

基于新符号函数与盲源分离的光子计数图像去噪方法

王炫, 尹丽菊*, 高明亮, 申晋, 邹国峰, 胡浩东, 仲红玉

山东理工大学电气与电子工程学院, 山东 淄博 255049

摘要 在 10^{-4} lx 环境下, 由多像素光子计数探测器利用光子计数原理点阵扫描得到光子计数图像。为了呈现更多细节, 获得更清晰度的图像, 首先采用 Bayes-Shrink 阈值及改进的新符号函数对光子计数图像进行处理, 然后在图像重构阶段将低频系数置零, 以处理后的高频系数进行图像重构, 并将其设置为虚拟通道, 使观测信号的个数与信号源个数相同, 从而满足快速独立成分分析无噪分离模型, 最后实现光子计数图像和噪声的盲源分离。实验结果表明, 该算法与小波软、硬阈值算法和符号函数算法相比, 图像的峰值信噪比分别提高了 16.39%、10.18%、5.20%。同时, 滤除噪声后的图像较好地保护了边缘细节, 视觉效果良好。

关键词 成像系统; 光子计数去噪图像; 盲源分离; 小波阈值变换; 快速独立成分分析

中图分类号 TP391

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.101103

De-Noising Method of Photon Counting Image Based on New Symbol Function and Blind Source Separation

Wang Xuan, Yin Liju*, Gao Mingliang, Shen Jin, Zou Guofeng, Hu Haodong, Zhong Hongyu

College of Electrical and Electronic Engineering, Shandong University of Technology, Zibo, Shandong 255049, China

Abstract The photon counting image is scanned by multi-pixel photon counting detector point by point under the environment of 10^{-4} lx according to the principle of photon counting. To present more details and get a high definition image, the Bayes-Shrink threshold and the improved new symbol functions are used to realize image de-noising preprocessing first. Then, in the stage of image reconstruction, the low-frequency coefficients are set to zero to reconstruct the image with high-frequency coefficients after processing and it is set as a virtual channel to make the number of observation signals equal to the number of signal sources. Finally, the fast independent component analysis noiseless separation model is used to separate the photon counting image from noise by blind source separation. The experimental results show that the peak signal to noise ratios of the image are improved by 16.39%, 10.18%, 5.20%, respectively, compared with the soft, hard and new symbol function de-noising algorithm. The image after removing noise is also good to protect the edge details, and the visual effect is good.

Key words imaging systems; photon counting de-noising image; blind source separation; wavelet threshold transformation; fast independent component analysis

OCIS codes 110.2960; 100.7410; 100.3020

1 引言

光子计数成像是指在微弱照度(小于 10^{-3} lx)环境下, 通过特殊的成像元件, 显示肉眼难以观察的目标图像的一项技术。传统的光电成像技术在探测灵敏度等方面的缺陷日益明显, 如普通夜视仪已无法满足天文观察和军事上卫星侦察、导弹预警等极

低照度情况下的需求^[1]。光子探测技术可对单个光子进行有效探测并成像, 已在天文观测、通信、生物医学、环境辐射测量、粒子物理学等领域得到广泛应用。但是, 目前光子计数成像研究仍处于起步阶段。由于在该环境下获取的目标图像清晰度低, 夹杂的噪声类型复杂多样, 目标信息与背景噪声信息难于区分, 因此针对光子计数图像的去噪研究具有实际

收稿日期: 2018-03-15; 修回日期: 2018-04-24; 录用日期: 2018-05-09

基金项目: 国家级大学生创新创业训练计划(201710433110)、山东省自然科学基金(ZR2015FL034)、校城融合发展计划(2016ZBXC142)

* E-mail: LJYIN72@163.com

意义。

本文使用的 Lena 图像是在 10^{-4} lx 环境下,在以多像素光子计数器(MPPC)为核心搭建的光子计数成像实验平台上获取的。MPPC 探测器本质上是一个固态半导体光探测器件,主要由多个工作在盖革模式的雪崩型光电二极管(Geiger-model APD)组成。MPPC 因其低串扰、低脉冲、低暗计数等特性,在光子计数领域的应用越来越广泛^[2]。一般来说,APD 器件未倍增时的噪声主要为散粒噪声、热噪声、 $1/f$ 噪声^[2-3]等,当 APD 的反偏电压高于击穿电压,即处于盖革模式时,噪声多为雪崩过剩噪声^[4]。雪崩过剩噪声类似散粒噪声,是一种白噪声,其大小受电子和空穴的碰撞电离系数影响,同时也与光生、热生电流的位置有关。本文以白噪声为主要噪声对象,对光子计数图像展开研究。

对于含噪的光子计数图像,若要实现盲源分离,首先应对含噪图像做预处理,目前常用的方法有小波去噪、卡尔曼滤波去噪、曲线阈值去噪等。基于小波理论的去噪预处理模型简单,具有良好的时频特性,因此常被用于图像预处理。文献[5]将一种稳健的含噪条件下的白化预处理方法应用于独立成分分

析算法中;文献[6-7]首先利用小波滤波器对信号进行降噪,再进行信号分离;文献[8-10]提出先用小波滤波进行去噪处理,再进行信号的盲源分离,最后对分离后的信号再使用小波滤波处理的信号分离思路。文献[11]提出一种适用于较低信噪比的基于平移不变量的小波阈值收缩算法,选择合适的阈值函数及循环平移范围来提高小波阈值的去噪能力,从而提升盲源分离的性能。本文在参考文献[12-13]的基础上,改进了阈值函数,在具有更好连续性与可导性的同时,解决了偏差问题,最终通过快速独立成分分析(FICA)算法实现噪声与原图像的盲源分离。

2 小波阈值去噪

2.1 小波阈值去噪介绍

小波阈值去噪算法能够得到原始信号的近似最优估计,计算速度快、适应性强。含噪图像经过小波变换后具有不同的统计特性,图像有用信息主要为低频信号,而边缘、细节信息和噪声信号主要为高频信号。阈值去噪是通过选取阈值 λ ,与小波系数 $w_{j,k}$ 作比较,根据不同的算法对 $w_{j,k}$ 处理,信号重构后得到去噪图像,流程如图 1 所示。

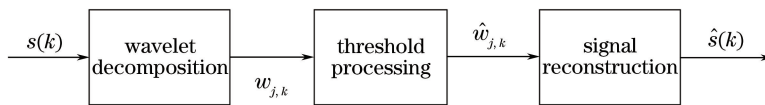


图 1 小波阈值去噪流程图

Fig. 1 Flow chart of wavelet threshold de-noising

2.2 阈值选取

阈值的选取与去噪结果有关:阈值过大会丢失有用信号频率,造成失真;阈值过小,系数夹杂大量噪声分量,去噪效果差^[12]。多数的阈值估计方法都需要已知噪声方差,光子计数图像在选取阈值前需要对噪声方差进行估计。最常用的噪声估计方法由 Donoho 和 Johnstone 提出^[14]:

$$\delta_n = \frac{\text{Median}(|Y_{i,j}|)}{0.6765}, \quad (1)$$

式中 $Y_{i,j}$ 表示小波变换后的第 i 层第 j 个小波高频系数,分子部分表示对分解出的小波系数先取绝对值,再取中值,0.6765 为高斯噪声标准方差的调整系数。选取阈值的方法主要为全局阈值和局部自适应阈值。经典全局阈值,如 VisuShrink 阈值,计算便捷,但由于数据尺寸的原因,计算出的阈值过大,趋于过扼杀系数;而局部自适应阈值适应能力较强,基于图像局部特点综合决定系数的去留。Bayes-Shrink 自适应阈值基于图像小波系数的统计模型,

在平方误差代价下通过极小化贝叶斯风险得到近似最优阈值,算法简单且运算量适中,在小波系数服从广义高斯分布的假设下,Bayes-Shrink 阈值^[15-16]能够获得较好的去噪效果。

2.3 新构造的新型符号函数

硬阈值函数在 $\pm\lambda$ 处不连续,虽能较好地保留边缘等局部信息,但会产生间断点,导致重构信号震荡。软阈值函数是连续函数,过渡相对平滑,但估计小波系数与小波系数之间存在恒定偏差,会使其导数不连续,同时会降低重构信号的精度,使边缘模糊,实际处理中,小波系数增大,噪声分量逐渐减小,必然出现边缘模糊等失真现象。两种函数均将低于阈值的小波系数置零,在滤除多数噪声的同时,也丢失了部分有用信号,损失图像细节。为了解决这些弊端,提出一种改进的新型符号阈值函数。在极限条件下,新构造的符号函数即为软、硬阈值函数,可解决函数不连续及存在固定偏差的问题,同时设置双阈值,尽量从低频分量中提取更多有用信号。

$$\hat{W}_{j,k} = \begin{cases} uW_{j,k} + (1-u)\operatorname{sgn}(W_{j,k}) [1/|W_{j,k}| - \exp(|W_{j,k}| - \lambda)^j/\lambda_1], & |W_{j,k}| \geq \lambda \\ 1/|W_{j,k}| - \operatorname{sgn}(W_{j,k})/\lambda_1, & \lambda_1 \leq |W_{j,k}| < \lambda, \\ 0, & |W_{j,k}| < \lambda_1 \end{cases} \quad (2)$$

$$u = 1 - \exp[-(|W_{j,k}| - \lambda)^j], \quad (3)$$

式中 $\operatorname{sgn}()$ 为符号函数, λ 为上限阈值, λ_1 为下限阈值, 且 $\lambda_1 = \varepsilon\lambda$, $\varepsilon \in (0, 1)$ 。对新阈值函数分析如下。

1) 函数在阈值处可连续。由于阈值函数关于原点对称, 所以这里仅讨论 $W_{j,k} > 0$ 的情况。

$$u \rightarrow 0, \text{ when } W_{j,k} \rightarrow \lambda^+, \quad (4)$$

$$\lim_{W_{j,k} \rightarrow \lambda^+} \hat{W}_{j,k} = \lim_{W_{j,k} \rightarrow \lambda^+} \{uW_{j,k} + (1-u)\operatorname{sgn}(W_{j,k}) [1/|W_{j,k}| - \exp(|W_{j,k}| - \lambda)^j/\lambda_1]\} = 1/\lambda - 1/\lambda_1, \quad (5)$$

$$\lim_{W_{j,k} \rightarrow \lambda^-} \hat{W}_{j,k} = \lim_{W_{j,k} \rightarrow \lambda^-} 1/|W_{j,k}| -$$

$$\operatorname{sgn}(W_{j,k})/\lambda_1 = 1/\lambda - 1/\lambda_1 = \lim_{W_{j,k} \rightarrow \lambda^+} \hat{W}_{j,k}, \quad (6)$$

即在阈值 λ 处函数连续。而当 $W_{j,k} < 0$ 时, 由对称性质可知, 函数在 $-\lambda$ 处也连续。同理, 函数在 $\pm\lambda_1$

处连续, 新阈值函数在间断点处均连续。

2) 函数的偏差性。

$$u \rightarrow 1, \text{ when } W_{j,k} \rightarrow +\infty. \quad (7)$$

$$\lim_{W_{j,k} \rightarrow +\infty} [\hat{W}_{j,k} - W_{j,k}] = \lim_{W_{j,k} \rightarrow +\infty} \{uW_{j,k} + (1-u)\operatorname{sgn}(W_{j,k}) [1/|W_{j,k}| - \exp(|W_{j,k}| - \lambda)^j/\lambda_1] - W_{j,k}\} = 0. \quad (8)$$

由对称性可知, $W_{j,k} \rightarrow -\infty$ 时, $\lim_{W_{j,k} \rightarrow -\infty} [\hat{W}_{j,k} - W_{j,k}] = 0$ 。综上所述, $\hat{W}_{j,k}$ 随着 $W_{j,k}$ 绝对值的增大, 逐渐接近 $W_{j,k}$, 克服了软阈值函数中存在恒定偏差的缺陷。

3) 新阈值函数的可导性。在阈值为 λ 时, 函数一阶可导甚至多阶可导, 为方便后续数学处理, 一阶可导的推导如下:

$$\left. \frac{\partial \{uW_{j,k} + (1-u)\operatorname{sgn}(W_{j,k}) [1/|W_{j,k}| - \exp(|W_{j,k}| - \lambda)^j/\lambda_1]\}}{\partial W_{j,k}} \right|_{W_{j,k}=\lambda} = \left. \frac{\partial [1/|W_{j,k}| - \operatorname{sgn}(W_{j,k})/\lambda]}{\partial W_{j,k}} \right|_{W_{j,k}=\lambda} = 1/|W_{j,k}|^2. \quad (9)$$

为了更直观地反映新阈值函数, 将其与软、硬阈值函数对比, 曲线由 Matlab 仿真如图 2 所示。该函数曲线趋于二者之间, 解决了大于阈值 λ 的系数进行定值压缩与噪声随着小波系数增大而减少的问题, 双参数阈值的微调节兼具硬阈值函数的优点, 可从通常置为 0 的小波系数中进一步提取有用信号。由于函数具有可导性, 新阈值函数的曲线平滑程度明显优于二者, 可以实现噪声系数和信号系数的平滑过渡。

3 基于小波阈值的独立成分分析图像盲源分离去噪

3.1 盲源去噪分离原理

盲源分离是指在影响因素未知的情况下, 把处于混合状态的观测信号分离并恢复成源信号的过程^[17]。在独立成分分析(ICA)数学模型中, 要求观测信号的个数大于或等于独立源的个数, 只有含噪图像这一观测信号无法满足模型条件。因此, 本文

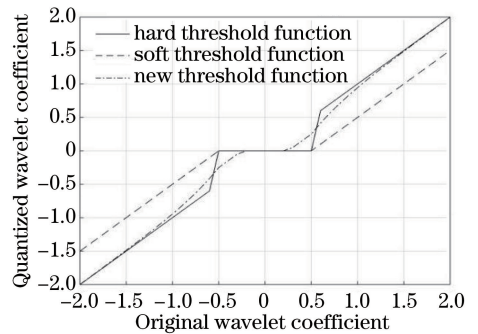


图 2 新型符号函数与硬、软阈值函数的比较

Fig. 2 Comparison of new symbol function with hard and soft threshold function

构建虚拟观测通道作为另一输入信号, 采用 FICA 算法实现小波处理后的光子计数图像的盲源分离, 完成光子计数图像 s 和噪声 n 的分离^[18]。盲源分离过程如图 3 所示。

3.2 FICA 与小波-FICA 算法流程

FICA 算法的核心思想是通过选取目标函数,

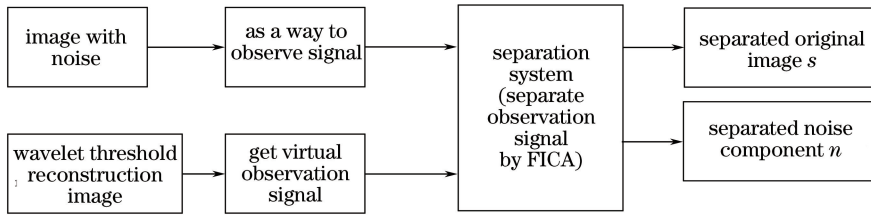


图3 盲源分离过程

Fig. 3 Process of blind source separation

多次迭代来更新矩阵 w_i , 从而使得到的估计量更接近真实的源信号, 具体算法流程可参考文献 [19-20]。

小波-FICA 算法过程如下。

1) 对含噪图像 x_1 进行二维小波分解, 根据设定的阈值与符号函数对分解得到的小波系数进行变换。

2) 重构图像。将不含低频信息的图像作为一个虚拟观测测量 x_2 。

3) 将 x_1, x_2 分别转为一维, 组成一个符合 ICA 模型的混合信号 x :

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{reshape}(x_1, 1, n * n) \\ \text{reshape}(x_2, 1, n * n) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

式中 reshape 函数用于调整矩阵的维度。

4) 按照 FICA 的算法流程, 对混合信号 x 进行处理, 最终完成噪声信号 n 和光子计数图像信号 s 的分离, 得到 s 。

FICA 流程图如图 4 所示。

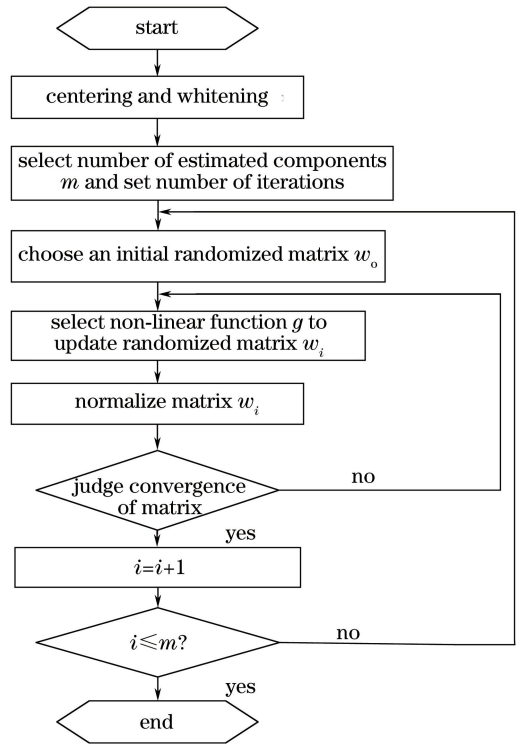


图4 FICA 算法流程图

Fig. 4 Flow chart of FICA algorithm

4 实验仿真与分析

为了研究光子计数图像, 设计搭建了光子计数实验平台。该平台主要由 MPPC 探测器、SC 步进电机控制器、二维电控导轨、LSW101 钨灯光源、宽量程微照度计、计算机、光纤, 以及连接各器件的电缆线组成, 光子计数实验平台的原理框图及实物图如图 5、6 所示。

所获取的 Lena 光子计数如图 7(b) 所示, 小波分解时, 选取 sym4 小波基, 分解层数取 4。本文所做的仿真工作主要是对软、硬阈值函数及新符号函数时的成像结果进行比较。为了证明所选取的 Bayes-Shrink 阈值的优越性, 将其与统一阈值作对比, 结果如图 8、9 所示。

从主观上分析, 图 8 中采用统一阈值的图像去噪效果最差, 虽然噪声点消失, 但是马赛克现象严重, 图像模糊, 达不到去噪效果。采用 Bayes-Shrink 阈值时, 图 9(a) 仍然存在轻微马赛克现象, 无明显

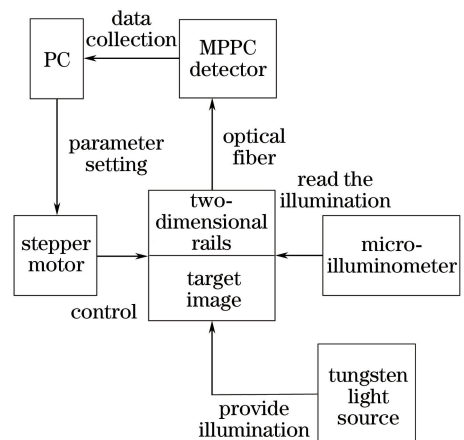


图5 光学实验平台原理框图

Fig. 5 Principle of optical experimental platform

噪声点, 同时丢失过多细节, 图像模糊; 图 9(b) 噪声部分抑制, 细节信息有所保留; 图 9(c) 密集的噪声

点区域被消除,无明显的噪声点颗粒,图像平滑程度提高;图 9(d)边缘与细节特征保留完整,去噪效果显著。

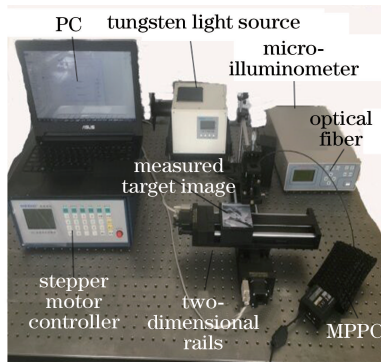


图 6 光学实验平台实物图

Fig. 6 Image of real optical experimental platform

由于主观评价存在随意性,对图像定义好坏的标准也不尽相同。为了进一步比较本文函数及算法的降噪效果,引入两种客观评价指标:均方差(MSE)与峰值信噪比(PSNR),如表 1 所示。MSE反映了与理想图像的逼真程度,即噪声的抑制程度;PSNR也是评价图像降噪效果的指标之一。通常情

况下,PSNR 越大、MSE 越小,说明去噪的效果越好。

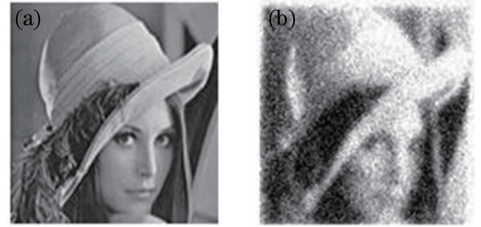


图 7 (a) 标图像与(b)光子计数图像

Fig. 7 (a) Target image and (b) photon count image

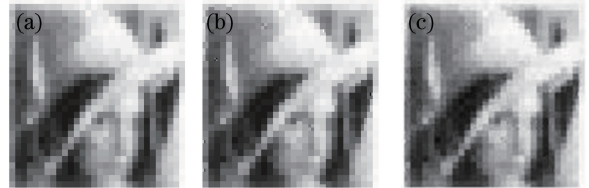


图 8 基于小波统一阈值的去噪效果比较。(a)软阈值函数;(b)硬阈值函数;(c)新符号函数

Fig. 8 Comparison of de-noising effect based on wavelet unified threshold. (a) Soft threshold function; (b) hard threshold function; (c) new symbol function

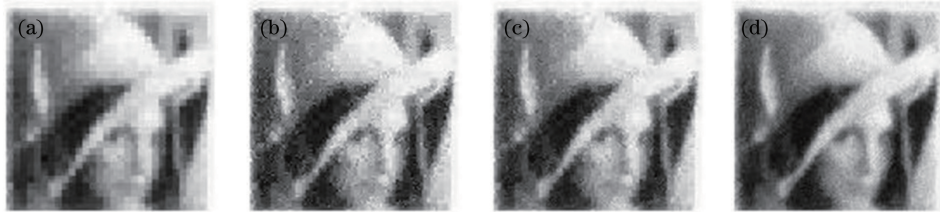


图 9 基于小波 Bayes-Shrink 阈值的去噪效果比较。

(a)软阈值函数;(b)硬阈值函数;(c)新符号函数;(d)新符号函数+FICA

Fig. 9 Comparison of de-noising effect based on wavelet Bayes-Shrink threshold.

(a) Soft threshold function; (b) hard threshold function; (c) new symbol function; (d) new symbol function+FICA

$$V_{\text{PSNR}} = 10 \lg \frac{255^2 \times MN}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [\hat{f}(i,j) - f(i,j)]^2}, \quad (11)$$

$$V_{\text{MSE}} = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [\hat{f}(i,j) - f(i,j)]^2, \quad (12)$$

式中 M 、 N 分别代表图像的行数与列数, f 表示光子计数图像, \hat{f} 表示降噪后的图像。

当阈值为 Bayes-shrink 阈值、阈值函数为新符号函数时, ϵ 取值对 PSNR 值的影响如表 2 所示。

从表 2 可以看出, ϵ 取值在 (0.2, 0.3) 范围内时, 去噪性能较好, 本文取 $\epsilon = 0.15$ 进行运算。

表 1 不同算法的去噪效果比较

Table 1 Comparison of de-noising effects of different algorithms

Image	PSNR	MSE	dB
Fig. 7(b)	24.39	236.62	
Fig. 8(a)	25.58	180.13	
Fig. 8(b)	25.74	173.23	
Fig. 8(c)	26.55	143.84	
Fig. 9(a)	26.78	136.59	
Fig. 9(b)	28.29	96.37	
Fig. 9(c)	29.63	70.73	
Fig. 9(d)	31.17	49.61	

表2 下限阈值参数 ϵ 取不同数值时的 PSNR 值

Table 2 PSNR value under different lower limit threshold parameters

ϵ	PSNR
0.1	28.96
0.2	29.60
0.3	29.56
0.4	28.93
0.5	29.02
0.6	28.56
0.7	28.94
0.8	29.08
0.9	29.21
1.0	28.44
0	19.53
0.15	29.63
0.25	29.21
0.35	28.97
0.45	29.04

5 结 论

改进一种新型符号函数,实现了双阈值多段调节,由仿真结果看出,新型符号函数综合了软、硬函数的优点,具有更好的连续性与可导性,减小了估计的小波系数和处理后小波系数的偏差。基于盲源分离理论,采用快速独立成分分析算法实现了噪声与光子计数图像的分离并取得较好效果。图像的轮廓和细节特征更清晰,具有更高的峰值信噪比和更小的均方差,去噪性能更优越。

参 考 文 献

- [1] Ji Z J. The research of APD single photon counting imaging experiment[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2012: 4-7.
季中杰. APD单光子计数成像实验研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2012: 4-7.
- [2] Chang C. Noise characteristic of AlGaIn avalanche photodiodes measurement and analysis [D]. Shanghai: Graduate School of Chinese Academy of Sciences (Shanghai Institute of Technical Physics), 2015: 22-25.
常超. AlGaIn雪崩光电二极管噪声特性测试及分析[D]. 上海: 中国科学院研究生院(上海技术物理研究所), 2015: 22-25.
- [3] Wang F. Research on the measurement and application of avalanche photodiodes noise [D]. Xi'an: Xidian University, 2011: 39-47.
王芳. 雪崩光电二极管的噪声测试及应用研究[D].

西安: 西安电子科技大学, 2011: 39-47.

- [4] Liu J Y. Research on contour grouping for low-light images [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2010: 18-26.
柳俊彦. 微光图像的轮廓编码研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2010: 18-26.
- [5] Wu W, Peng H, Zhou Z K. Improved FastICA algorithm and its application in noisy blind sources separation [J]. Journal of Information Engineering University, 2013, 14(6): 708-712.
吴微, 彭华, 周正康. 一种改进的 FastICA 算法及其在含噪盲源分离中的应用 [J]. 信息工程大学学报, 2013, 14(6): 708-712.
- [6] Meng Z, Ma Z, Liu D, *et al.* Blind source separation based on wavelet semi-soft threshold denoising [J]. China Mechanical Engineering, 2016, 27(3): 337-342.
孟宗, 马钊, 刘东, 等. 基于小波半软阈值消噪的盲源分离方法 [J]. 中国机械工程, 2016, 27(3): 337-342.
- [7] Cai W H, He X S. Noisy blind source separation based on undecimated wavelet transform and independent component analysis [J]. Computer Engineering and Applications, 2016, 52(16): 180-185.
蔡伟华, 何选森. 基于 UWT 和独立分量分析的含噪盲源分离 [J]. 计算机工程与应用, 2016, 52(16): 180-185.
- [8] Zhao K, Huang G M. FastICA blind source separation based on secondary-wavelet denoising [J]. Ship Electronic Engineering, 2015, 35(6): 36-40.
赵奎, 黄高明. 基于二次小波去噪的 FastICA 盲源分离研究 [J]. 舰船电子工程, 2015, 35(6): 36-40.
- [9] Wang X. The study on blind separation of noisy speech mixtures [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2014: 20-27.
王杏. 带噪混叠语音信号盲分离方法研究 [D]. 北京: 北京交通大学, 2014: 20-27.
- [10] Jia W K, Zhao D A, Ruan C Z, *et al.* Combined method for night vision image denoising based on wavelet transform and ICA [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(9): 9-17.
贾伟宽, 赵德安, 阮承治, 等. 苹果夜视图像小波变换与独立成分分析融合降噪方法 [J]. 农业机械学报, 2015, 46(9): 9-17.
- [11] Wu W. Research on noisy blind source separation algorithm and its application in underwater acoustic

- signals [D]. Zhengzhou: PLA Information Engineering University, 2014: 104-110.
- 吴微. 含噪盲源分离算法的研究及其在水声信号中的应用[D]. 郑州: 解放军信息工程大学, 2014: 104-110.
- [12] Li J, Cheng C K, Jiang T Y, *et al.* Wavelet denoising of partial discharge signals based on genetic adaptive threshold estimation[J]. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 2012, 19(2): 543-549.
- [13] Jiang H, Su Y. Denoising method based on improved wavelet threshold function [J]. *Laser & Infrared*, 2016, 46(1): 119-122.
- 江虹, 苏阳. 一种改进的小波阈值函数去噪方法[J]. *激光与红外*, 2016, 46(1): 119-122.
- [14] Donoho D L, Johnstone J M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage[J]. *Biometrika*, 1994, 81(3): 425-455.
- [15] Chang S G, Yu B, Vetterli M. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2000, 9(9): 1532-1546.
- [16] Li D M, Gai M Y, Li C R, *et al.* Research on adaptive optics image denoising algorithm based on the wavelet-based contourlet transform [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(11): 111001.
- 李东明, 盖梦野, 李超然, 等. 基于小波域的 Contourlet 变换法的自适应光学图像去噪算法研究 [J]. *激光与光电子学进展*, 2015, 52(11): 111001.
- [17] Guo W, Wang R S, Zhang P, *et al.* Image denoising based independent component analysis [J]. *Signal Processing*, 2008, 24(3): 381-385.
- 郭武, 王润生, 张鹏, 等. 基于独立分量分析的图像去噪研究 [J]. *信号处理*, 2008, 24(3): 381-385.
- [18] Zhao C B. Research of image denoising based on blind source separation [J]. Harbin: Harbin Engineering University, 2015: 49-61.
- 赵常兵. 基于盲分离的图像去噪技术研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2015: 49-61.
- [19] Oja E, Yuan Z J. The FastICA algorithm revisited: convergence analysis [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2006, 17(6): 1370-1381.
- [20] Novey M, Adali T. On extending the complex FastICA algorithm to noncircular sources [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(5): 2148-2154.