

# 基于 COMSOL 的皮秒激光单脉冲烧蚀铜片

纪利平\*\*, 宋梓钰, 孙亚萍, 王兴盛\*, 李成玉

南京农业大学工学院, 江苏 南京 210031

**摘要** 利用 COMSOL 仿真软件建立了铜片双温模型, 通过控制变量, 数值研究了光斑半径和激光能量对电子与晶格温度的影响, 并预测了烧蚀形貌。结果表明, 单脉冲激光光斑半径越大, 铜片的烧蚀深度越小, 烧蚀面积越大; 激光能量越高, 铜片的烧蚀深度越大, 烧蚀面积越大。实验结果进一步证实了仿真的可靠性。

**关键词** 激光技术; 激光加工; COMSOL 仿真; 双温模型; 温度场

中图分类号 TN204

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.101402

## Single-Shot Picosecond Laser Ablation of Copper Based on COMSOL

Ji Liping\*\*, Song Ziyu, Sun Yaping, Wang Xingsheng\*, Li Chengyu

College of Engineering, Nanjing Agricultural University, Nanjing, Jiangsu 210031, China

**Abstract** A two-temperature model of copper is established based on the COMSOL simulation software. The effects of spot radius and laser energy on the temperatures of electron and lattice are numerically investigated via the control of variables, and thus the ablation morphology is predicted. The results show that the larger the spot radius of the single-shot laser, the smaller the ablation depth and the larger the ablation area. In contrast, the higher the laser energy, the larger the ablation depth and the larger the ablation area. The reliability of the simulation is verified by the experimental results.

**Key words** laser technique; laser processing; COMSOL simulation; two-temperature model; temperature field

**OCIS codes** 140.3325; 140.3330; 140.3380

## 1 引言

超快激光加工技术具有加工尺寸小、精度高、热影响小等优点, 被广泛应用于材料尤其是金属材料<sup>[1-2]</sup>的加工及改性等方面<sup>[3]</sup>。为了控制材料的加工形貌, 提高加工精度, 超快激光与金属相互作用的研究受到越来越广泛的关注<sup>[4]</sup>。在超快脉冲激光与金属相互作用的过程中, 电子受激吸收光子能量后出现较短的驰豫, 达到准热平衡的状态; 随后电子通过辐射声子将能量传递给晶格, 晶格耦合驰豫达到热平衡状态。温度梯度的存在使金属中的能量向周围扩散, 当沉积能量达到其熔点时发生固液相变, 在金属表面出现烧蚀<sup>[5]</sup>。因此, 常采用两个相互耦合的热传导方程描述电子与晶格的温度变化关系, 即

双温模型<sup>[6]</sup>。

金方圆等<sup>[7]</sup>通过建立一维半经典双温模型, 研究了铝膜受短脉冲激光作用时的能量传输过程。雷春霞等<sup>[8]</sup>利用双温模型结合分子动力学, 模拟研究了不同脉宽超快激光照射下铜薄膜的热响应, 结果表明, 两种情况下的电子温度和晶格温度差别均较小。许伯强等<sup>[9]</sup>对比研究了双温模型理论和傅里叶热传导理论, 结果表明, 皮秒超声研究采用双温模型求解温度场更为合适。基于双温模型的超快激光加工金属材料的过程已有一定的研究, 但关于 COMSOL 软件建立双温模型的研究鲜有报道。COMSOL 软件具有高效的计算性能和强大的多场双向直接耦合分析能力, 可以实现高精度的超快激光双温模型的数值仿真<sup>[10]</sup>, 并且可以根据需要对内

收稿日期: 2018-04-12; 修回日期: 2018-04-28; 录用日期: 2018-05-03

基金项目: 中央高校基本科研业务费(KYZ201659)、江苏省自然科学基金青年基金(BK20150685)、南京农业大学工学院优秀青年人才科技基金(YQ201604)、南京农业大学科研启动基金(rcqd16-05)、南京农业大学 SRT 计划(1730A16)

\* E-mail: xingshengwang@njau.edu.cn; \*\* E-mail: 1601116248@qq.com

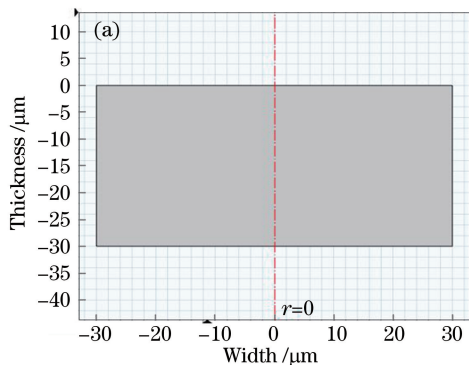
置的物理模型进行修改以提高仿真精度。

本文通过 COMSOL 软件,利用两个相互耦合的热传导方程,描述了电子与晶格的温度变化,建立了两个相互耦合的温度场,分别模拟计算了激光热源作用下电子与晶格的温度变化。同时,利用 COMSOL 等温线相关功能,将晶格温度达到铜片气化温度的材料去除,最终得到皮秒激光作用下铜片表面的烧蚀形状。通过 COMSOL 的数值仿真,研究了单脉冲激光能量和光斑半径对铜片烧蚀结果的影响规律,并与工艺实验进行了对照。

## 2 模型建立

### 2.1 几何模型及网格划分

由于激光与金属材料作用效果是轴对称的,因此,将模型简化为二维轴对称进行计算处理,并假设铜片各项同性,忽略铜片表面划痕及内部材质不均



对烧蚀效果的影响。几何模型及网格划分如图 1 所示。其中,工件厚度为 30  $\mu\text{m}$ ,宽度为 60  $\mu\text{m}$ ,横向为  $r$  方向,纵向为  $z$  方向。 $r=z=0$  处为入射激光光斑中心。仿真模型选用映射网格,由于在靠近激光入射点的铜片部分的热穿透深度最高,因此,在  $r=0$  及  $z=0$  处网格密度应加大处理。网格选用预定义分布类型, $r$  方向的单元数为 30,单元细长比为 1000, $z$  方向的单元数为 80,单元细长比为 10000,两个方向的网格均采用等差数列方式分布,如图 1(b)所示。

### 2.2 材料属性

皮秒激光作用下铜片的热分析为瞬态热分析,需要记录铜片在各种温度下的性能变化情况。在研究温度场时,主要参数为电子的热容  $C_e$  和热导  $k_e$ ,晶格的热容  $C_l$  和热导  $k_l$ 。Lin 等<sup>[11]</sup>得到铜电子的热容表达式为

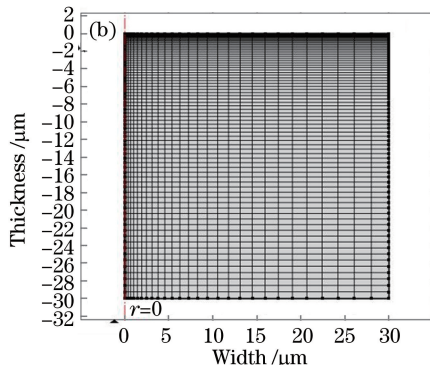


图 1 几何模型及网格划分。(a)铜片的尺寸形状及分布;(b)网格划分图

Fig. 1 Geometric model and mesh generation. (a) Size, shape, and distribution of copper; (b) mesh generation

$$C_e(T_e) = \begin{cases} 117.47T_e, & T_e < 2 \times 10^3 \text{ K} \\ -2.049 \times 10^4 - 26.64T_e + 0.0996T_e^2 - 1.122 \times 10^{-5}T_e^3 + 5.735 \times 10^{-10}T_e^4 - \\ 1.524 \times 10^{-14}T_e^5 + 2.044 \times 10^{-19}T_e^6 - 1.094 \times 10^{-24}T_e^7, & 2 \times 10^3 \text{ K} \leq T_e \leq 5 \times 10^4 \text{ K} \end{cases}, \quad (1)$$

式中  $T_e$  为电子温度。

Anisimov 等<sup>[12]</sup>提出的电子热导率表达式为

$$k_e = \chi \frac{(v_e^2 + 0.16)^{5/4} (v_e^2 + 0.44) v_e}{(v_e^2 + 0.092)^{1/2} (v_e^2 + \eta v_1)}, \quad (2)$$

式中  $\chi$  和  $\eta$  是常数; $v_1 = T_l/T_F$ ,  $v_e = T_e/T_F$ ,其中, $T_l$  为晶格温度, $T_F$  为费米温度。对金属铜来说, $T_F = 8.16 \times 10^4 \text{ K}$ ,  $\chi = 377 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $\eta = 0.319$ 。

模拟实验采用的晶格热容  $C_l$  表达式<sup>[13]</sup>为

$$C_l(T_l) = 313.7 + 0.324T_l - 2.687 \times 10^{-4}T_l^2 + 1.257 \times 10^{-7}T_l^3. \quad (3)$$

纯金属晶格的热导率远小于电子的热导率,通常自由电子主导热量的传导过程。参照文献[14],取晶格热导率为体积热导率  $k_{eq}$  的 1%, $k_{eq}$  的表达式为

$$k_{eq}(T_l) = 407.9 - 0.0272T_l - 2.658 \times 10^{-5}T_l^2 - 3.0 \times 10^{-9}T_l^3. \quad (4)$$

### 2.3 双温模型

当皮秒激光照射到金属铜片表面时,铜片吸收激光辐射的能量而温度升高,但金属内自由电子的热容比晶格的热容小得多,电子吸收激光能量后温度迅速升高,辐照初期电子和晶格的温度不相等,处于非热平衡状态。利用双温方程进行超短激光与物质的相互作用的研究已开展很多<sup>[15]</sup>,双温两步热传导模型的非线性方程<sup>[16-18]</sup>为

$$C_e \frac{\partial T_e}{\partial t} =$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( k_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) - \alpha_k (T_e - T_l) + S(r, t), \quad (5)$$

$$C_l \frac{\partial T_l}{\partial t} = \alpha_k (T_e - T_l), \quad (6)$$

式中  $S(r, t)$  表示热源项;  $\alpha_k$  为耦合系数,由文献[13]可得

$$\alpha_k(T_e) = \begin{cases} 0.56 \times 10^{17}, & T_e < 2750 \text{ K} \\ 1.341 \times 10^{17} - 1.407 \times 10^{14} T_e + 5.988 \times 10^{10} T_e^2 - 7.93 \times 10^{16} T_e^3 + \\ 555.2 T_e^4 - 0.023272 T_e^5 + 6.041 \times 10^{-7} T_e^6 - \\ 9.529 \times 10^{-12} T_e^7 + 8.377 \times 10^{-17} T_e^8 - 3.15 \times 10^{-22} T_e^9, & 2750 \text{ K} \leq T_e \leq 5 \times 10^4 \text{ K} \end{cases} \quad (7)$$

根据双温热传导模型的两个非线性方程,在 COMSOL 中建立两个固体传热模块,其分别对应(5)式和(6)式代表的电子系统与晶格系统,然后根据超短脉冲激光作用下电子-声子系统耦合机制,通过设置  $\alpha_k$  将两个固定传热模块进行耦合,经过 COMSOL 计算可求得电子系统和晶格系统在受到激光脉冲作用时温度的变化规律。根据文献[8],得到电子系统热源  $Q_e$  及晶格系统热源  $Q_l$  分别为

$$Q_e = (1 - R_{Cu}) \times I_{mod}(r, t) \times A_{Cu} \times \exp[-A_{Cu} \times (-z)] - Q_l, \quad (8)$$

$$Q_l = \alpha_k (T_e - T_l), \quad (9)$$

式中  $R_{Cu}$  和  $A_{Cu}$  分别为金属铜对激光的反射率和吸收率;  $I_{mod}$  为表征高斯脉冲激光在时间及空间强度分布的函数,即

$$I_{mod}(r, t) = \frac{2E}{A \times \tau} \times \exp\left[-2.77 \times \left(\frac{t - t_0}{\tau}\right)^2\right] \times$$

$$\exp\left[-2 \times \left(\frac{r}{w}\right)^2\right], \quad (10)$$

式中  $E$  为单个脉冲的激光能量;  $A$  为光斑面积;  $\tau$  为脉宽;  $t_0$  为第一个激光脉冲的峰值位置;  $w$  为光斑半径。模型的初始条件为:  $T_e = T_l = 293 \text{ K}$ , 模型外表面添加热绝缘边界; 模型节点数为 2400; 时间步长为 0.1 ps; 求解时间为 40 ps; 相对容差为 0.01。COMSOL 通过求解时间内所有节点的温度数值拟合出表征电子系统及晶格系统温度变化规律的曲线。

### 2.4 材料去除模型

陶淑芬<sup>[19]</sup>研究发现,激光作用于铜片表面时,照射区域的材料发生熔化和气化,进而材料去除,形成烧蚀形貌。铜的气化温度为 2840 K,在 COMSOL 计算结果下找到等温线,设置只填充  $T < 2840 \text{ K}$  的部分,即可得到对应激光能量下的预计烧蚀形貌。当  $E = 48.8 \mu\text{J}$ ,  $w = 9.43 \mu\text{m}$  时,铜片的烧蚀形貌如图 2 所示。

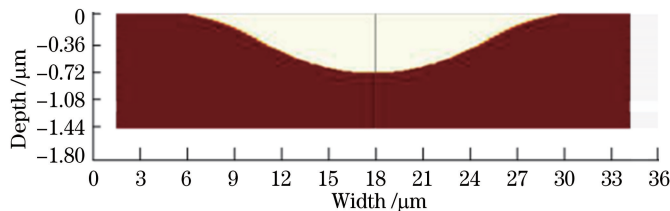


图 2 当  $E = 48.8 \mu\text{J}$ ,  $w = 9.43 \mu\text{m}$  时铜片的烧蚀形貌

Fig. 2 Ablation morphology of copper when  $E = 48.8 \mu\text{J}$  and  $w = 9.43 \mu\text{m}$

## 3 结果分析

### 3.1 光斑半径对烧蚀的影响

光斑半径可以表示为传播距离  $z_1$  的函数,通过

调节光源距铜片的距离来改变光斑半径,其表达式为

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z_1^2}{z_r^2}}, \quad (11)$$

式中  $z_r = n\pi w_0^2 / \lambda$ ,  $n$  为介质的折射率;  $w_0$  为束腰半径,

即光束强度下降  $1/e^2$  时的半径, 实验用激光器的  $w_0 = 48.8 \mu\text{m}$ , 铜片厚度为  $0.3 \text{ mm}$  时, 改变光斑半径来分析  $8.70 \mu\text{m}$ 。采用单因素实验方法进行仿真, 当  $E =$  铜片温度场的变化。不同光斑半径的仿真结果见表 1。

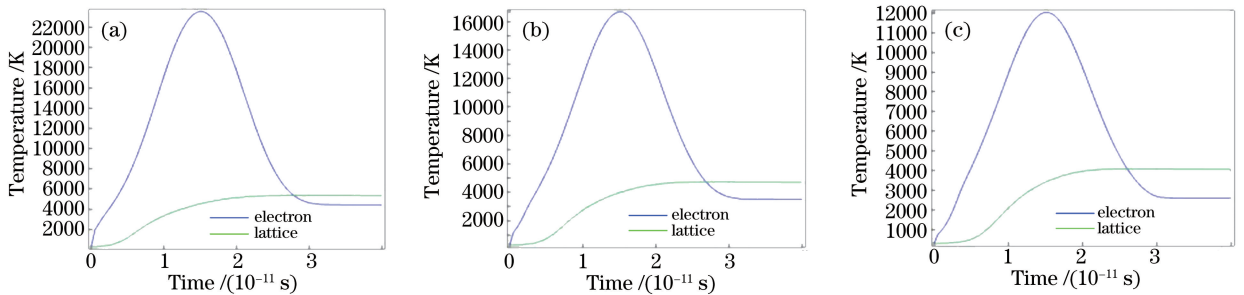
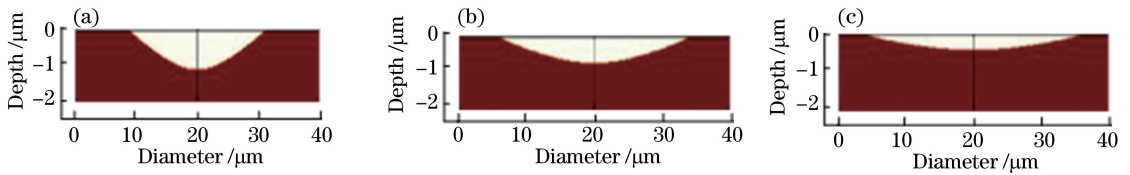
表 1 不同光斑半径的仿真结果

Table 1 Simulation results under different spot radii

$z_1/\text{mm}$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$w(z) / \mu\text{m}$	9.43	11.35	13.98	16.99	20.21

不同光斑半径下晶格和电子的温度曲线如图 3 所示。可以看出, 当激光入射到铜片表面时, 电子温度急剧升高且最高温度远大于晶格温度。随着光斑直径的增大, 电子与晶格的最高温度降低。当光斑半径为  $9.43 \mu\text{m}$  时, 电子和晶格的最高温度分别可达  $22000 \text{ K}$  和  $5000 \text{ K}$  以上; 当光斑半径为  $20.21 \mu\text{m}$  时, 电子的最高温度只有  $12000 \text{ K}$  左

右, 晶格的最高温度约为  $4000 \text{ K}$ 。不同光斑半径下铜片的烧蚀形貌如图 4 所示。可以看出, 随着光斑半径的增大, 铜片烧蚀的深度减小而烧蚀面积增大。当光斑半径为  $9.43 \mu\text{m}$  时, 铜片烧蚀形貌的深度达  $1 \mu\text{m}$  以上, 直径约为  $23 \mu\text{m}$ ; 当光斑半径为  $20.21 \mu\text{m}$  时, 铜片烧蚀形貌的深度小于  $0.5 \mu\text{m}$ , 直径约为  $33 \mu\text{m}$ 。

图 3 不同光斑半径下电子和晶格的温度变化。(a)  $w = 9.43 \mu\text{m}$ ; (b)  $w = 13.98 \mu\text{m}$ ; (c)  $w = 20.21 \mu\text{m}$ Fig. 3 Temperature changes of electron and lattice under different spot radii. (a)  $w = 9.43 \mu\text{m}$ ;(b)  $w = 13.98 \mu\text{m}$ ; (c)  $w = 20.21 \mu\text{m}$ 图 4 不同光斑半径下铜片的烧蚀形貌。(a)  $w = 9.43 \mu\text{m}$ ; (b)  $w = 13.98 \mu\text{m}$ ; (c)  $w = 20.21 \mu\text{m}$ Fig. 4 Ablation morphologies of copper under different spot radii. (a)  $w = 9.43 \mu\text{m}$ ;(b)  $w = 13.98 \mu\text{m}$ ; (c)  $w = 20.21 \mu\text{m}$ 

### 3.2 入射激光能量对烧蚀的影响

当  $w = 8.70 \mu\text{m}$ , 铜片厚度为  $0.3 \text{ mm}$  时, 通过

改变激光能量分析铜片温度场的变化。不同激光能

量下晶格和电子的温度曲线如图 5 所示。可以看

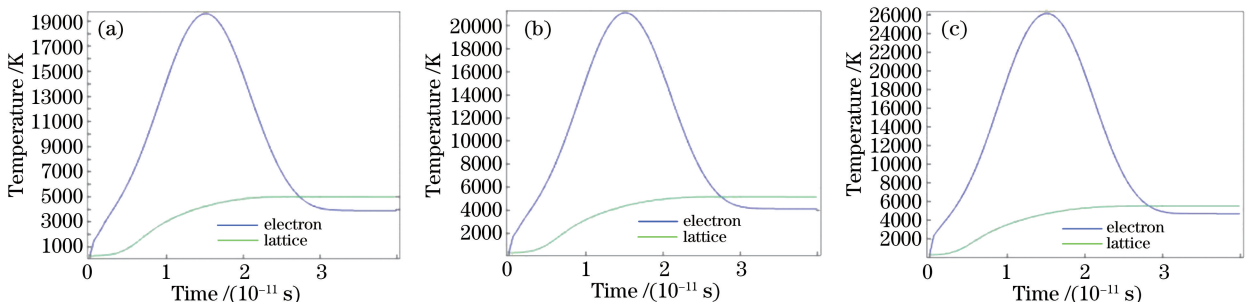
图 5 不同激光能量下电子和晶格的温度变化。(a)  $E = 27.3 \mu\text{J}$ ; (b)  $E = 30.0 \mu\text{J}$ ; (c)  $E = 53.1 \mu\text{J}$ 

Fig. 5 Temperature changes of electron and lattice under different laser energies.

(a)  $E = 27.3 \mu\text{J}$ ; (b)  $E = 30.0 \mu\text{J}$ ; (c)  $E = 53.1 \mu\text{J}$

出,随着激光能量的增大,电子与晶格的温度升高。当  $E=27.3 \mu\text{J}$  时,电子和晶格的最高温度分别约为 20000 K 和 5000 K;当  $E=53.1 \mu\text{J}$  时,电子的最高温度可达 26000 K,晶格的最高温度约为 6000 K。不同入射激光能量下铜片的烧蚀结果如图 6 所示。

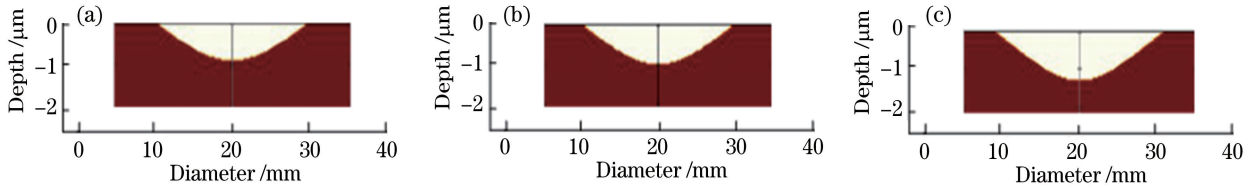


图 6 不同激光能量下铜片的烧蚀结果。(a)  $E=27.3 \mu\text{J}$ ;(b)  $E=30.0 \mu\text{J}$ ;(c)  $E=53.1 \mu\text{J}$

Fig. 6 Ablation results of copper under different laser energies. (a)  $E=27.3 \mu\text{J}$ ; (b)  $E=30.0 \mu\text{J}$ ; (c)  $E=53.1 \mu\text{J}$

## 4 仿真对照实验

采用德国 EdgeWave 公司生产的 PX50 Nd:YV<sub>o</sub> 4皮秒激光器进行仿真对照实验,激光脉宽为 10 ps,波长为 532 nm,频率为 1000 Hz。利用日本 Olympus 公司生产的 OLS-4100 激光共聚焦扫描显微镜测量烧蚀结果的深度及直径。并将实验结果与仿真结果对比。

### 4.1 焦斑半径变化时的仿真与实验结果对照

当  $E=48.8 \mu\text{J}$  时,对铜片分别进行 5 种光斑半

可以看出,随着激光能量的增大,烧蚀形貌的直径略有增大,烧蚀深度增大。当  $E=27.3 \mu\text{J}$  时,铜片烧蚀形貌的直径约为  $19 \mu\text{m}$ ,深度约为  $0.86 \mu\text{m}$ ;当  $E=53.1 \mu\text{J}$  时,铜片烧蚀形貌的直径约为  $22 \mu\text{m}$ ,深度约为  $1.2 \mu\text{m}$ 。

径的仿真,仿真相关数据见表 1,铜片的烧蚀结果如图 7 所示,图中从左往右的光斑半径分别为  $9.43, 11.35, 13.98, 16.99, 20.21 \mu\text{m}$ 。从图 7(b)可以看出, $z$  值分别为  $0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 \text{ mm}$  对应的实验烧蚀结果与仿真结果相近。烧蚀深度的平均误差约为 11.9%,直径的平均误差约为 1.18%。产生误差的原因包括铜片内部质量分布不均,模型中铜片对激光的吸收率及反射率与实际情况有偏差等。但该双温模型可以较为精确地模拟不同光斑直径下激光对铜片烧蚀的结果。

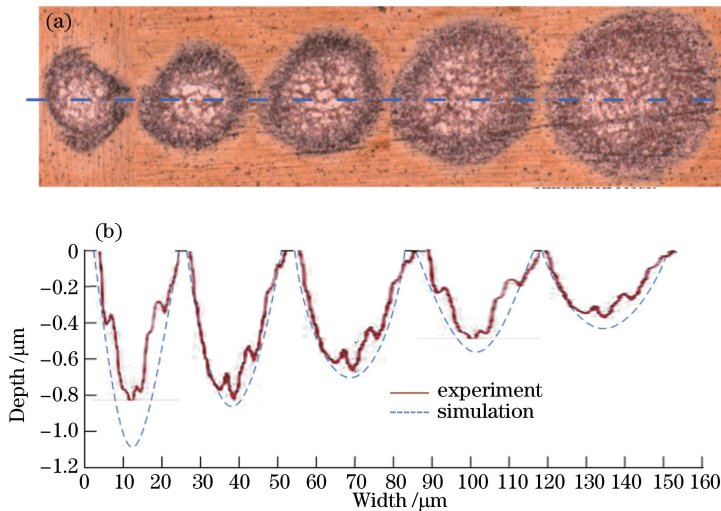


图 7 不同光斑半径下铜片的烧蚀结果。(a)实验形貌;(b)剖面效果对比

Fig. 7 Ablation results of copper under different spot radii. (a) Experimental morphologies; (b) comparison of profiles

### 4.2 激光能量变化时的仿真与实验结果对照

当光斑半径不变时,不同激光能量下铜片的烧蚀结果如图 8 所示,从左到右激光能量分别为  $27.3, 30.0, 32.4, 48.8, 53.1 \mu\text{J}$ 。由图 8(b)可得,不同激光

能量下的实验烧蚀结果与仿真结果相近,烧蚀深度的平均误差约为 19%,宽度的平均误差约为 9.7%。该双温模型可以较为精确地模拟不同功率密度下激光对铜片的烧蚀结果。

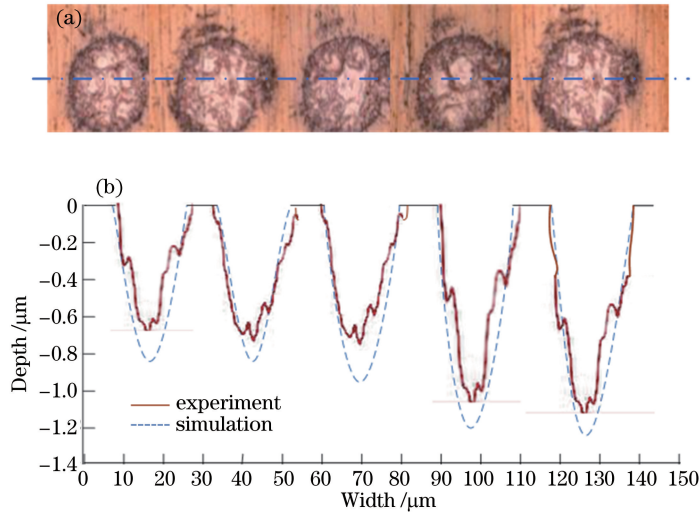


图 8 不同激光能量下铜片的烧蚀结果。(a)实验形貌;(b)剖面效果对比

Fig. 8 Ablation results of copper under different laser energies. (a) Experimental morphologies; (b) comparison of profiles

## 5 结 论

利用 COMSOL 仿真软件建立了单脉冲皮秒激光作用下的双温模型,研究了光斑半径及激光能量对铜片烧蚀结果的影响,得到以下结论。

- 1) 单脉冲皮秒激光入射到铜片表面时,电子温度急剧升高,且电子温度远大于晶格温度;
- 2) 当激光能量不变时,随着光斑半径的增大,铜片烧蚀形貌的面积增大,深度减小;
- 3) 当光斑半径不变时,随着激光能量的增大,铜片烧蚀形貌的面积和深度增大;
- 4) 仿真结果与实验结果相近,COMSOL 软件对双温模型具有适用性,并且模拟精度较高。

## 参 考 文 献

- [1] Liu D, Wu Y G, Hu Y T, *et al.* Fabrication of super-hydrophobic aluminum surface by picosecond laser[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(10): 101408.  
刘顿, 伍义刚, 胡勇涛, 等. 皮秒激光制备铝基超疏水表面[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(10): 101408.
- [2] Liu L, Ruan L, Zhang T R, *et al.* Experimental study on stainless steel micro-hole drilling with picosecond laser[J]. *Applied Laser*, 2015, 35(4): 472-478.  
刘路, 阮亮, 张天润, 等. 皮秒激光加工不锈钢微孔实验研究[J]. *应用激光*, 2015, 35(4): 472-478.
- [3] Wang Z, Zhao Q Z. Research progress of manipulating tribological property of materials by

ultrashort-pulse-induced surface micro-nano texture [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(11): 110003.

王卓, 赵全忠. 超短脉冲激光诱导微纳结构调控材料摩擦性能的研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(11): 110003.

- [4] Li C, Cheng G H, Stoian R. Investigation of femtosecond laser-induced periodic surface structure on tungsten[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(5): 0532001.

李晨, 程光华, Stoian R. 飞秒激光诱导金属钨表面周期性自组织结构的研究[J]. *光学学报*, 2016, 36(5): 0532001.

- [5] Mao S S, Quéré F, Guizard S, *et al.* Dynamics of femtosecond laser interactions with dielectrics [J]. *Applied Physics A*, 2004, 79(7): 1695-1709.

- [6] Anisimov S I, Kapeliovich B L, Perelman T L, *et al.* Electron emission from metal surfaces exposed to ultrashort laser pulses[J]. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1974, 39(2): 375-378.

- [7] Jin F Y, Chen B, E S L, *et al.* Theory analysis and experiment verification on picosecond laser ablation of Al film[J]. *Chinese Journal of Luminescence*, 2014, 35(6): 754-760.

金方圆, 陈波, 鄂书林, 等. 皮秒激光烧蚀 Al 膜的理论分析与实验验证[J]. *发光学报*, 2014, 35(6): 754-760.

- [8] Lei C X, Ren Y P, Gan Y, *et al.* Effect of optical properties on the thermal responses of copper films induced by ultrafast lasers[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2017, 29(7): 071006.

雷春霞, 任云鹏, 干湧, 等. 光学性质对超快激光辐

- 照下铜膜热响应的影响[J]. 强激光与粒子束, 2017, 29(7): 071006.
- [9] Xu B Q, Zhang Z G, Xu C G, *et al.* Numerical modeling of laser-induced picosecond ultrasound in micro-nano thin films [J]. Journal of Jiangsu University(Natural Science Edition), 2012, 33(1): 83-87.  
许伯强, 张子国, 徐晨光, 等. 微纳米薄膜材料中激光皮秒超声的数值模拟[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2012, 33(1): 83-87.
- [10] Dold C A. Picosecond laser processing of diamond cutting edges [M]. Berlin: VDI-Verlag, 2013: 89-100.
- [11] Lin Z B, Zhigilei L V, Celli V. Electron-phonon coupling and electron heat capacity of metals under conditions of strong electron-phonon nonequilibrium [J]. Physical Review B, 2008, 77(7): 075133.
- [12] Anisimov S I, Rethfeld B. On the theory of ultrashort laser pulse interaction with a metal [J]. Proceedings of SPIE, 1997, 3093: 192-203.
- [13] Ren Y P, Chen J K, Zhang Y W. Optical properties and thermal response of copper films induced by ultrashort-pulsed lasers [J]. Journal of Applied Physics, 2011, 110(11): 113102.
- [14] Klemens P G, Williams R K. Thermal conductivity of metals and alloys [J]. Metallurgical Reviews, 2013, 31(1): 197-215.
- [15] Hu M N, Ge L C, Zhang J P, *et al.* Hole-drilling with high depth-diameter ratio using multi-pulse femtosecond laser [J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(4): 0403006.  
胡梦宁, 葛励成, 张晋平, 等. 多脉冲飞秒激光深小孔的加工[J]. 中国激光, 2016, 43(4): 0403006.
- [16] Elsayed-Ali H E, Norris T B, Pessot M A, *et al.* Time-resolved observation of electron-phonon relaxation in copper [J]. Physical Review Letters, 1987, 58(12): 1212-1215.
- [17] Hu D Z. Numerical calculation of the electron-phonon coupling relaxation time in pulse laser ablation [J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(2): 1077-1082.  
胡德志. 脉冲激光烧蚀中电声弛豫时间的确定[J]. 物理学报, 2009, 58(2): 1077-1082.
- [18] Hu W Q, Shin Y C, King G. Modeling of multi-burst mode pico-second laser ablation for improved material removal rate[J]. Applied Physics A, 2009, 98(2): 407-415.
- [19] Tao S F. The physical processes of the metallic materials in nanosecond laser ablation [J]. Laser Journal, 2011, 32(4): 36-37.  
陶淑芬. 纳秒激光脉冲烧蚀金属铜的物理过程分析[J]. 激光杂志, 2011, 32(4): 36-37.