle + d_n^j |n\rangle_D |G_1 G_2\rangle], \quad (11)$$

式中展开系数 k_j 为

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{4N+4} k_j a_n^j = \left[\frac{\sin\theta}{2} (\sin\varphi + \cos\varphi) + \frac{\cos\theta}{\sqrt{2}} \right]_A \langle n | 0 \rangle \\ \sum_{j=1}^{4N+4} k_j b_n^j = \frac{\sin\theta}{2} (\cos\varphi - \sin\varphi)_{B \langle n | 0 \rangle} \\ \sum_{j=1}^{4N+4} k_j c_n^j = \frac{\sin\theta}{2} (\cos\varphi - \sin\varphi)_{C \langle n | 0 \rangle} \\ \sum_{j=1}^{4N+4} k_j d_n^j = \left[\frac{\sin\theta}{2} (\sin\varphi + \cos\varphi) - \frac{\cos\theta}{\sqrt{2}} \right]_D \langle n | 0 \rangle \end{cases}, \quad (12)$$

其中

$$\begin{cases} {}_D \langle n | 0 \rangle = (-1)^n {}_A \langle n | 0 \rangle = \\ \quad (-1)^n D_{n0} \left(\frac{g^+}{\omega_0} \right) \\ {}_C \langle n | 0 \rangle = (-1)^n {}_B \langle n | 0 \rangle = \\ \quad (-1)^n D_{n0} \left(\frac{g^-}{\omega_0} \right) \end{cases}. \quad (13)$$

3 数值计算

用共生纠缠度度量两量子比特间的纠缠^[15-16]。当 $\theta=0, \varphi=\pi/4$ 时, 两原子的初态为 Bell 三重态之一。这里取 $N=30$ 。

图 1 描述了弱耦合 ($g_1=g_2=g=0.01$) 时非旋波近似下两非全同量子比特的共生纠缠 C_{12} 随时间的演化, 其中一个量子比特的本征频率与光场频率相同 ($\omega_1=\omega_0=\omega=1$), 而另一个量子比特的本征频率对称失谐, 即 $\omega_2=\omega+|\Delta|$ 与 $\omega_2=\omega-|\Delta|$ (频率差 $|\Delta| \in (0, 1)$) 时的纠缠演化完全相同, 均是初始时刻处于最大纠缠状态, 由于与光场耦合, 两量子比特间的纠缠随着时间的增长而逐渐减小, 达到退纠缠状态后, 又逐渐增大到最大纠缠。整个过程在退

纠缠与最大纠缠之间震荡, 显示出良好的周期性。为了计算简便, 取约化普朗克常数 $\hbar=1, g, t$ 为无量纲量。

仍取 $\omega_1=\omega_0=\omega=1$, 当耦合强度较大 ($g_1=g_2=g=0.2$), ω_2 与 ω 差值的绝对值一定时, 两量子比特间的纠缠图样仅在 ω_2 与 ω 对称小失谐 ($\Delta=\pm 0.1$) 时接近相同, 如图 2(d) 所示; 而 ω_2 与 ω 对称失谐较大时, 两量子比特间的纠缠图样差异明显, 如图 2(a)~(c) 所示。

4 分析与讨论

对非旋波近似下的 TC 模型进行旋波近似, 忽略非旋波项 ($\sigma_+ a^+ + \sigma_- a$) 的作用, 系统的哈密顿量^[17]变为 $H = \omega_0 a^+ a + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \omega_i \sigma_{zi} + \sum_{i=1}^2 g_i (a^+ \times \sigma_i^- + a \sigma_i^+)$, 其中 σ^+ 为上升算符, σ^- 为下降算符。初态仍取 $\theta=0, \varphi=\pi/4$ 时(10)式所示的 Bell 态, 此时含时波函数^[18]可写为 $|\psi(t)\rangle = B_1(t) |eg, 0\rangle + B_2(t) |ge, 0\rangle + B_3(t) |gg, 1\rangle$, 其中 $B_1(t), B_2(t)$ 和 $B_3(t)$ 为波函数的待定系数, 满足 $H|\psi(t)\rangle = i \frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t}$ 。考虑 $g_1=g_2=g, \omega_1=\omega_0=\omega$, 失谐量

$\Delta = \omega_2 - \omega$, 故

$$\begin{bmatrix} -\frac{\Delta}{2} & 0 & g \\ 0 & \frac{\Delta}{2} & g \\ g & g & -\frac{\Delta}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1(t) \\ B_2(t) \\ B_3(t) \end{bmatrix} = i \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} B_1(t) \\ \frac{\partial}{\partial t} B_2(t) \\ \frac{\partial}{\partial t} B_3(t) \end{bmatrix}, \quad (14)$$

记矩阵

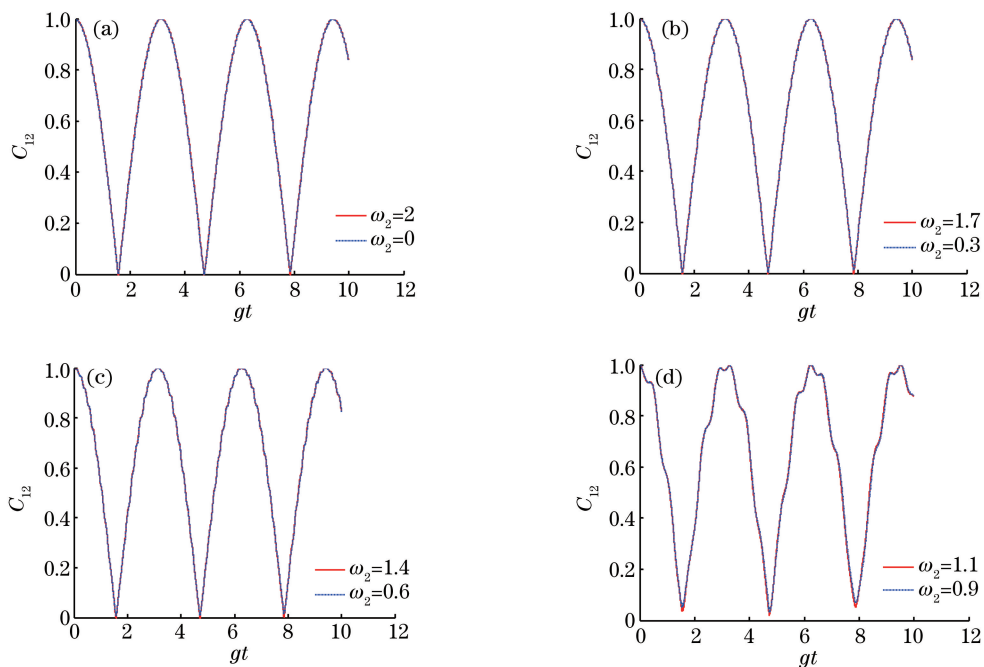


图 1 弱耦合时非旋波近似下两非全同量子比特的共生纠缠随时间的演化。

(a) $\Delta = \pm 1$; (b) $\Delta = \pm 0.7$; (c) $\Delta = \pm 0.4$; (d) $\Delta = \pm 0.1$

Fig. 1 Time evolution of concurrence entanglement between two non-identical qubits without rotating wave approximation in the case of weak coupling. (a) $\Delta = \pm 1$; (b) $\Delta = \pm 0.7$; (c) $\Delta = \pm 0.4$; (d) $\Delta = \pm 0.1$

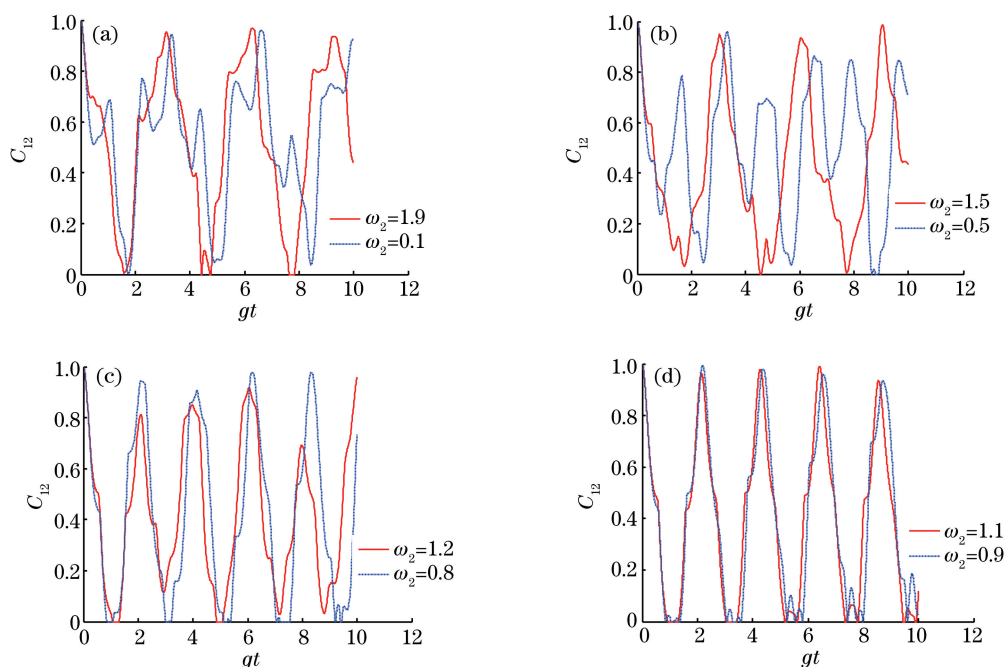


图 2 强耦合时非旋波近似下两非全同量子比特的共生纠缠随时间的演化。

(a) $\Delta = \pm 0.9$; (b) $\Delta = \pm 0.5$; (c) $\Delta = \pm 0.2$; (d) $\Delta = \pm 0.1$

Fig. 2 Time evolution of concurrence entanglement between two non-identical qubits without rotating wave approximation in the case of strong coupling. (a) $\Delta = \pm 0.9$; (b) $\Delta = \pm 0.5$; (c) $\Delta = \pm 0.2$; (d) $\Delta = \pm 0.1$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -\frac{\Delta}{2} & 0 & g \\ 0 & \frac{\Delta}{2} & g \\ g & g & -\frac{\Delta}{2} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

由于系统的哈密顿量不含时,故其求解可转化为求定态薛定谔方程 $H|\rangle = E|\rangle$,化简后便是 $\mathbf{M}|\rangle = E|\rangle$ 。解 $\mathbf{M}|\rangle = E|\rangle$ 可得到三个本征能量 $\{E_f, f=1,2,3\}$ 及其对应的本征矢 $\{V_f, f=1,2,3\}$,将给定初态按其本征态展开 $|t=0\rangle = \sum_{f=1}^3 k_f V_f$, 可求得展开系数

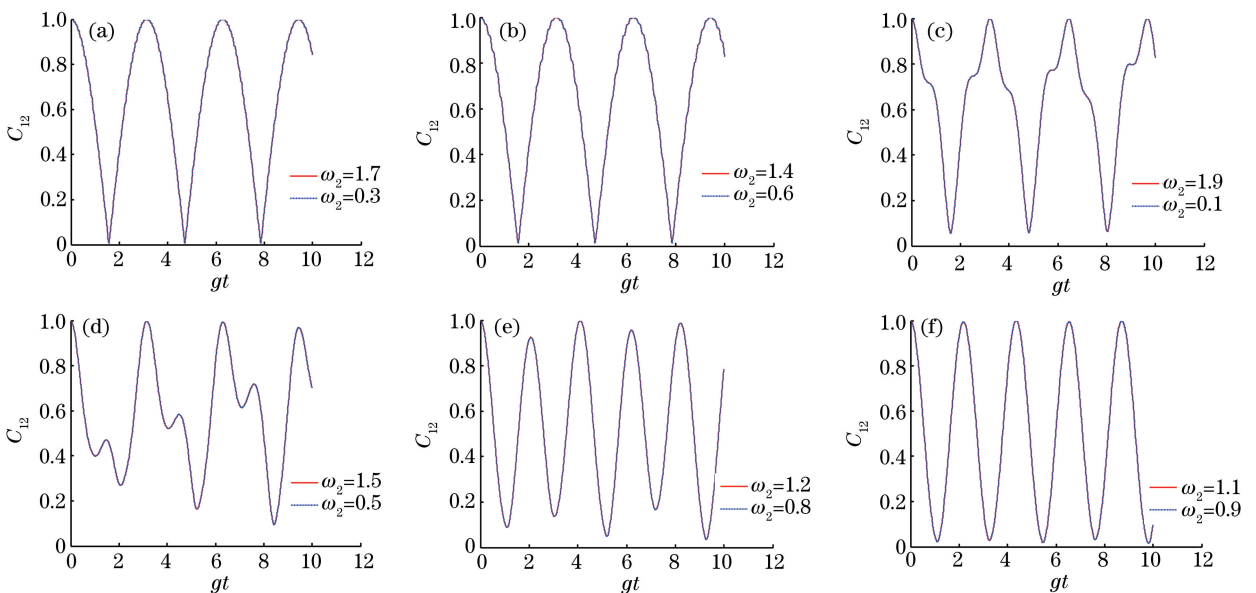


图3 旋波近似下两非全同量子比特的共生纠缠随时间的演化。(a) $g=0.01, \Delta=\pm 0.4$; (b) $g=0.01, \Delta=\pm 0.4$; (c) $g=0.2, \Delta=\pm 0.9$; (d) $g=0.2, \Delta=\pm 0.5$; (e) $g=0.2, \Delta=\pm 0.2$; (f) $g=0.2, \Delta=\pm 0.1$

Fig. 3 Time evolution of concurrence entanglement between two non-identical qubits with rotating wave approximation in the case of strong coupling. (a) $g=0.01, \Delta=\pm 0.4$; (b) $g=0.01, \Delta=\pm 0.4$; (c) $g=0.2, \Delta=\pm 0.9$; (d) $g=0.2, \Delta=\pm 0.5$; (e) $g=0.2, \Delta=\pm 0.2$; (f) $g=0.2, \Delta=\pm 0.1$

弱耦合 ($g_1 = g_2 = g = 0.01$) 时,旋波近似下的 TC 模型在 $\omega_1 = \omega_0 = \omega = 1, \omega_2 = \omega \pm |\Delta|$ ($|\Delta| \in (0, 1]$) 的两种取值情况下,两量子比特间的纠缠演化对比图与非旋波近似时同样参数下的纠缠对比图完全相同;但耦合强度较大 ($g_1 = g_2 = g = 0.2$) 时,旋波近似下的 TC 模型在 $\omega_1 = \omega_0 = \omega = 1, \omega_2 = \omega \pm |\Delta|$ ($|\Delta| \in (0, 1]$) 的两种情形下,两量子比特间的纠缠演化对比图与非旋波近似时同样参数下的纠缠对比图差异较大,且失谐量越大,差异越明显。这说明对于 TC 模型,只有在 $g \ll \omega$ 的弱耦合或 $|\omega_2 - \omega| \ll |\omega_2 + \omega|$ 的近共振情况下才能采取旋波近似。当耦合强度变大时,量子比特与光场强烈作

$\{k_f, f=1,2,3\}$; 任意时刻的态矢为 $|t\rangle = \sum_{f=1}^3 \exp(-iE_f t) k_f V_f$, $|t\rangle$ 可表示为一个 3×1 的矩阵,矩阵元分别对应为 $B_1(t), B_2(t), B_3(t)$ 。当 Δ 的绝对值一定时, $|B_1(t)|, |B_2(t)|, |B_3(t)|$ 不因 Δ 的正负而改变。因此,旋波近似下的 TC 模型在确定的耦合强度 $g_1 = g_2 = g$ 下,由于失谐量 $\Delta = \omega_2 - \omega$ 的绝对值相等,其中一量子比特的本征频率与光场频率相同,而另一量子比特的本征频率与光场对称失谐时,量子比特间的纠缠演化 $C = 2 \max\{0, |B_1(t)B_2(t)|\}$ [18] 完全相同,如图 3 所示。

用,非旋波项的作用不能忽略,旋波近似失效,旋波近似下的规律也由于非旋波项的作用而消失。

5 结 论

采取相干态正交化展开法,利用共生纠缠度来度量两量子比特间的纠缠演化,分析了非旋波近似时 TC 模型中同一耦合强度下不同跃迁频率的量子比特和光场对非全同的两量子比特间纠缠演化的影响;通过与旋波近似时 TC 模型在同样参数下非全同的两量子比特间纠缠图样的对比,凸显了非旋波项在强耦合、大失谐时的作用。研究结果表明,弱耦合 ($g_1 = g_2 = g = 0.01$) 时,若保持失谐量 Δ 的绝对

值不变, Δ 的正负不改变两量子比特间的纠缠演化; 但在强耦合 ($g_1 = g_2 = g = 0.2$) 时, 由于非旋波项的贡献, 两种对称失谐情形下量子比特间的纠缠演化差异明显, 仅当 ω_2 与 ω 小失谐 ($\Delta = 0.1$) 时, 纠缠演化接近相同。研究结果凸显了强耦合大失谐时非旋波项的重要性, 为强耦合系统中粒子间纠缠的研究提供了理论依据, 对实验上制备纠缠态^[19-20] 和实现量子信息的保密传递^[21-22] 具有指导意义。

参 考 文 献

- [1] Jaynes E T, Cummings F W. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser[J]. Proceedings of the IEEE, 1963, 51(1): 89-109.
- [2] Wei J H, Shi L, Ma L H, *et al.* Remote preparation of an arbitrary multi-qubit state via two-qubit entangled states[J]. Quantum Information Processing, 2017, 16(10): 260.
- [3] Wallraff A, Schuster D I, Blais A, *et al.* Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics [J]. Nature, 2004, 431(7005): 162-167.
- [4] Chiorescu I, Bertet P, Semba K, *et al.* Coherent dynamics of a flux qubit coupled to a harmonic oscillator[J]. Nature, 2004, 431(7005): 159-162.
- [5] Deppe F, Mariani M, Menzel E P, *et al.* Two-photon probe of the Jaynes-Cummings model and controlled symmetry breaking in circuit QED [J]. Nature Physics, 2008, 4(9): 686-691.
- [6] Niemczyk T, Deppe F, Huebl H, *et al.* Circuit quantum electrodynamics in the ultrastrong-coupling regime[J]. Nature Physics, 2010, 6(10): 772-776.
- [7] Xia J P, Ren X Z, Cong H L, *et al.* Quantum evolution of entanglement property in two-qubit and oscillator coupling system [J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(1): 014208.
夏建平, 任学藻, 丛红璐, 等. 两量子比特与谐振子相耦合系统中的量子纠缠演化特性 [J]. 物理学报, 2012, 61(1): 014208.
- [8] Cong H L, Ren X Z, Liao X. Quantum properties of two-photon Jaynes-Cummings model without rotating wave approximation [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(7): 0727002.
丛红璐, 任学藻, 廖旭. 非旋波近似下双光子 Jaynes-Cummings 模型的量子特性 [J]. 光学学报, 2015, 35(7): 0727002.
- [9] Cong H L, Ren X Z. Exact solutions of energy spectrum and quantum entanglement in Tavis-Cummings model [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(9): 092701.
丛红璐, 任学藻. Tavis-Cummings 模型的能谱和量子纠缠的精确解 [J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(9): 092701.
- [10] Mao L J, Huai S N, Zhang Y B. Tavis-Cummings model beyond the rotating wave approximation: Inhomogeneous coupling [EB/OL]. (2014-03-24) [2018-03-29]. <https://arxiv.org/abs/1403.5893>.
- [11] Mao L J. Analytical solutions and dynamics of the N -qubit Rabi model [D]. Taiyuan: Shanxi University, 2016: 13-18.
毛丽君. 多量子比特 Rabi 模型的解析解及动力学 [D]. 太原: 山西大学, 2016: 13-18.
- [12] He S, Zhao Y, Chen Q H. Absence of collapse in quantum Rabi oscillations [J]. Physical Review A, 2014, 90(5): 053848.
- [13] Xu Y H, Ren X Z, Liu X Y. Entanglement characteristics of quantum Rabi model with two arbitrary qubits [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(1): 0127001.
徐玉虎, 任学藻, 刘雪莹. 两任意量子比特 Rabi 模型的纠缠演化特性 [J]. 光学学报, 2018, 38(1): 0127001.
- [14] Wang K L, Chen Q H, Liu T. Extended coherent states in many-body physics and its application [M]. Hefei: Press of University of Science and Technology of China, 2012: 38-46.
汪克林, 陈庆虎, 刘涛. 多体物理中的相干态正交化方法及其应用 [M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2012: 38-46.
- [15] Wootters W K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits [J]. Physical Review Letters, 1998, 80(10): 2245-2248.
- [16] Yin M. The entanglement of two atoms in a Tavis-Cummings model driven by an external field [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology of China, 2007.
尹森. 外场驱动下 Tavis-Cummings 模型中两原子的纠缠 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2007.
- [17] Fujii K, Higashida K, Kato R, *et al.* Explicit form of solution of two atoms Tavis-Cummings model [J]. Quantum Physics, 2004, 56(1): 51-60.
- [18] Wang C, Chen Q H. Quantum discord dynamics of two qubits in single-mode cavities [J]. Chinese Physics B, 2013, 22(4): 040304.
- [19] Zhai C H, Chu W J, Zhang L H, *et al.* Direct measurement of concurrence for two-qubit pure

- states[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(3): 0327002.
- 翟晨慧, 储文静, 章礼华, 等. 两比特纯态纠缠的直接测量[J]. *光学学报*, 2016, 36(3): 0327002.
- [20] Liang H Q, Liu J M. Remote state preparation with bipartite entangled states in noisy environments[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, 58(6): 3692-3698.
- 梁华秋, 刘金明. 噪声环境下基于两体纠缠态的远程态制备[J]. *物理学报*, 2009, 58(6): 3692-3698.
- [21] Sillanpää M A, Park J I, Simmonds R W. Coherent quantum state storage and transfer between two phase qubits via a resonant cavity[J]. *Nature*, 2007, 449(7161): 438-442.
- [22] Sun Y, Zhao S H, Dong C. Measurement device independent quantum key distribution network based on quantum memory and entangled photon sources[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(3): 0327001.
- 孙颖, 赵尚弘, 东晨. 基于量子存储和纠缠光源的测量设备无关量子密钥分配网络[J]. *光学学报*, 2016, 36(3): 0327001.