

## Rudin-Shapiro 光子筛

钟素艺<sup>1</sup>, 夏天<sup>1</sup>, 王草源<sup>1</sup>, 彭操<sup>1</sup>, 陶少华<sup>1,2\*</sup><sup>1</sup>中南大学物理与电子学院, 湖南 长沙 410083;<sup>2</sup>中南大学超微结构与超快过程湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410083

**摘要** 基于 Rudin-Shapiro(RS)非周期序列,提出了一种能简易制作且可在轴向产生两个低色差图像的 RS 光子筛(RSPS)。基于角谱理论,研究了光子筛筛孔的最小直径与对应波带片的最外环宽度的比值对 RSPS 聚焦特性的影响,数值仿真结果表明,当光子筛筛孔的最小直径是对应波带片最外环宽度的 1.398 倍时,RSPS 能在轴向产生相同的高强度的双焦点。不同于 RS 波带片(RSZP)的环带结构,RSPS 的孔状结构更容易制作。此外,对比分析了 RSPS、RSZP 和 Thue-Morse 波带片(TMZP)的聚焦成像特性,理论研究结果表明,RSPS 在轴向两个焦平面产生的图像的色差比 TMZP 的色差低,与 RSZP 的色差近似一样。因此,RSPS 在多色成像,X 射线显微等领域将具有广阔的应用前景。

**关键词** Rudin-Shapiro; 光子筛; 色差; 波带片

中图分类号 O436 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.100501

## Rudin-Shapiro Photon Sieve

Zhong Suyi<sup>1</sup>, Xia Tian<sup>1</sup>, Wang Caoyuan<sup>1</sup>, Peng Cao<sup>1</sup>, Tao Shaohua<sup>1,2\*</sup><sup>1</sup>Physics Science and Electronics, Central South University, Changsha, Hunan 410083, China;<sup>2</sup>Hunan Provincial Key Laboratory of Super-Microstructure and Ultrafast Process, Central South University, Changsha, Hunan 410083, China

**Abstract** A Rudin-Shapiro photon sieve (RSPS) based on the Rudin-Shapiro (RS) aperiodic sequence is proposed. The RSPS can be fabricated conveniently and generate two images with low chromatic aberration. The plane wave angular spectrum theory is used to study the focusing properties of the RSPSs with different ratios of the diameter of the smallest hole of the sieve to the width of the outermost ring of the corresponding zone plate. The numerical simulation results show that when the ratio is 1.398, the RSPS generates twin foci with the same high intensities in the axial direction. Compared with the RS zone plate (RSZP), the RSPS has more tolerance in the fabrication. It is found that the chromatic aberration generated by RSPS is lower than that by Thue-Morse zone plate (TMZP) and approximately the same as that by RSZP. Hence, the RSPS will have potential applications in the fields of the polychromatic imaging, X-ray microscopy and so on.

**Key words** Rudin-Shapiro; photon sieve; chromatic aberration; zone plate**OCIS codes** 050.1970; 050.1965; 050.1960; 130.3990

## 1 引言

德国科学家 Kipp 等<sup>[1]</sup>于 2001 年首次提出了新型衍射元件光子筛的概念,该光子筛采用大量的透光筛孔取代波带片的透光环带,这种孔状结构能够有效抑制轴向的高阶衍射和横向的旁瓣效应,在焦平面产生高分辨率焦点。光子筛优异的光学特性,

使其在高分辨 X 射线显微<sup>[2-3]</sup>,先进光刻<sup>[4-5]</sup>,薄膜太空望远镜<sup>[6-7]</sup>及 X 射线光谱检测<sup>[8]</sup>等领域都有广泛应用。在薄膜太阳望远镜 FalconSAT-7 的最新应用中光子筛对地观测分辨率至少能够达到 1.8 m,并且能连续工作 100 d 完成拍摄任务<sup>[6]</sup>。此外,还能将光子筛应用于稳定捕获多个粒子<sup>[9]</sup>,减小图像色差<sup>[10]</sup>和生物视觉<sup>[11]</sup>等方面。

收稿日期: 2018-04-25; 修回日期: 2018-05-06; 录用日期: 2018-05-09

基金项目: 国家自然科学基金(11674401)、本科生自由探索计划项目(201710533277)

\* E-mail: eshtao@csu.edu.cn

结合远场衍射模型可以计算出光子筛远场衍射的光场分布<sup>[12-13]</sup>,从而可以进一步分析光子筛的光学性能。传统光子筛能在焦平面产生小尺寸的焦斑<sup>[14-15]</sup>,将光子筛的筛孔分布设置为高斯分布<sup>[16-17]</sup>或者将筛孔透过率设置为相位型筛孔<sup>[18]</sup>时,光子筛能进一步减小焦平面上焦斑的尺寸,然而,这些光子筛不能在焦平面产生低色差的图像。研究人员设计的一些波带片和棱镜能够产生低色差图像,例如:分形波带片能在轴向产生带有许多次焦点的主焦点,这些焦点可以用来减小图像的色差,分形波带片的主焦点和次焦点<sup>[19]</sup>在轴向单个主焦点产生一个低色差图像<sup>[20]</sup>;魔鬼棱镜和复合分形波带片在产生低色差图像的同时,也能提升焦点的光强<sup>[21-22]</sup>;Thue-Morse 波带片(TMZP)能在轴向产生两个等强的大焦深焦点,从而在轴向产生两个低色差图像<sup>[23]</sup>。与TMZP相比,Rudin-Shapiro 波带片(RSZP)能在轴向产生两个更低色差的图像<sup>[24]</sup>,但是波带片的环状结构和棱镜的梯度结构不容易制作,相比之下,能够产生低色差图像的光子筛具有制作方面的优势。与分形波带片一样,分形光子筛和具有缺陷结构的分形光子筛都能在轴向产生大焦深的焦点,从而产生低色差的图像<sup>[25-26]</sup>。不同波长的光照射双波长光子筛和多波长光子筛后,轴向各波长产生的主焦点的位置相同,因而能在主焦平面产生低色差图像<sup>[27-28]</sup>。但是,这些光子筛不能在轴向产生两个低色差图像。分形光子筛和斐波那契光子筛都有各自最佳的筛孔直径与对应波带片环带宽度的比值<sup>[25,29]</sup>,但这些比值不能适用于其他类型的非周期光子筛的设计。

基于以上讨论,本文提出了基于 Rudin-Shapiro (RS)非周期序列构造的光子筛,设计了一种容易制作而且能在两个焦平面分别成低色差图像的 RS 光子筛(RSPS)。本文将详细介绍 RSPS 的构造方法,研究 RSPS 的最小筛孔直径与 RSZP 最外环带宽度的比值对光子筛聚焦特性的影响,以及对比分析 RSPS 的多色性成像性质。

## 2 理论模型

### 2.1 设计方法

Rudin<sup>[30]</sup>和 Shapiro<sup>[31]</sup>分别引入了一对多项式偶,当  $n \rightarrow \infty$  时,多项式系数定义了取值为  $\pm 1$  的 RS 序列。数学语言描述 RS 序列为

$$P_0(x) = Q_0(x) = 1,$$

$$P_{n+1}(x) = P_n(x) + \exp(i2\pi 2^n x)Q_n(x),$$

$$Q_{n+1}(x) = P_n(x) - \exp(i2\pi 2^n x)Q_n(x). \quad (1)$$

把 RS 非周期序列的形成规律应用到透光筛孔所在环道的设计中。图 1 为 RSPS 的构造图。图 1(a)为零级到第四级的 RS 序列结构示意图,其中  $S$  表示级次,字母  $A$  代表波带片的高透射率环,字母  $B$  代表波带片的低透射率环。第一级 RS 序列为  $S_0 = A$ ,第二级 RS 序列为  $S_1 = AA$ ,之后级次的 RS 序列可通过双字母变换规则  $AA \rightarrow AAAB, AB \rightarrow AABA, BA \rightarrow BBAB, BB \rightarrow BBBA$  获得<sup>[23]</sup>。因此,通过这种方式可以得到更高级次的 RS 序列,如  $S_2 = AAAB, S_3 = AAABAABA, S_4 = AAABAABAAAABBBAB, \dots$ 。图 1(b)为第四级的一维 RS 序列到二维 RSZP 结构的转换示意图,其中,  $j$  表示第四级 RS 序列中字母所对应的序数,  $r_j$  是与序数  $j$  对应的 RSZP 的半径。按照图 1(b)所示的转换方式,将第四级 RS 序列中各个字母由内向外依次映射到波带片圆环上,即可得到图 1(c)所示的第四级的二维 RSZP。用筛孔代替图 1(c)中的 RSZP 的高透过率环带,就形成了图 1(d)所示的 RSPS,该第四级 RSPS 环带数目为  $2^4 = 16$ ,以此类推第六级 RSPS 环带数目为  $2^6 = 64$ 。

单色平面波照射 RSPS 的衍射示意图如图 2 所示。RSPS 在  $z=0$  平面上,微纳透光筛孔分布在无限大低透射率的平面屏上,任意选取一个筛孔  $P$ , 圆心坐标为  $P(\xi_m, \eta_m)$ ,半径为  $r_m$ ,其中,  $m$  表示自内向外的环带轨道数目,  $n$  表示第  $m$  个轨道上的第  $n$  个筛孔。无限大的不透光屏上圆孔的透过率函数  $C_{irc}(r)$ ,即 RSPS 的透过率函数,可表示为

$$T = C_{irc}(\xi, \eta) = C_{irc}(r) = \begin{cases} 1 & |r - r_{mn}| < r_{mn} \\ 0 & \text{other} \end{cases}. \quad (2)$$

提出的 RSPS 与 RSZP 的结构基本相同,只是大量的独立筛孔取代透明环带。对于光子筛而言,每个环带上的筛孔的分布可以是高斯、均匀或随机的<sup>[16]</sup>,提出的 RSPS 的每个透光环带上的筛孔都是均匀分布的。

### 2.2 衍射模型

纯相位型 RSPS 比纯振幅型 RSPS 具有更高的衍射效率<sup>[32]</sup>,并且纯相位型 RSPS 的透过率可达 100%,故采用纯相位型 RSPS 来研究衍射后轴向光强情况。因此(2)式中 RSPS 的透过率函数  $T$  可以用只含有 0 和  $\pi$  的相位矩阵  $T_p$  来表示。运用角谱理论,可以得到光场在自由空间中的传输分布<sup>[31]</sup>:

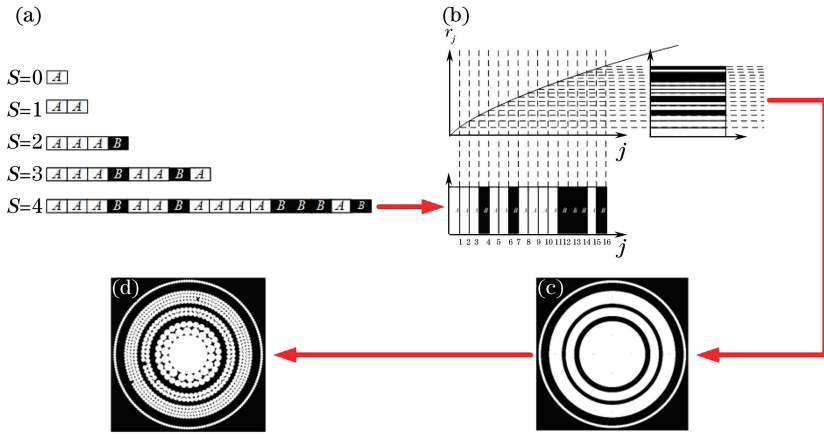


图1 RSPS的构造图。(a)从零级到第四级RS序列结构示意图；

(b)一维RS序列到二维RSZP结构的转换示意图；(c)第四级RSZP；(d)第四级RSPS

Fig. 1 Schematic of the generation of RSPS. (a) Geometrical construction of the RS sequence from zero to order  $S=4$ ;

(b) transformation diagram from the one-dimensional RS sequence to the two-dimensional RSZP; (c) RSZP of  $S=4$ ;

(d) RSPS of  $S=4$

$$E_p = \mathcal{F}^{-1} [\mathcal{F}(T_p) H], \quad (3)$$

式中： $E_p$  为衍射场的复振幅； $\mathcal{F}$  和  $\mathcal{F}^{-1}$  分别代表傅里叶变换和傅里叶逆变换； $H$  为传递函数，具体表达式为

$$H(x, y) = \exp \left[ i2\pi z \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - \left(\frac{x}{L}\right)^2 - \left(\frac{y}{L}\right)^2} \right], \quad (4)$$

式中， $\lambda$  为入射光的波长， $L$  为总的采样网格的长度， $z$  是衍射屏与 RSPS 之间的距离， $x$  和  $y$  分别为网格上格点的横纵坐标。因此，可以通过(3)式来计算图 2 中衍射屏的光强分布。

在模拟仿真 RSPS 的衍射过程中，将空间光调制器的尺寸设为  $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ ，且单个像素尺寸为  $15 \mu\text{m} \times 15 \mu\text{m}$ ，因此 RSPS 的半径为  $3.84 \text{ mm}$ 。根据透过率函数公式<sup>[23]</sup>将一维结构的非周期序列变为二维结构的波带片，可以得到每个环带的外圆的半径，那么对于图 1 中环带数为 16 的第四级 RSPS，由内到外环带宽度是逐渐递减的，依次为  $0.960, 0.398, 0.305, 0.257, 0.227, 0.205, 0.188, 0.175, 0.165, 0.156, 0.148, 0.142, 0.136, 0.131, 0.126, 0.122 \text{ mm}$ ，当取筛孔直径与环带宽度比值为  $1.398$  时，每个环带对应的筛孔直径分别为  $1.342, 0.556, 0.426, 0.359, 0.317, 0.287, 0.263, 0.245, 0.231, 0.218, 0.207, 0.199, 0.196, 0.183, 0.176, 0.171 \text{ mm}$ 。同样的方法可以得到第六级 RSPS 的参数，其半径也为  $3.84 \text{ mm}$ ，环带数为  $64$ ，其中最外层的环带宽度为  $0.030 \text{ mm}$ ，对应的最小筛孔直径为  $0.042 \text{ mm}$ 。

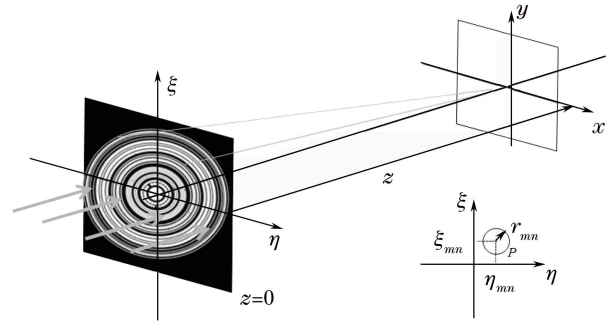


图2 单色平面波通过 RSPS 的衍射示意图

Fig. 2 Schematic of diffraction of monochromatic plane wave through RSPS

### 3 聚焦成像特性分析

#### 3.1 轴向光强分布

波长为  $550 \text{ nm}$  的入射光照射第六级的 RSZP 后将在轴向产生两个焦点。按照菲涅耳积分公式求出两个焦点处的简化坐标  $u$ <sup>[24]</sup>，再利用坐标变换关系  $z = a^2 (2\lambda u)$  求出两个焦点的轴向位置，其中， $a$  是 RSZP 的半径，可以得到第六级的 RSZP 产生的第一个和第二个焦点的焦距分别为  $f_1 = 0.3689 \text{ m}$  和  $f_2 = 0.4846 \text{ m}$ 。同等级次的 RSPS 和 RSZP 有相同焦距的双焦点，因此，波长为  $550 \text{ nm}$  的入射光照射第六级的 RSPS 后产生的第一个和第二个焦点的焦距也分别为  $f_1 = 0.3689 \text{ m}$  和  $f_2 = 0.4846 \text{ m}$ 。与传统光子筛类似，当光子筛的最小筛孔直径  $d$  与对应波带片的最外环环带宽度  $w$  的比值不同时，轴向的两个焦点处的光强大小也不相同。对于菲涅耳光

子筛而言,当  $d/w=1.5, 3.5, 5.5, \dots$  时,光子筛理想焦点处有极大值,当  $d/w=2.4, 4.4, 6.4, \dots$  时,光子筛理想焦点处有极小值<sup>[1]</sup>。对于分形光子筛而言,当  $d/w=1.53$  时,轴向产生的主焦点的强度最大<sup>[24]</sup>。对于斐波那契光子筛,当  $d/w=1.165$  时,轴向产生的两个主焦点的强度相等<sup>[29]</sup>。但是,上述的最佳  $d/w$  不适用于 RSPS,以第六级的 RSPS 为例来求解  $d/w$  的最佳值。图 3 为 RSPS 轴上两个焦点位置处的归一化光强随  $d/w$  的变化曲线。实线代表第一个焦点位置处的强度随  $d/w$  的变化曲线,虚线代表第二个焦点位置处的强度随  $d/w$  的变化曲线。

在设计 RSPS 时,选取在 RSPS 轴向的两个焦点位置处光强值相等时的  $d/w$  作为可选择的比值。当  $d/w < 1$  时,光子筛制作工艺方面的优势被削弱; $d/w > 2$  时,虽然透过的光能量大,但是筛孔重叠严

重。因此,在  $1 < d/w < 2$  范围选择比值。从图 3 可以看出,当  $d/w=1.398, 1.443$  时,两个焦点位置处的强度基本相等;当  $1 < d/w < 1.398$  或  $1.443 < d/w < 2$  时,第一个焦点位置处光强比第二焦点位置处光强小;当  $1.398 < d/w < 1.443$  时,第一个焦点位置处光强比第二焦点位置处光强大。但是,从图 3 可以看出  $d/w=1.398$  的 RSPS 比  $d/w=1.443$  的 RSPS 在两个焦点位置处的光强更强。因此,对于 RSPS 而言, $d/w=1.398$  为最优解。从图 3 中还可以发现,当微孔孔径小于环带宽度,即  $d/w < 1$  时,随着筛孔尺寸的增加,RSPS 的整个透光面积不断增加,两个焦点位置处的光强值也不断增加;当微孔孔径大于环带宽度时,即  $1 < d/w < 2$ ,随着筛孔尺寸的增加,RSPS 的整个透光面积不断增加,但筛孔会不断重叠,从而使两个焦点位置处的光强值不断减小。

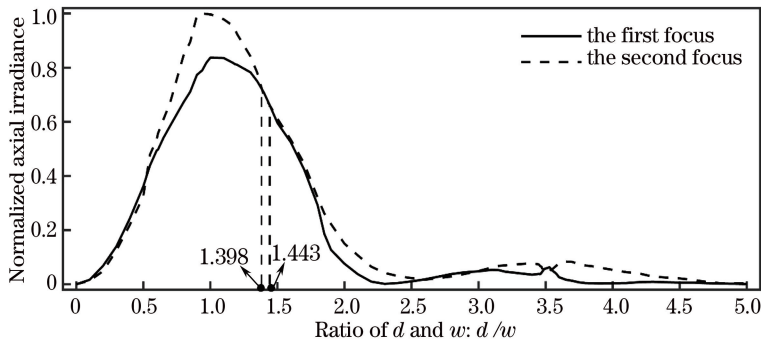


图 3 第六级的 RSPS 的双焦点位置处的归一化光强与  $d/w$  的关系

Fig. 3 Relationship of the normalized intensity and  $d/w$  for the RSPS of  $S=6$

图 4 所示为  $d/w$  分别取 1.1, 1.398, 1.443, 1.85 时的 RSPS 轴向光强最大值归一化的相对强度分布图,其中横坐标为与以波长为 550 nm 的光照射同等级次的菲涅耳波带片的焦距的相对轴向距离。图 4 中的两个黑点表示由角谱理论计算的两个焦点位置处的光强,如图 4(b) 和 4(c) 所示,  $d/w=1.398, 1.443$  的 RSPS 在两个焦点位置处产生的光强基本相等,但是  $d/w=1.398$  的光子筛在两个焦点位置的光强比  $d/w=1.443$  的光子筛在两个焦点位置的光强更强。从图 4(a) 和 4(d) 中可以看出,  $d/w=1.1, 1.85$  的光子筛在第二个焦点位置产生的光强比在第一个焦点位置产生的光强更强。

纯相位 RSPS 的衍射效率是由焦平面焦斑总能量与初始入射光总能量之比计算得到的,为了更精确算出纯相位型 RSPS 的衍射效率,对模拟仿真 RSPS 衍射过程中的空间光调制器的尺寸进行了调整,由原来  $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ , 单个像素尺寸

$15 \mu\text{m} \times 15 \mu\text{m}$ , 调整为  $800 \text{ pixel} \times 800 \text{ pixel}$ , 单个像素尺寸  $9.6 \mu\text{m} \times 9.6 \mu\text{m}$ , 但仿真得到的 RSPS 的半径均为  $3.84 \text{ mm}$ 。分别计算两个焦平面中心线的归一化光强分布,得到第一个焦点在第 401 个像素处有最大值,在第 397 和第 404 个像素处有最小值,因此第一个焦斑半径为  $4 \times 9.6 \mu\text{m} = 38.4 \mu\text{m}$ 。第二个焦点在第 401 个像素处有最大值,在第 396 和第 405 个像素处有最小值,因此第二个焦斑半径为  $5 \times 9.6 \mu\text{m} = 48.0 \mu\text{m}$ 。结合衍射效率的计算公式,计算出第一个和第二个焦斑的衍射效率分别为  $0.66\%$  和  $0.9\%$ 。光子筛是大量的筛孔分布替代波带片中的透明环带,使得光子筛聚焦光束的尖锐性得到了提高,并且其分辨率在波带片的基础上有了进一步的提升,但是光子筛的衍射效率要远低于波带片,因此要牺牲一定的光通量,这使得光子筛适用于对光通量要求不高的亮目标的探测<sup>[33]</sup>。

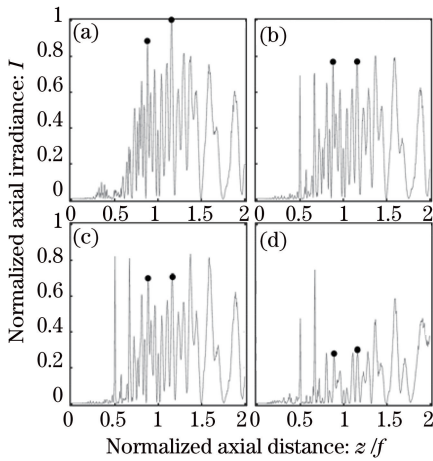


图4 不同  $d/w$  比值的第六级 RSPS 的轴向归一化光强分布,其中两个黑点表示所指的两个焦点。(a)  $d/w=1.1$ ; (b)  $d/w=1.398$ ; (c)  $d/w=1.443$ ; (d)  $d/w=1.85$

Fig. 4 Normalized axial intensities distribution of sixth RSPS with varying  $d/w$  ratios, and the two dots represent the twin foci. (a)  $d/w=1.1$ ; (b)  $d/w=1.398$ ; (c)  $d/w=1.443$ ; (d)  $d/w=1.85$

### 3.2 RSPS 的多色性

图5为TMZP,RSZP和RSPS多色性的对比研究图。图5(a)从上至下分别为650,550,450 nm三种不同波长的光照射第六级的TMZP,RSZP和RSPS后的轴向强度分布。纵坐标为各自波带片的最大光强归一化的相对强度,横坐标为与以波长为550 nm的光照射第六级的菲涅耳波带片的焦距  $f=a^2/(\lambda 2^S)$  的相对轴向距离。从图5(a)中可以看出,相比于TMZP,三种不同波长的光照射RSZP和RSPS后产生的焦点大部分重叠。焦点是指主焦点及其两侧的许多次焦点,这些次焦点的存在扩展了主焦点的焦深。在图5(a)中TMZP产生的两个主焦点旁的次焦点较少,也就是相当于焦深更短,而RSZP和RSPS产生的两个主焦点旁有许多次焦点,也就是相当于有更长的焦深。虽然白光照射后,两个主焦点的位置会产生偏离,但由于RSZP和RSPS的焦深长,两个主焦点区域重叠得更多。如果成像面所在位置存在不同波长的光对应的焦点,那么这个位置能够产生低色差的图像。因此,RSZP和RSPS比同等级次TMZP的成像色差小。

轴向的成像质量可以由三刺激值( $X, Y, Z$ )中的光照度 $Y$ 及轴向色度坐标( $x, y$ )来衡量<sup>[24]</sup>。利用传统方法,计算出RSPS在白光照射下沿着光轴的三刺激值:

$$\begin{cases} X(z) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I(z; \lambda) S(\lambda) \bar{x} d\lambda \\ Y(z) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I(z; \lambda) S(\lambda) \bar{y} d\lambda \\ Z(z) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I(z; \lambda) S(\lambda) \bar{z} d\lambda \end{cases} \quad (5)$$

式中, $S(\lambda)$ 为光源的谱分布函数,  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 为CIE 1931标准色度观察者光谱三刺激值,  $(\lambda_1, \lambda_2)$ 为计算的波长间隔,  $I(z; \lambda) = |E_p|^2$ 为波长为 $\lambda$ 的入射光照射RSPS后传播到 $z$ 平面的强度分布。 $z=1-x-y$ ,故轴向色度坐标( $x, y$ )可表示为

$$\begin{cases} x = \frac{X}{X+Y+Z} \\ y = \frac{Y}{X+Y+Z} \end{cases} \quad (6)$$

利用标准光源C照射第六级的TMZP,RSZP和RSPS,并且数值模拟波长从380 nm到780 nm的光通过RSPS后的轴向光强分布。第六级的TMZP,RSZP和RSPS的光照度 $Y$ 曲线图如图5(b)所示,图5(b)中的横坐标与图5(a)中的一样。在图5(b)和5(c)中,用两个圆圈代表第六级的TMZP,RSZP和RSPS的两个主焦点,三角形和正方形分别代表主焦点轴向两侧光照度为主焦点光照度 $Y$ 的91%的位置。图5(c)分别是第六级的TMZP,RSZP和RSPS的两个焦点色度分布图,图上的黑线、非黑色线(红色线)、圆圈、三角形和正方形分别与图5(b)中的内容相对应。图5(c)的横纵坐标分别为色度坐标 $x, y$ 。当图5(b)中所取的点的位置对应的色度值在图5(c)的色度图中越接近白光点C时,图像越接近真正的彩色图,图像的色差就越小。从图5(c)中可以看出,相比于TMZP的非黑色和黑色曲线的圆圈,RSPS和RSZP的非黑色和黑色曲线的圆圈更接近于白点C。可以通过计算不同波带片产生的双焦点在色度图上的位置与理想白点C的距离来定量说明图5(c)中的色差。其中C点的位置坐标均为(0.3101, 0.3162), TMZP、RSZP和RSPS的黑色线圆圈坐标分别为(0.3103, 0.4100), (0.3019, 0.3410), (0.3168, 0.3512), 那么与C点之间的距离分别为0.0968, 0.0212, 0.0356。TMZP、RSZP和RSPS的非黑色线圆圈坐标分别为(0.3686, 0.5008), (0.3255, 0.3887), (0.3216, 0.3841), 与C点之间的距离分别为0.1936, 0.0689, 0.0349。比较距离可以得出, TMZP产生的双焦点在色度图上的位置与理想白点C的距离最远, RSZP和RSPS相应的两个距离值基本一样, 因此RSPS基本保留了RSZP的多

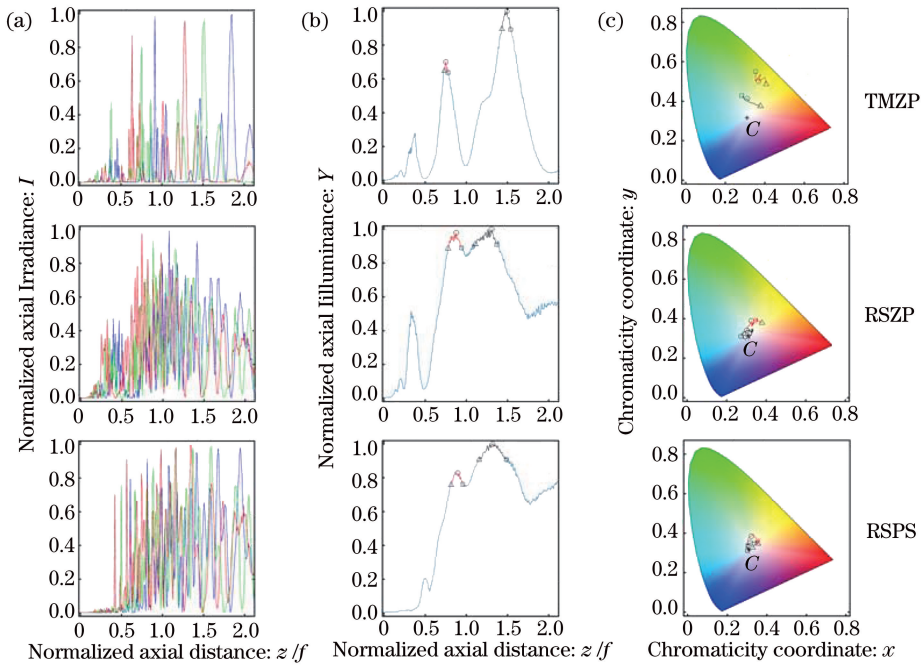


图5 第六级的 TMZP,RSZP 和 RSPS 的多色性。波长为 650,550,450 nm 的光分别照射第六级的 TMZP,RSZP 和 RSPS 后的(a)归一化轴向光强分布,(b)归一化轴向光度和(c)色度分布

Fig. 5 Polychromatic focusing properties of TMZP, RSZP and RSPS of  $S = 6$ . (a) Normalized axial irradiances, (b) normalized axial illuminances, and (c) chromaticity distribution for the TMZP, RSZP and RSPS of order  $S = 6$  irradiated by light of 650, 550, 450 nm, respectively

色性,和 RSZP 产生的两个图像的色差基本一样,并且都比 TMZP 产生的两个图像的色差更低。

## 4 结 论

提出了 RSPS 的理论模型,求解出 RSPS 最小筛孔直径与对应的 RSZP 最外环环带宽度的最佳比值,并对比研究了 RSPS 的多色性。结果表明,RSPS 的最小筛孔直径是对应的 RSZP 最外环环带宽度的 1.398 倍时轴向产生的双焦点的强度相等且最大。同 RSZP 相比,RSPS 更容易制作,且不影响双焦点的低色差成像。因此,RSPS 在光学成像和 X 射线显微等领域具有更广阔的应用。

## 参 考 文 献

- [1] Kipp L, Skibowski M, Johnson R L, *et al.* Sharper images by focusing soft X-rays with photon sieves [J]. *Nature*, 2001, 414(6860): 184-188.
- [2] Wang Y X, Yun W B, Jacobsen C. Achromatic Fresnel optics for wideband extreme-ultraviolet and X-ray imaging[J]. *Nature*, 2003, 424(6944): 50-53.
- [3] He Y, Zhao L X, Tang Y, *et al.* Research progress of photon sieve imaging technology [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2012, 49(9): 090007.
- [4] Menon R, Gil D, Barbastathis G, *et al.* Photon-sieve lithography [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2005, 22(2): 342-345.
- [5] Cao Z, Li Y Q, Liu F. Manufacturable design of 16-22 nm extreme ultraviolet lithographic objective [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(9): 0922005. 曹振, 李艳秋, 刘菲. 16~22 nm 极紫外光刻物镜工程化设计 [J]. *光学学报*, 2013, 33(9): 0922005.
- [6] Andersen G, Asmolova O, McHarg M G, *et al.* FalconSAT-7: a membrane space solar telescope [J]. *Proceeding of SPIE*, 2016, 9904: 99041P.
- [7] Andersen G, Asmolov O, Mcharg M G. FalconSAT-7: a membrane photon sieve CubeSat solar telescope [J]. *Proceedings of SPIE*, 2012, 8442: 84421C.
- [8] Gao Y L, Cao L F, Zhou W M, *et al.* A soft X-ray spectrograph based on photon sieves [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2011, 23(6): 1523-1526. 高宇林, 曹磊峰, 周维民, 等. 基于光子筛的软 X 光谱仪 [J]. *强激光与粒子束*, 2011, 23(6): 1523-1526.
- [9] Ke J, Zhang J Z, Ren Z Y. Two approaches to three-dimensional array foci of generalized Fibonacci structures [J]. *Chinese Optics Letters*, 2016, 14(6):

- 060501.
- [10] He Y, Zhao L X, Tang Y, *et al.* A hybrid doubled achromat based on a photon sieve [J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2014, 125(3): 958-961.
- [11] Gyongy I, Dutton N A W, Henderson R K. Single-photon tracking for high-speed vision [J]. *Sensors*, 2018, 18(2): 323.
- [12] Cao Q, Jahns J. Focusing analysis of the pinhole photon sieve: individual far-field model [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2002, 19(12): 2387-2393.
- [13] Cao Q, Jahns J. Nonparaxial model for the focusing of high-numerical-aperture photon sieves [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2003, 20(6): 1005-1012.
- [14] Andersen G. Large optical photon sieve [J]. *Optics Letters*, 2005, 30(22): 2976-2978.
- [15] Jia J, Jiang J, Xie C Q, *et al.* Photon sieve for reduction of the far-field diffraction spot size in the laser free-space communication system [J]. *Optics Communications*, 2008, 281(17): 4536-4539.
- [16] Sabatyan A, Mirzaie S. Efficiency-enhanced photon sieve using Gaussian/overlapping distribution of pinholes [J]. *Applied Optics*, 2011, 50(11): 1517-1522.
- [17] Sabatyan A, Jaafari S, Roshaninejad P, *et al.* Focusing and imaging properties of a dense Gaussian apodized photon sieve [J]. *Optics Communications*, 2014, 310: 42-47.
- [18] Jia J, Xie C Q. Phase zone photon sieve [J]. *Chinese Physics B*, 2009, 18(1): 183-188.
- [19] Zhang X Y, Cheng S B, Tao S H. Three-dimensional optical tweezers based on Fibonacci zone plate [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(10): 1035001.  
张心宇, 程书博, 陶少华. 基于斐波那契波带片的三维光镊 [J]. *光学学报*, 2017, 37(10): 1035001.
- [20] Furlan W D, Saavedra G, Monsoriu J A. White-light imaging with fractal zone plates [J]. *Optics Letters*, 2007, 32(15): 2109-2111.
- [21] Monsoriu J A, Furlan W D, Saavedra G, *et al.* Devil's lenses [J]. *Optics Express*, 2007, 15(21): 13858-13864.
- [22] Giménez F, Furlan W D, Calatayud A, *et al.* Multifractal zone plates [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2010, 27(8): 1851-1855.
- [23] Ferrando V, Giménez F, Furlan W D, *et al.* Bifractal focusing and imaging properties of Thue-Morse zone plates [J]. *Optics Express*, 2015, 23(15): 19846-19853.
- [24] Xia T, Niu K, Cheng S B, *et al.* Polychromatic focusing properties of Rudin-Shapiro zone plates [C] // 2017 Opto-Electronics and Communications Conference (OECC) and Photonics Global Conference (PGC), July 31-August 4, 2017, Singapore. New York: IEEE, 2017: 1-4.
- [25] Giménez F, Monsoriu J A, Furlan W D, *et al.* Fractal photon sieve [J]. *Optics Express*, 2006, 14(25): 11958-11963.
- [26] Giménez F, Furlan W D, Monsoriu J A. Lacunar fractal photon sieves [J]. *Optics Communications*, 2007, 277(1): 1-4.
- [27] Chung H H, Bradman N M, Davidson M R, *et al.* Dual wavelength photon sieves [J]. *Optical Engineering*, 2008, 47(11): 118001.
- [28] Zhou C X, Dong X C, Shi L F, *et al.* Experimental study of a multiwavelength photon sieve designed by random-area-divided approach [J]. *Applied Optics*, 2009, 48(8): 1619-1623.
- [29] Ke J, Zhang J Y. Focusing and imaging properties of Fibonacci photon sieve [J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(9): 0923001.  
柯杰, 张军勇. 斐波那契光子筛的聚焦成像特性 [J]. *光学学报*, 2015, 35(9): 0923001.
- [30] Rudin W. Some theorems on Fourier coefficients [J]. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 1959, 10(6): 855-859.
- [31] Shapiro H S. *Extremal problems for polynomials* [M]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1951.
- [32] Tao S H, Yuan X C, Lin J, *et al.* Sequence of focused optical vortices generated by a spiral fractal zone plate [J]. *Applied Physics Letters*, 2006, 89(3): 031105.
- [33] Yang W, Wu S B, Wang L H, *et al.* Research advances and key technologies of macrostructure membrane telescope [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2017, 44(5): 475-482, 564.  
杨伟, 吴时彬, 汪利华, 等. 微结构薄膜望远镜研究进展分析 [J]. *光电工程*, 2017, 44(5): 475-482, 564.