

基于三角形面光源频谱解析解的计算全息图快速生成算法

刘超, 桂进斌, 李俊昌, 宋庆和, 楼宇丽, 刘志强

昆明理工大学理学院, 云南 昆明 650500

摘要 在空间曲面光源的衍射场计算研究中,将曲面光源视为微小三角形面光源的集合是一种流行的算法。基于坐标仿射变换导出任意三角形面光源频谱完整的解析表达式,并给出了特殊频率点的解析表达式,解决了传统方法中部分三角形频谱丢失的问题,提高计算全息图重建像的质量。通过严格的理论分析及计算,准确求解并获得二维、三维任意三角形频谱的解析表达式,简化了求解三维基元三角形频谱的解析表达式,得到使用面元分割的三维物体计算全息图的快速计算方法。理论模拟及实验结果验证了算法的正确性。

关键词 全息; 计算全息图; 三角形; 二维频谱

中图分类号 O438

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.010901

Fast Generation Algorithm of Computer-Generated Hologram Based on Triangular Surface Light Source Frequency Spectrum Analytic Solutions

Liu Chao, Gui Jinbin, Li Junchang, Song Qinghe, Lou Yuli, Liu Zhiqiang

School of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650500, China

Abstract In the study of diffraction field calculation of spatial curved surface light source, it is a popular algorithm that considering the curved surface light source as a set of small triangle surface light sources. The analytic expressions of arbitrary triangular surface light spectrum and special frequency point is derived based on coordinate affine transformation. The problem of partial triangular spectrum loss in the traditional method is solved and the quality of the reconstructed image of the hologram is improved. Through rigorous theoretical analysis and calculation, the analytical expressions of two-dimensional and three-dimensional arbitrary triangular spectrum is solved accurately. The analytical expression of three-dimensional primitive triangular spectrum is simplified. A fast calculation method of 3D objects computing holograms using surface element division is obtained. Theoretical simulation and experimental results verify the validity of this method.

Key words holography; computer-generated hologram; triangle; two-dimensional frequency spectrum

OCIS codes 090.1760; 090.1995; 090.2870

1 引言

在激光应用研究中,空间曲面衍射场的计算通常是一个较困难的问题。近年来,随着计算机及空间光调制器技术的进步,计算全息图的形成及三维

物体实像的显示逐渐成为国内外三维显示技术的一个研究热点^[1-6],在形成三维物体的计算全息图过程中,就涉及到空间曲面衍射场的计算。三维物体计算全息图的生成算法通常分为两类:一类是将物体离散为点光源,三维物光波的传播视为三维点光源

收稿日期: 2017-08-11; 收到修改稿日期: 2017-08-22

基金项目: 国家自然科学基金(61565011,61465005,61540075)、云南省自然科学基金(2014FB132)

作者简介: 刘超(1990—),男,硕士研究生,主要从事全息三维显示方面的研究。E-mail: 1038478317@qq.com

导师简介: 桂进斌(1974—),男,副教授,硕士生导师,主要从事数字全息及三维显示等方面的研究。

E-mail: jinbingui@163.com(通信联系人)

的集合在自由空间中传播到目标平面的叠加。由于将物体离散为大量点光源,虽已有查找表和多种改进方法,但依旧存在采样量巨大、计算速度慢、存储空间占用大、存在近似等问题^[7-11];另一类是将物体视为一定形状微小面元集合,三维物光波视为许多不同法向的面元光源的集合,由于三角形分割在三维图形网格分割中具有很多优点,因此通常选择三角形为微面元。使用面元法时采样量至少可减少三个数量级,其计算速度得到显著提升,并通过与计算机图形学相结合,成像质量得到较大改进^[12-13]。传统面元法需要对每个分割三角形进行傅里叶变换,然后综合所有三角形频谱,速度较慢;Ahrenberg等^[14-15]提出通过求解三角形解析解的方法,提高了计算速度。其后很多学者对其方法进行了改进^[16-17]。Pan等^[18-20]提出了仿射解析面元法,该方法求出了基元三角形频谱解析解,减少了传统面元法三角形绘制、快速傅里叶变换(FFT)及线性插值的步骤,将基元三角形与任意三角形在时域的关系转换为频域的旋转、缩放、平移的组合,进一步求解出基元频谱与目标频谱的关系,其计算速度较其他面元法得到较大提升,并结合计算机图形学得到较高质量的再现像。但当使用目前文献中介绍的面元法进行实际计算时发现,面元法计算表达式中存在约束条件分析不够完善,导致求解任意三角形频谱

时发生频谱丢失现象;面元法计算表达式的复杂,导致计算全息图的生成速度速度过慢。这些因素给计算全息图的生成和图像的准确重建带来一定影响。

本文通过严格的理论分析,基于平面波照射三角形孔透射波的频谱的解析解^[21],导出二维三角形平面频谱的解析解,根据仿射变换理论,导出空间任意三角形的频谱解析解,对二维、三维图形采用唯一的基元三角形进行计算,简化了部分解析求解的基元三角形表达式;基于角谱的衍射理论及三角形面元分割方法,生成二维和三维物体的计算全息图,给出了相应的模拟计算结果和实验验证结果,并与相关文献进行了比较。结果表明,所提出的解析表达式能够准确清晰地重建二维图像与三维空间物体图形。对全息显示中计算全息图的准确计算及图像重建提供了有益参考。

2 任意三角形频谱解析解

2.1 二维任意三角形频谱解析解

二维坐标系中定义两个局部坐标系(图1),分别为源坐标系 X_0Y_0 和目标坐标系 XY ,在二维源坐标系中定义顶点为 $(0,0)$ 、 $(0,1)$ 、 $(1,1)$ 的基元三角形 $f(x_0, y_0)$ (三角形内部函数值为1,其他为0),定义 $g(x, y)$ 为目标坐标系的任意三角形(三角形内部函数值为1,其他为0)。



图1 二维坐标关系图。(a)基元三角形坐标系 X_0Y_0 ; (b)任意三角形坐标系 XY

Fig. 1 Two-dimensional coordinate relation diagram. (a) Primitive triangular coordinate system X_0Y_0 ; (b) arbitrary triangular coordinate system XY

由于二维坐标系中任意两组坐标基之间都存在仿射变换关系,三角形 $g(x, y)$ 是 $f(x_0, y_0)$ 的仿射变换,则三角形顶点向量组坐标 xy 、 x_0y_0 满足关系^[17]:

$$\begin{cases} x = a_1x_0 + a_2y_0 + t_1 \\ y = a_3x_0 + a_4y_0 + t_2 \end{cases}, \quad (1)$$

核心参数 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 t_1 、 t_2 可通过三角形顶点向

量组的伪逆矩阵求得。

根据傅里叶分析理论,坐标系 X_0Y_0 下基元三角形 $f(x_0, y_0)$ 的频谱为

$$F(f_{x_0}, f_{y_0}) = \iint f(x_0, y_0) \exp[-j2\pi(x_0f_{x_0} + y_0f_{y_0})] dx_0 dy_0, \quad (2)$$

根据图1对上式进行积分运算后可得:

$$F(f_{x_0}, f_{y_0}) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & f_{x_0}, f_{y_0} = 0 \\ \frac{1 - \exp(-j2\pi f_{x_0})}{4\pi^2 f_{x_0}^2} + \frac{1}{j2\pi f_{x_0}}, & f_{x_0} = 0, f_{y_0} \neq 0 \\ \frac{\exp(-j2\pi f_{y_0}) - 1}{4\pi^2 f_{y_0}^2} - \frac{\exp(-j2\pi f_{y_0})}{j2\pi f_{y_0}}, & f_{x_0} \neq 0, f_{y_0} = 0 \\ \frac{1}{j2\pi f_{y_0}} - \frac{\exp(-j2\pi f_{y_0}) - 1}{4\pi^2 f_{y_0}^2}, & f_{x_0} + f_{y_0} = 0, f_{y_0} \neq 0 \\ \frac{\exp(-j2\pi f_{y_0}) - 1}{4\pi^2 f_{y_0} f_{x_0}} + \frac{1 - \exp[-j2\pi(f_{x_0} + f_{y_0})]}{4\pi^2 f_{x_0}(f_{x_0} + f_{y_0})}, & \text{others} \end{cases}, \quad (3)$$

坐标系 XY 中三角形 $g(x, y)$ 的频谱为

$$G(f_x, f_y) = \iint g(x, y) \exp[-j2\pi(xf_x + yf_y)] dy dx, \quad (4)$$

用 $F(f_{x_0}, f_{y_0})$ 表示 $G(f_x, f_y)$, 将(1)式代入(4)式, 并将积分变量变为 $x_0 y_0$ 整理后得:

$$G(f_x, f_y) = \iint |J| \cdot K \cdot f(x_0, y_0) \cdot \exp[-j2\pi(f'_{x_0} x_0 + f'_{y_0} y_0)] dx_0 dy_0, \quad (5)$$

式中 $K = \exp[-j2\pi(t_1 f_{x_0} + t_2 f_{y_0})]$, $J = a_1 a_4 - a_2 a_3$, $f'_{x_0} = a_1 f_{x_0} + a_3 f_{y_0}$, $f'_{y_0} = a_2 f_{x_0} + a_4 f_{y_0}$ 。

(5)式简化为

$$G(f_x, f_y) = |J| \cdot K \cdot F(f'_{x_0}, f'_{y_0}). \quad (6)$$

至此, (3)式补充完善了文献[17]求解二维平面基元三角形频谱的解析解, 并通过仿射变换得到了求解任意三角形频谱表达式[(6)式]。



图2 三维坐标关系图。(a)基元三角形坐标系 $X_0 Y_0 Z_0$; (b)任意三角形坐标系 XYZ

Fig. 2 Relation diagram of three-dimensional coordinate. (a) Primitive triangular coordinate system $X_0 Y_0 Z_0$; (b) arbitrary triangular coordinate system XYZ

核心参数 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, t_1, t_2, t_3$ 可由基元三角形面元顶点向量组的奇异值分解求得^[18]。

根据傅里叶分析理论, 坐标系 $X_0 Y_0 Z_0$ 中 $Z_0 = 0$ 处基元三角形 $f(x_0, y_0, z_0)$ 的频谱为

2.2 三维空间任意三角形频谱解析解

由2.1节可知, 同样在三维空间中定义两个坐标系(图2): 源坐标系 $X_0 Y_0 Z_0$ 和目标坐标系 XYZ 。在三维源坐标系中定义顶点分别为 $(0, 0, 0)$ 、 $(c, 0, 0)$ 、 $(0, a, 0)$ 的基元三角形 $f(x_0, y_0, z_0)$ (三角形内部函数值为1, 其他为0), $g(x, y, z)$ 为三维目标坐标系下的任意三角形(三角形内部函数值为1, 其他为0)。

三维空间中任意两组坐标基都存在三维仿射变换关系。三角形 $g(x, y, z)$ 是 $f(x_0, y_0, z_0)$ 的仿射变换, 则三角形顶点向量组坐标 $x_0 y_0 z_0, x y z$ 满足关系^[16, 20]:

$$\begin{cases} x = a_1 x_0 + a_2 y_0 + a_3 z_0 + t_1 \\ y = a_4 x_0 + a_5 y_0 + a_6 z_0 + t_2 \\ z = a_7 x_0 + a_8 y_0 + a_9 z_0 + t_3 \end{cases}, \quad (7)$$

$$F(f_{x_0}, f_{y_0}, f_{z_0}) = \iint f(x_0, y_0, z_0 = 0) \cdot \exp[-j2\pi(x_0 f_{x_0} + y_0 f_{y_0})] dx_0 dy_0, \quad (8)$$

由基元三角形积分运算后得:

$$F(f_{x_0}, f_{y_0}, f_{z_0}) = \begin{cases} \frac{ac}{2}, & f_x, f_y = 0 \\ \frac{c \exp(-j2\pi a f_y) [\exp(j2\pi a f_y) - 1]}{4a\pi^2 f_y^2} + \frac{c}{j2\pi f_y}, & f_x = 0, f_y \neq 0 \\ [\exp(-2\pi c f_x) - 1] \left(\frac{ja}{2\pi f_x} - \frac{a}{4c\pi^2 f_x^2} \right) + \frac{a \exp(-j2\pi c f_x)}{j2\pi f_x}, & f_x \neq 0, f_y = 0 \\ -\frac{c \exp(-j2\pi a f_y)}{j2\pi f_y} - \frac{c [\exp(-j2a\pi f_y) - 1]}{4a\pi^2 f_y^2}, & f_x \neq 0, f_y \neq 0, cf_x - af_y = 0 \\ \frac{\exp(-j2\pi c f_x) - 1}{4\pi^2 f_x f_y} - \frac{c \exp(-j2\pi a f_y) [\exp(cf_x - af_y) - 1]}{2\pi^2 f_y (cf_x - af_y)}, & \text{others} \end{cases} \quad (9)$$

坐标系 XYZ 中三角形 $g(x, y, z)$ 对应的频谱为

$$G(f_x, f_y, f_z) = \iint\limits_{\Delta} g(x, y, z=0) \cdot$$

$$\exp[-j2\pi(xf_x + yf_y + zf_z)] dx dy, \quad (10)$$

将(7)式代入(10)式,并将积分变量变为 $x_0 y_0$ 整理后得:

$$G(f_x, f_y, f_z) = \iint\limits_{\Delta} |J| \cdot K \cdot f(x_0, y_0, z_0=0) \cdot \exp[-j2\pi(x_0 f'_x + y_0 f'_y)] dx_0 dy_0, \quad (11)$$

式中 $J = a_1 a_5 - a_2 a_4 + (a_2 a_6 - a_3 a_5) f_{x_0}/f_{z_0} + (a_3 a_4 - a_1 a_6) f_{y_0}/f_{z_0}$, $K = \exp[-j2\pi(t_1 f_{x_0} + t_2 f_{y_0} + t_3 f_{z_0})]$, $f'_x = a_1 f_{x_0} + a_2 f_{y_0} + a_7 f_{z_0}$, $f'_y = a_5 f_{x_0} + a_6 f_{y_0} + a_8 f_{z_0}$.

(11)式简化为

$$G(f_x, f_y, f_z) = |J| \cdot K \cdot F(f'_x, f'_y), \quad (12)$$

(12)式为三维平面上任意三角形频谱的完整解析解。该式定义唯一的基元三角形,简化了文献[16]将任意三角形按最长边分为两个直角三角形的复杂解析计算,修正文献[16]和[20]中的表达式。至此解决了二维三维场景计算中部分任意三角形频谱丢失而得不到重建像的问题。

根据标量衍射理论,若输入物光场为 $u_0(x_0, y_0)$, 全息面物光场由衍射的角谱理论可以描述为

$$U(x, y) = F^{-1} \{ F[u_0(x_0, y_0)] \cdot H(f_x, f_y) \}. \quad (13)$$

设三维物体表面由 N 个相互连接的三角形面元组成,第 i 个面元的频谱为 $G_{ai}(f_{xi}, f_{yi})$, 物平面到全息面的距离为 d , 则到达全息面的物光场为 N 个三角形面元物光场的叠加,用(6)、(12)、(13)式统一表示为

$$U_{\Sigma}(x, y) = F^{-1} \left\{ \left[\sum_{i=1}^N G(f_{xi}, f_{yi}) \right] \cdot \exp \left[j \frac{2\pi d}{\lambda} \sqrt{1 - (\lambda f_{xi})^2 - (\lambda f_{yi})^2} \right] \right\}, \quad (14)$$

式中 λ 为相应物光波长,由(14)式求得全息面物光场,加入参考光干涉形成全息图。

3 模拟验证

3.1 二维平面图形

在二维目标坐标系取顶点向量组坐标为 $(-4, 2)$ 、 $(3, 3)$ 、 $(1, 8)$ 的任意三角形,基元三角形顶点向量组取图 1(a)。任意三角形所在物平面宽度 $L = 20$ mm, 采样数为 512×512 , 模拟软件使用 MATLAB R2014b。对本研究推导的结果[(6)式]进行模拟验证,并与文献[17]的模拟结果进行比较,如图 3 所示。从结果可看出,在文献[17]中,由于分析条件不完善,频谱解析解计算结果存在频谱丢失,IFFT 运算不能重建原图像,由(3)式得到求解任意三角形频谱的(6)式能够准确完整地计算出任意三角形的频谱,IFFT 得到了正确的结果。

接下来对二维平面图形汉字“上”进行模拟验证。将汉字划分为 8 个三角形网格并分别由(6)、(14)式进行计算。模拟中汉字“上”所在物平面宽度 $L = 26.6$ mm, 全息面宽度 $L' = 8.19$ mm, 采样数为 1024×1024 , 衍射距离 $d = 400$ mm。基于角谱衍射理论和一次 IFFT 计算全息面物光场,模拟所得结果如图 4 所示。从结果可看出,(6)式可以准确地计算由多个三角形网格组成的二维平面图形频谱并重建二维图形,并得到了准确的模拟结果。综合来看,(3)式补充了文献[17]基元三角形频谱解析解的分析不完善性,所得结果对单一任意三角形和由多个三角形网格组成的二维平面图形都能准确地计算得到频谱解析解,并重建原图形。

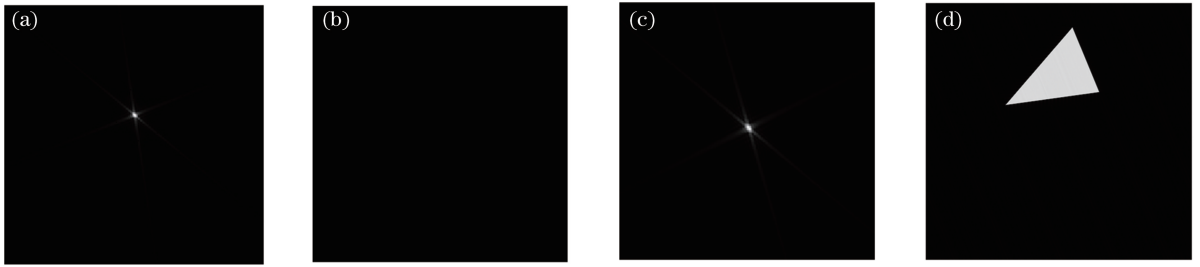


图3 任意三角形频谱解析模拟验证。(a)根据文献[17]得到的频谱;(b)文献[17]IFFT重建结果;(c)根据(6)式得到的任意三角形频谱;(d)(6)式 IFFT 重建结果

Fig. 3 Simulation verification of arbitrary triangular frequency spectrum analysis solution. (a) Frequency spectrum from ref. [17]; (b) IFFT reconstruction result in ref. [17]; (c) arbitrary triangle frequency spectrum from formula (6); (d) IFFT reconstruction result by formula (6)

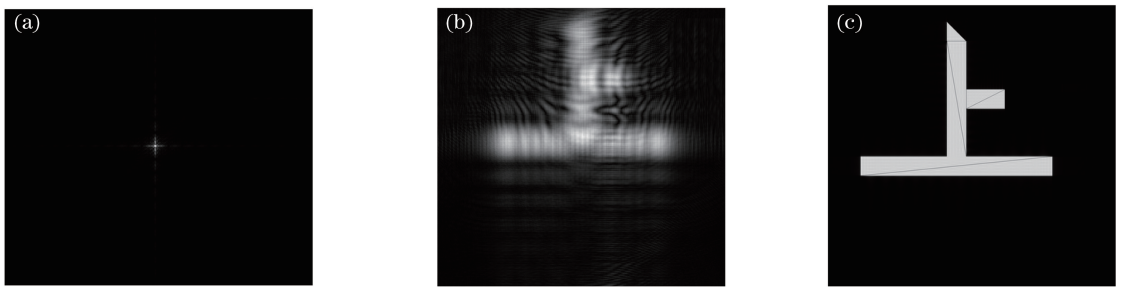


图4 汉字“上”模拟验证。(a)三角形网格叠加频谱;(b)叠加频谱 400 mm 衍射场;(c)衍射场模拟重建

Fig. 4 Simulation verification of Chinese character “上”. (a) Triangular mesh superimposed frequency spectrum; (b) superimposed frequency spectrum for 400 mm diffraction field; (c) simulation and reconstruction of diffraction field

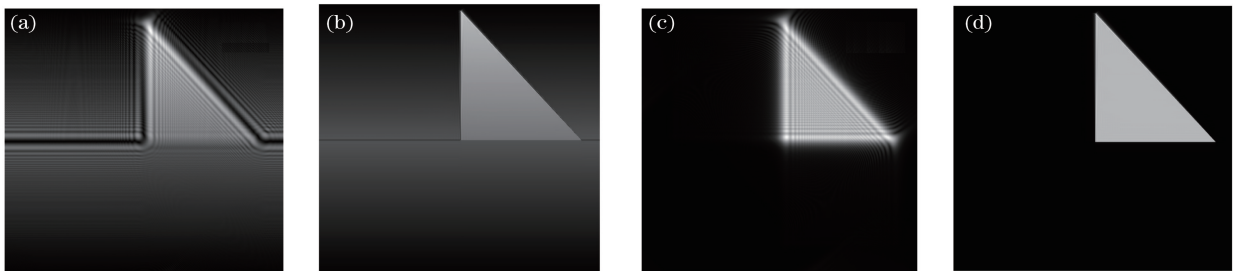


图5 文献[16]与(9)式模拟结果对比。(a)文献[16]基元三角形 200 mm 衍射场;(b)文献[16]衍射重建结果;(c)(9)式基元三角形 200mm 衍射场;(d)(9)式衍射重建结果

Fig. 5 Comparion of simulation results of ref. [16] and formula (9). (a) Diffraction field of primitive triangular 200 mm in ref. [16]; (b) diffraction reconstruction result in ref. [16]; (c) diffraction field of primitive triangular 200 mm in formula (9); (d) reconstruction result by formula (9)

3.2 三维图形

3.2.1 空间任意三角形模拟

根据文献[16]对(9)式空间基元三角形频谱解析解进行模拟。如图2(a)所示,空间基元三角边长 $a=8\text{ mm}$, $c=5\text{ mm}$ 并绕 x 轴旋转 45° 形成空间基元三角形。基元三角形所在物平面宽度 $L=12\text{ mm}$,采样数为 512×512 ,衍射距离 $d=200\text{ mm}$,分别由文献[14]的表达式及(9)式并基于角谱衍射理论和一次 IFFT 进行计算,结果如图5

所示。从模拟结果可看出,(9)式修正了文献[16]基元三角形频谱计算表达式的准确性,得到了正确的模拟结果。对于文献[20]存在的同样问题不再赘述。采用唯一的基元三角形进行计算,与文献[16]将空间中任意三角形沿最长边分为两个彼此相连的直角三角形并求解其频谱解析解的计算方法相比,其降低了解析求解基元三角形频谱计算表达式的复杂性,提高了计算准确度。

利用坐标顶点为 $(0,0,0)$ 、 $(6,0,0)$ 、 $(6,6,45)$ 的

空间任意三角形对(12)式进行模拟计算。模拟中,任意三角形所在物平面宽度 $L = 13 \text{ mm}$, 采样数为 512×512 , 衍射距离 $d = 200 \text{ mm}$ 。模拟结果如图 6 所示, 从结果可看出, 由(12)式并基于角谱衍射理论及进行一次 IFFT 计算得到的模拟结果, 靠近 $z = 0$

平面的直角边是清楚的, 远离部分逐渐出现衍射条纹, 如图 6(c) 所示; 最远处顶点衍射条纹最为明显 [图 6(d)], 具有明显的三维景深效果, 说明利用(12)式求解空间中任意三角形的计算结果是正确的。

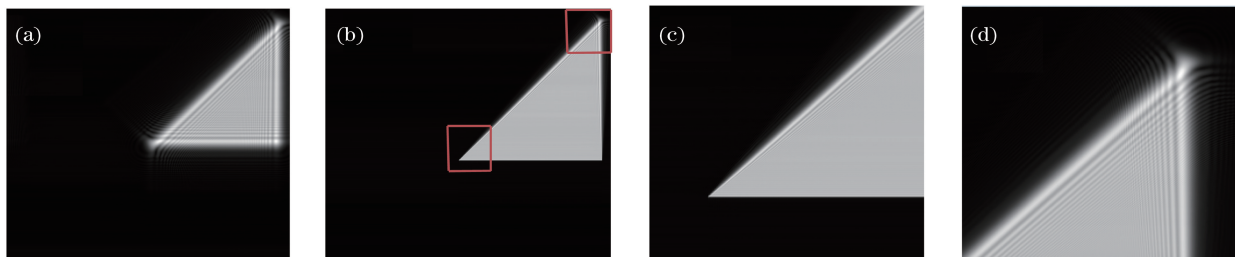


图 6 空间任意三角形模拟结果。(a)空间任意三角形 200 mm 衍射场;(b)衍射重建;
(c)三角形左顶点局部放大图;(d)三角形上顶点局部放大图

Fig. 6 Simulation result of space arbitrary triangular. (a) Diffraction field of space arbitrary triangle 200 mm ;
(b) diffraction reconstruction; (c) partial enlarged view of the left vertex of triangle;
(d) partial enlarged view of the top vertex of triangle

3.2.2 空间三维物体模拟

对由 3DS MAX 生成的简单三维四棱锥物体进行模拟。四棱锥空间位置由 MATLAB 重构, 如图

7(a) 所示。将三维四棱锥模型分为 8 个空间三角形, 由(12)、(14)式进行计算模拟。模拟四棱锥景深为 14.15 mm , 所在物平面宽度 $L = 26.6 \text{ mm}$, 全息面

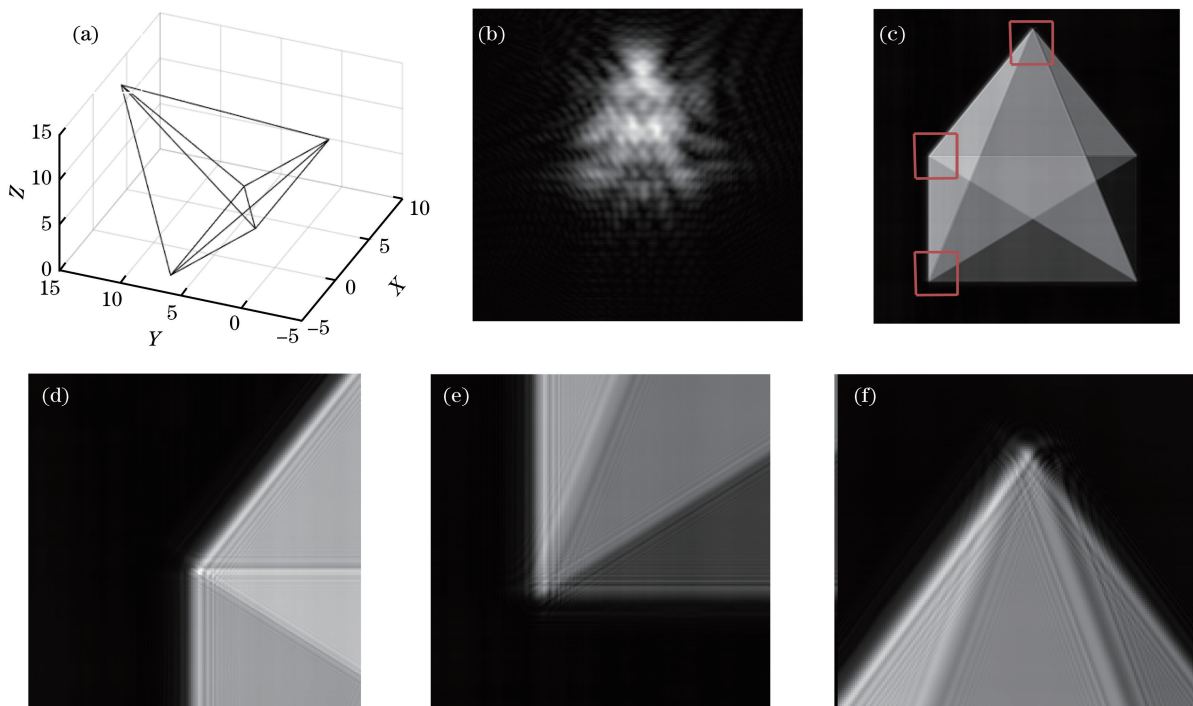


图 7 三维四棱锥模拟结果。(a) MATLAB 还原三维图;(b)叠加频谱 400 mm 衍射场;(c)衍射模拟重建;
(d)四棱锥底面左上顶点放大图;(e)四棱锥底面左下顶点放大图;(f)四棱锥顶点放大图

Fig. 7 Simulation results of three-dimensional rectangular pyramid. (a) Simulated reconstruction of three-dimensional graph by MATLAB; (b) diffraction field of superimposed spectrum 400 mm; (c) diffraction simulation reconstruction; (d) enlarged image of the left top vertex of rectangular pyramid bottom; (e) enlarged image of the left lower vertex of rectangular pyramid bottom; (f) enlarged image of the top vertex of quadrangular pyramid

宽度 $L' = 8.19$ mm, 取样数为 1024×1024 , 衍射距离 $d = 400$ mm。基于角谱衍射理论及一次 IFFT 的计算结果如图 7 所示(未进行遮挡处理)。从结果可看出在靠近 $z = 0$ 平面三维四棱锥底面棱是清晰的像, 如图 7(d) 所示; 远离 $z = 0$ 平面的重建像出现明显衍射条纹[图 7(e)和(f)], (12)式准确地计算重建出由多个空间三角形组成的三维物体, 得到较好的三维重建结果。综上所述, 由(9)式得到的(12)式可以准确地计算空间单个任意三角形和由多个空间三角形组成的三维物体频谱, 并准确重建原图形。

3.3 计算用时比较

分别对三维空间任意单一三角形和空间物体计算用时与文献[16]所提方法进行分析, 整个计算时间包括数据读取、计算全息图生成及重建过程, 计算时间如表 1 所示。由表 1 可以看出, 在同为 $1024 \text{ pixel} \times 1024 \text{ pixel}$ 分辨率计算下, 由于简化了计算复杂度, 与文献[16]所提方法计算时间比较来看, 三维空间任意单一三角形及空间三维空间物体计算耗时都得到缩短, 计算速度得到 25% 以上的提升。

表 1 计算用时

Table 1 Calculation time

Model	A single random triangle	Rectangular pyramid
Algorithm in ref. [16]	13.9618	108.6943
Simplified algorithm	10.6172	79.9629

4 实验验证

实验中采用波长为 $\lambda = 500$ nm 的半导体激光器作为参考光, 光路如图 8 所示, 激光自左向右依次经过全反透镜 M, 扩束准直后投向分束镜 S, 经过分束镜 S 的反射光作为参考再现光投向分辨率为 $1080 \text{ pixel} \times 1920 \text{ pixel}$ 、像元宽度为 0.008 mm 的反射式空间光调制器(LCoS)的液晶面板, 经液晶面板反射的光经透射分束镜 S 后, 在观察屏上获得再现物体像。

利用图 4(c)、图 7(d)的结果分别生成对应尺寸为 $L_x \times L_y = 15.36 \text{ mm} \times 8.64 \text{ mm}$ 、分辨率为 $1080 \text{ pixel} \times 1920 \text{ pixel}$ 的相位型全息图, 并加载于 LCoS, 衍射距离为 $d = 400$ mm, 并用数码相机接收重建像。实验结果如图 9 所示。实验中得出了清晰准确的再现象, 理论模拟结果与实验验证结果相吻合, 准确地重建了物体像, 进而从理论模拟与实验结果验证了本研究中理论计算结果的准确性。

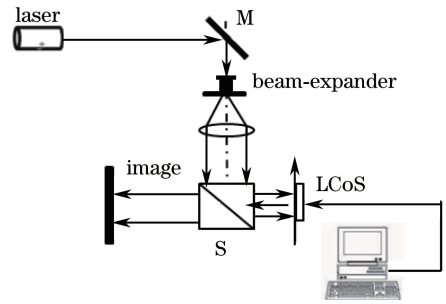


图 8 实验光路图

Fig. 8 Optical path diagram of experiment

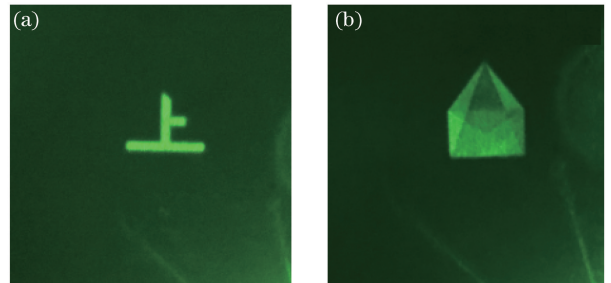


图 9 实验结果。(a)汉字“上”; (b)三维四棱锥

Fig. 9 Experimental results. (a) Chinese character “上”; (b) three-dimensional rectangular pyramid

5 结 论

通过对二维、三维基元三角形系统精确的计算, 准确求解出全面的二维、三维基元三角形解析的完整表达式, 并给出具体的计算机模拟及实验结果。通过严格的理论分析计算, 完善了文献[17]基元三角形频谱解析表达式, 修正了文献[16]和[20]求解基元三角形的部分表达式, 使用唯一的基元三角形, 简化了文献[16]中需要用两个彼此相连的空间三角形而带来的复杂的计算解析表达式, 降低了计算复杂度。本方法解决了计算过程中解析表达式求解不精确带来的部分频谱丢失导致图像不能重建的问题, 且计算速度大约为几种传统面元法的两倍左右。理论计算、计算机模拟及实验验证结果表明, 该理论计算结果够准确地重建二维图像和三维空间物体。

参 考 文 献

- [1] Yamaguchi K, Sakamoto Y. Computer generated hologram with characteristics of reflection: reflectance distributions and reflected images [J]. Applied Optics, 2009, 48(34): H203-H211.
- [2] Kim H, Hahm J, Lee B. Mathematical modeling of triangle-mesh-modeled three-dimensional surface

- objects for digital holography [J]. *Applied Optics*, 2008, 47(19): D117-D127.
- [3] Ahrenberg L, Benzie P, Magnor M. Computer generated holograms from three dimensional meshes using an analytic light transport model [J]. *Applied Optics*, 2008, 47(10): 1567-1574.
- [4] Huebschman M, Munjuluri B, Garner H. Dynamic holographic 3-D image projection [J]. *Optics Express*, 2003, 11(5): 437-445.
- [5] Sato K, Sugita A, Morimoto M, *et al.* Reconstruction of full-color images with a RGB time-sharing holographic display system [C]. SPIE, 2006, 6030: 603004.
- [6] 王涌天. 三维呈现 [J]. *中国计算机学会通讯*, 2013, 9(11): 16-17.
- [7] Kim S C, Kim J H, Kim E S. Effective reduction of the novel look-up table memory size based on a relationship between the pixel pitch and reconstruction distance of a computer-generated hologram [J]. *Applied Optics*, 2011, 50(19): 3375-3382.
- [8] Kim S C, Dong X B, Kwon M W, *et al.* Fast generation of video holograms of three-dimensional moving objects using a motion compensation-based novel look-up table [J]. *Optics Express*, 2013, 21(9): 11568-11584.
- [9] Kim S C, Kim E S. Efficient digital hologram computation using difference between frames and compensated principal fringe patterns [C]. SPIE, 2014, 9006: 90061M.
- [10] Jia J, Wang Y T, Liu J, *et al.* Reducing the memory usage for effective computer-generated hologram calculation using compressed look-up table in full-color holographic display [J]. *Applied Optics*, 2013, 52(7): 1404-1412.
- [11] Jia J, Wang Y T, Liu J, *et al.* Effective CGH calculation algorithm with low memory usage using compressed look-up table based on separation of light modulation variable [C]. *Imaging and Applied Optics*, 2014: Jtu4A.25.
- [12] Matusushima K, Schimmel H, Wyrowski F. Fast calculation method for optical diffraction on tilted planes by use of the angular spectrum of plane waves [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2003, 20(9): 1755-1762.
- [13] Matusushima K. Computer-generated holograms for three-dimensional surface objects with shade and texture [J]. *Applied Optics*, 2005, 44(22): 4607-4614.
- [14] Ahrenberg L, Benzie P, Magnor M, *et al.* Computer generated holograms form three dimensional meshes using an analytic light transport mode [J]. *Applied Optics*, 2008, 47(10): 1567-1574.
- [15] Matsushima K, Nakahara S. Extremely high-definition full-parallax computer-generated hologram created by the polygon-based method [J]. *Applied Optics*, 2009, 48(34): 54-63.
- [16] Li J C, Gui J B, Lou Y L, *et al.* Study of creation algorithm of computer-generated hologram of diffuse reflection 3D object [J]. *Laster & Optoelectronics Progress*, 2013, 50(2): 020903.
- 李俊昌, 桂进斌, 楼宇丽, 等. 漫反射三维物体计算全息图算法研究 [J]. *激光与光电子学进展*, 2013, 50(2): 020903.
- [17] Zhang Y P, Zhang J Q, Chen W, *et al.* Fast computer generated hologram algorithm of triangle mesh models [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2013, 40(7): 0709001.
- 张亚萍, 张建强, 陈伟, 等. 基于三角模型的计算全息快速算法 [J]. *中国激光*, 2013, 40(7): 0709001.
- [18] Pan Y J, Wang Y T, Liu J, *et al.* Fast polygon-based method for calculating computer-generated holograms in three-dimensional display [J]. *Applied Optics*, 2013, 52(1): A290-A299.
- [19] Pan Y J, Wang Y T, Liu J, *et al.* Analytical brightness compensation algorithm for traditional polygon-based method in computer-generated holography [J]. *Applied Optics*, 2013, 52(18): 4391-4399.
- [20] Pan Y J, Wang Y T, Liu J, *et al.* Improve full analytical polygon-based method using Fourier analysis of the three-dimensional affine transformation [J]. *Applied Optics*, 2014, 53(7): 1354-1362.
- [21] Sakata H, Sakamoto Y. Fast computation method for a Fresnel hologram using three-dimensional affine transformations in real space [J]. *Applied Optics*, 2009, 48(34): H212-H221.