

算符组合激发双模压缩真空态的量子特性

叶希梅, 卢道明*

武夷学院机电工程学院, 福建 武夷山 354300

摘要 将 (a, b) 双模产生算符组合和双模压缩算符先后作用在双模真空态上, 构建了算符组合激发双模压缩真空态。采用数值计算方法, 讨论了双模压缩参数和组合系数对 b 模压缩效应、反聚束效应、 Q 参量及两模间纠缠量等量子特性的影响。研究结果表明, b 模光场不呈现压缩效应; 随着压缩参数或组合系数 u 的增大, b 模的反聚束效应和亚泊松分布性质均减弱。随着压缩参数的增大, 两模间纠缠量增大; 双模间纠缠量与算符组合系数间存在非线性关系。

关键词 量子光学; 算符组合; 双模压缩真空态; 量子特性

中图分类号 O431.2 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.012701

Quantum Properties of Two-Mode Squeezed Vacuum States Excited by Combination Operators

Ye Ximei, Lu Daoming

College of Mechanic and Electronic Engineering, Wuyi University, Wuyishan, Fujian 354300, China

Abstract With the successive operation of the creation operator combination of two-mode (a, b) and the two-mode squeezing operator on a two-mode vacuum state, a two-mode squeezed vacuum state excited by combination operators is constructed. By the numerical calculation method, the influences of two-mode squeezing parameter and combination coefficient on the quantum properties such as the squeezing effect of mode b , the anti-bunching effect, the Q parameter and the two-mode entanglement degree are discussed. The study results show that the mode b does not display the squeezing effect while the anti-bunching effect and the sub-Poissonian distribution property of mode b are both weakened with the increase of the squeezing parameter or the combination coefficient u . The entanglement degree between the two modes becomes larger with the increase of the squeezing parameter. And there exists a non-linear relationship between the two-mode entanglement degree and the operator combination coefficient.

Key words quantum optics; combination operator; two-mode squeezed vacuum state; quantum property

OCIS codes 270.5585; 270.6570; 030.5290

1 引言

量子态光场在量子隐形传态、量子密钥分配、量子密集编码和量子计算等方面具有重要作用。因此, 新量子态光场的构建及其量子特性的研究一直是量子光学领域中的重要课题之一。近年来, 对不同物理系统中光场的量子特性已有详细研究^[1-2]。在量子态构建方面, 利用态叠加原理及利用算符作

用在参考态上产生新的量子态是两种常见的方法。1991年, Agarwal等^[3]首次提出将产生算符作用在相干态上的方法来构建激发相干态, 并讨论了它的非经典效应。在此基础上, 研究者们提出了利用产生算符和湮没算符多次作用、光场算符的叠加作用、单双模压缩算符的连续作用以及厄密多项式算符作用等方法构建新的量子态^[4-17]。例如, 兰海江等^[4]重构了相干态的多光子激发相干态, 并讨论了该量

收稿日期: 2017-07-31; 收到修改稿日期: 2017-08-14

基金项目: 福建省自然科学基金(2015J01020)

作者简介: 叶希梅(1980—), 男, 硕士, 讲师, 主要从事量子光学方面的研究。E-mail: yeximei163@163.com

*通信联系人。E-mail: ldming794703@163.com

子态的非经典特性。Wang 等^[5]研究了光子增加双模压缩相干态的统计性质。Biswas 等^[6]讨论了光子减压缩态的消相干。Lee 等^[7]提出了一种利用产生算符和湮没算符的叠加产生相干叠加态的方法。Ren 等^[8]引入厄密多项式光子增加算符,并将其作用在奇偶相干态上,构建了新的量子态。实验上,李强等^[18]获得了纯度为 0.993 的双模压缩态光场。

本文对将算符作用在参考态上构建新量子态的方法进行了推广,将双模产生算符组合作用在双模压缩真空态上,构建了算符组合激发压缩真空态;并采用数值计算方法研究了该量子态的压缩效应、反聚束效应、亚泊松分布和双模间纠缠等量子特性,讨论压缩参数和一模的激发作用对另一模量子特性的影响。

2 算符组合激发双模压缩真空态

在纠缠态 $|\eta\rangle$ 表象中,双模压缩算符^[19]表示为

$$S_2(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2\eta}{\pi\mu} \left| \frac{\eta}{\mu} \right\rangle \langle \eta | = \exp(a^+ b^+ \tanh \lambda) \times \exp[(a^+ a + b^+ b + 1) \ln(\operatorname{sech} \lambda)] \times \exp(-ab \tanh \lambda) = \exp[\lambda(a^+ b^+ - ab)], \quad (1)$$

式中 $\mu = e^\lambda$, λ 为压缩参数, a, b 分别为双模湮灭算符,上标+代表产生算符。

将(1)式表示的双模压缩算符作用在双模真空态 $|00\rangle$ 上,得到双模压缩真空态:

$$|\varphi(0)\rangle = S_2(\lambda) |00\rangle = \operatorname{sech} \lambda \times \exp(a^+ b^+ \tanh \lambda) |00\rangle. \quad (2)$$

现将双模产生算符组合 $ua^+ + vb^+$ (u, v 为相关参数)作用在 $|\varphi(0)\rangle$ 上,构建算符组合激发双模压缩真空态,即

$$|\varphi\rangle = N(ua^+ + vb^+) S_2(\lambda) |00\rangle, \quad (3)$$

式中 N 为归一化系数。

利用双模压缩变换

$$\begin{cases} S_2^+(\lambda) a S_2(\lambda) = a \cosh \lambda + b^+ \sinh \lambda \\ S_2^+(\lambda) b S_2(\lambda) = b \cosh \lambda + a^+ \sinh \lambda \end{cases}, \quad (4)$$

以及归一化条件 $\langle \varphi | \varphi \rangle = 1$,不难推出

$$N^{-2} = \cosh^2 \lambda. \quad (5)$$

下面将利用(3)式讨论 a 模的激发作用对 b 模量子特性的影响。

3 b 模的压缩效应

对于 b 模光场,定义光场算符的两个正交分量

$$\begin{cases} F_1 = \frac{1}{2}(b + b^+) \\ F_2 = \frac{1}{2i}(b - b^+) \end{cases}. \quad (6)$$

由于对易关系 $[F_1, F_2] = i/2$,因此,如果 F_i ($i = 1, 2$)的均方涨落满足

$$\Delta F_i^2 = \langle F_i^2 \rangle - \langle F_i \rangle^2 < \frac{1}{4}, \quad (7)$$

则称光场的 F_i 分量被压缩。

定义反映 F_i 分量被压缩的参量

$$\begin{cases} Y_1 = \frac{1}{4} [\langle b^2 + b^{+2} \rangle + 2\langle b^+ b \rangle] - \frac{1}{4} \langle b + b^+ \rangle^2 \\ Y_2 = \frac{1}{4} [-\langle b^2 + b^{+2} \rangle + 2\langle b^+ b \rangle] + \frac{1}{4} \langle b - b^+ \rangle^2 \end{cases}, \quad (8)$$

则 $Y_i < 0$ ($i = 1, 2$)表示对应的 F_i 分量被压缩。利用(3)式,求得

$$\begin{cases} \langle b \rangle = \langle b^+ \rangle = 0 \\ \langle b^2 \rangle = \langle b^{+2} \rangle = uv \sinh(2\lambda) \\ \langle b^+ b \rangle = \sinh^2 \lambda + u^2 \sinh^2 \lambda + v^2 \cosh^2 \lambda \\ Y_1 = \frac{1}{4} (4uv \sinh \lambda \times \cosh \lambda + 2u^2 \sinh^2 \lambda + 2v^2 \cosh^2 \lambda + 2 \sinh^2 \lambda) > 0 \\ Y_2 = \frac{1}{4} (-4uv \sinh \lambda \times \cosh \lambda + 2u^2 \sinh^2 \lambda + 2v^2 \cosh^2 \lambda + 2 \sinh^2 \lambda) > 0 \end{cases}, \quad (9)$$

这一结果表明 b 模光场不呈现压缩效应。

4 b 模光场的反聚束效应

光场的聚束和反聚束性质,可以用光场的二阶关联函数来描述。对于 b 模光场,二阶关联函数定义为

$$g^2 = \frac{\langle b^{+2} b^2 \rangle}{\langle b^+ b \rangle^2}. \quad (10)$$

定义参量

$$G = g^2 - 1. \quad (11)$$

若 $G < 0$,则表明 b 模光场呈现反聚束效应。利用(3)式,求得

$$\begin{cases} \langle b^+ b \rangle = \sinh^2 \lambda + u^2 \sinh^2 \lambda + v^2 \cosh^2 \lambda \\ \langle b^{+2} b^2 \rangle = 6u^2 \sinh^4 \lambda + 2v^2 \sinh^4 \lambda + v^2 \sinh^2(2\lambda) \end{cases}. \quad (12)$$

利用(10)式和(12)式,当压缩参数 λ 分别取 0.2, 0.5, 1.0 时, G 随组合系数 u 的演化曲线如图 1 所示,其中实线、虚线和点线分别对应于 λ 取 0.2,

0.5, 1.0 的情况。由图 1 可知, 随着压缩参数 λ 逐渐增大, 曲线重心逐渐提高, 反聚束效应减弱, 直至反聚束效应消失。这表明, 随着压缩参数 λ 的增大, b 模的反聚束效应减弱。另一方面, 随着算符组合系数 u 的增大, 反聚束效应也减弱。当 u 大于一定值后, 反聚束效应消失。这表明算符组合系数 u 值的增大即 a 模的激发作用增强, 对 b 模的反聚束效应不利。

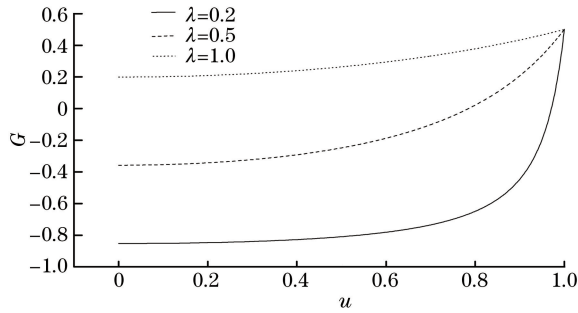


图 1 不同 λ 下 G 随 u 的演化曲线

Fig. 1 G versus u under different λ

5 光场的统计性质

为了描述 b 模光场的亚泊松分布性质, 引入参量

$$Q = \frac{\langle (a^+ a)^2 \rangle - \langle a^+ a \rangle^2}{\langle a^+ a \rangle} - 1 = \frac{\langle a^{+2} a^2 \rangle - \langle a^+ a \rangle^2}{\langle a^+ a \rangle}, \quad (13)$$

Q 等于、大于、小于 0 分别对应统计性质为泊松分布、超泊松分布和亚泊松分布。

将(12)式代入(13)式, 对 Q 参量进行数值计

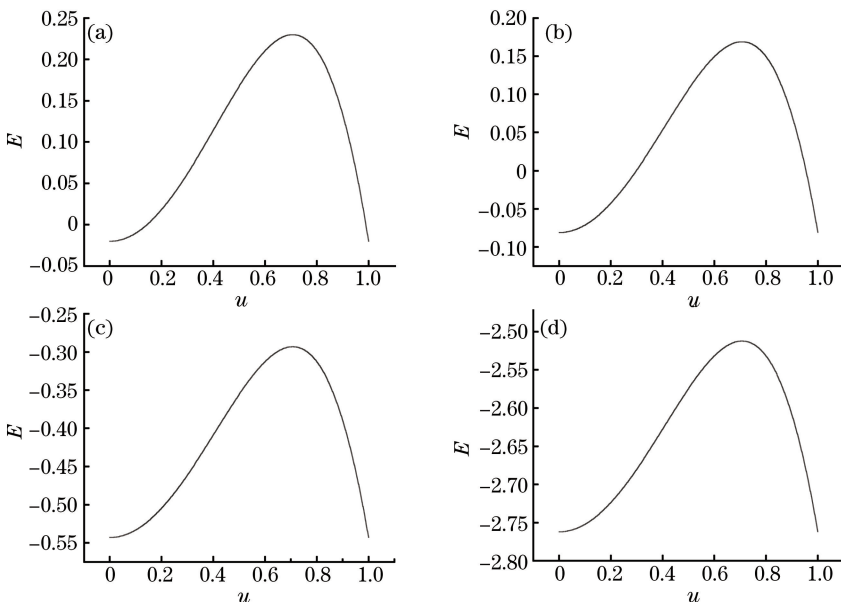


图 3 不同 λ 下 E 随 u 的演化曲线。(a) $\lambda=0.1$; (b) $\lambda=0.2$; (c) $\lambda=0.5$; (d) $\lambda=1.0$

Fig. 3 E versus u under different λ . (a) $\lambda=0.1$; (b) $\lambda=0.2$; (c) $\lambda=0.5$; (d) $\lambda=1.0$

的演化如图 2 所示。可以看到, 随着压缩参数 λ 的增大, Q 参量的演化曲线上移, 光场的亚泊松分布性质减弱。随着算符组合系数 u 的增大, 光场的亚泊松分布性质也减弱。这也表明 u 值的增大即 a 模的激发作用增强, 对 b 模的亚泊松分布不利。

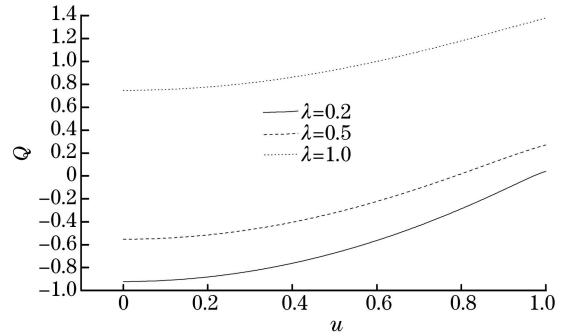


图 2 不同 λ 下 Q 随 u 的演化曲线

Fig. 2 Q versus u under different λ

6 两模间的纠缠

为了描述双模光场两模间的纠缠, 采用 Hillery 等^[20]提出的纠缠度量方法, 定义纠缠量

$$E = \langle a^+ a \rangle \langle b^+ b \rangle - |\langle ab \rangle|^2, \quad (14)$$

若 $E < 0$, 则两模间是纠缠的。利用(3)式, 求得

$$\begin{cases} \langle a^+ a \rangle = \sinh^2 \lambda + u^2 \cosh^2 \lambda + v^2 \sinh^2 \lambda \\ \langle b^+ b \rangle = \sinh^2 \lambda + u^2 \sinh^2 \lambda + v^2 \cosh^2 \lambda \\ \langle ab \rangle = \sinh(2\lambda) \end{cases} \quad (15)$$

将(15)式代入(14)式进行数值计算, 得到双模

间纠缠量 E 随算符组合系数 u 的演化曲线,如图 3 所示。可以看到,随着压缩参数的增大,曲线负值区域增大,负值深度加深。这表明随着压缩参数的增大,态的两模间纠缠量变大。另一方面,随着算符组合系数 u 逐渐增大,双模间纠缠量 E 呈现先减小而后又变大的过程。这体现出 E 与 u 之间的非线性关系。

7 结 论

推广了算符作用构建新量子态的方法,构建了算符组合激发双模压缩真空态。通过对其 b 模的压缩效应、反聚束效应、 Q 参量以及两模间纠缠量的计算,研究了该量子态的量子特性,讨论了双模压缩参数和组合系数 u 对其量子特性的影响,得到以下结论。

1) b 模光场不出现压缩效应。

2) 随着压缩参数的增大, b 模的反聚束效应和亚泊松分布性质减弱。

3) a 模激发作用的增强,对 b 模的反聚束效应和亚泊松分布性质不利。

4) 随着压缩参数的增大,算符组合激发双模压缩真空态的两模间纠缠量增大。 E 与 u 间存在非线性关系。

参 考 文 献

- [1] Cong H L, Ren X Z. Exact solution for quantum properties of the binomial states field interacting with the Λ -type atom[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(2): 0227001.
从红璐, 任学藻. 精确求解与 Λ 型原子作用二项式光场的量子特性[J]. *光学学报*, 2017, 37(2): 0227001.
- [2] Li B, Sa C E F, Guo C L. Quantum properties in a system of two two-level atoms interacting with Pólya state light field[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(3): 032702.
李斌, 萨楚尔夫, 郭彩丽. 两个二能级原子与 Pólya 态光场相互作用系统中的量子特性[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(3): 032702.
- [3] Agarwal G S, Tara K. Nonclassical properties of states generated by the excitations on a coherent state[J]. *Physical Review A*, 1991, 43(1): 492-497.
- [4] Lan H J, Pang H F, Wei L F. Wigner functions of multiple-photon excited coherent states[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, 58(12): 8281-8288.
兰海江, 庞华锋, 韦联福. 多光子激发相干态的

Wigner 函数[J]. *物理学报*, 2009, 58(12): 8281-8288.

- [5] Wang Z, Li H M, Yuan H C, *et al.* Statistical properties of photon-added two-mode squeezed coherent states[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2017, 56(3): 729-740.
- [6] Biswas A, Agarwal G S. Nonclassicality and decoherence of photon-subtracted squeezed states[J]. *Physical Review A*, 2007, 75(3): 032104.
- [7] Lee S Y, Nha H. Quantum state engineering by a coherent superposition of photon-subtraction and addition[J]. *Physical Review A*, 2010, 82(5): 053812.
- [8] Ren G, Du J M, Zhang W H, *et al.* Nonclassicality generated by applying Hermite-polynomials photon-added operator on the even/odd coherent states[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2017, 56(5): 1537-1549.
- [9] Lee S Y, Ji S W, Kim H J, *et al.* Enhancing quantum entanglement for continuous variables by a coherent superposition of photon subtraction and addition[J]. *Physical Review A*, 2011, 84(1): 012302.
- [10] Zhang H L, Wu J N, Liu C J, *et al.* Two-mode excited entangled coherent state: nonclassicality and entanglement[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2017, 56(3): 652-666.
- [11] Wu W F, Fan H Y. Single-mode photon-addition squeezed state and its statistical properties [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2017, 56(8): 2651-2658.
- [12] Xu X X, Yuan H C, Fan H Y. Decoherence of photon-subtracted squeezed vacuum state in dissipative channel[J]. *Chinese Physics B*, 2011, 20(2): 024203.
- [13] Hu L Y, Xu X X, Wang Z S, *et al.* Photon-subtracted squeezed thermal state: nonclassicality and decoherence[J]. *Physical Review A*, 2010, 82(4): 043828.
- [14] Zhou J, Fan H Y, Song J. Photon-subtracted two-mode squeezed thermal state and its photon-number distribution [J]. *International Journal Theoretical Physics*, 2012, 51(5): 1591-1599.
- [15] Zhou J, Song J, Yuan H, *et al.* The statistical properties of a new type of photon-subtracted squeezed coherence state [J]. *Chinese Physics Letters*, 2012, 29(5): 050301.
- [16] Lu D M. Quantum properties of state via operation of light field combination operator on chaotic field[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(7): 0727003.

- 卢道明. 光场组合算符激发混沌场的量子特性[J]. 光学学报, 2015, 35(7): 0727003.
- [17] Zhou J, Fan H Y, Song J. A new two-mode thermo- and squeezing- mixed optical field[J]. Chinese Physics B, 2017, 26(7): 070301.
- [18] Li Q, Deng X W, Zhang Q, *et al.* Experimental preparation of a pure two-mode squeezed state[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(4): 0427001.
李强, 邓晓玮, 张强, 等. 实验制备纯的双模压缩态[J]. 光学学报, 2016, 36(4): 0427001.
- [19] Fan H Y. From quantum mechanics to quantum optics[M]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press, 2005: 17-40.
范洪义. 从量子力学到量子光学[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2005: 17-40.
- [20] Hillery M, Zubairy M S. Entanglement conditions for two-mode states[J]. Physical Review Letters, 2006, 96(5): 050503.