

# 二维叠栅条纹的傅里叶变换

杨晓铭, 郑三超, 黄高坤, 周素梅

西南大学物理科学与技术学院, 重庆 400715

**摘要** 研究了方形孔径平面微透镜阵列和微图形阵列的叠栅条纹的傅里叶原理。方形孔径平面微透镜阵列可视作为正交的二维栅格线簇,以一维光栅叠栅条纹的傅里叶变换原理为基础,推导了方形孔径平面微透镜阵列二维叠栅条纹的傅里叶变换解析式,对低频(1,-1)级叠栅条纹进行详细讨论。同时对不同夹角下叠栅条纹的周期和同步性进行重点研究,并采用不同结构参数的二维栅格模板与微图形阵列进行实验,结果表明:实验值和理论值相吻合,研究结果为方形孔径平面微透镜阵列的应用与研究提供了理论基础。

**关键词** 光学器件;方形孔径平面微透镜阵列;叠栅条纹;傅里叶变换原理;同步性

**中图分类号** O436 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP54.092302

## Fourier Transform of 2D Moiré Fringe

Yang Xiaoming, Zheng Sanchao, Huang Gaokun, Zhou Sumei

*School of Physical Science and Technology, Southwest University, Chongqing 400715, China*

**Abstract** The Fourier principles of moiré fringes produced by the square aperture planar microlens array and micrographics array are studied. The square aperture planar microlens array is regarded as orthometric 2D grid lines. The analytic formula of Fourier transform for 2D moiré fringes of the square aperture planar microlens array is derived based on the principle of Fourier transform of 1D grating moiré fringe. Moreover, the low frequency (1, -1) moiré fringe is analyzed in detail. The period and synchronization of moiré fringe with different angles are studied as key point. The experiments are carried out by using the 2D grid templates and micrographics arrays with different structural parameters. The results show that the experimental values agree well with the theoretical values, which provides theoretical basis for the application and research of the square aperture planar microlens array.

**Key words** optical devices; square-aperture planar microlens array; moiré fringe; principle of Fourier transform; synchronization

**OCIS codes** 230.3990; 130.1750; 110.2760; 050.2770

## 1 引言

方形孔径平面微透镜阵列是采用光刻离子交换工艺在特殊玻璃上制作的变折射微透镜阵列,每个透镜元掩埋在玻璃基片中,排列整齐且光学均匀性好。与柱形、半球形透镜阵列相比,方形孔径平面微透镜阵列具有填充系数高、成像效果好、抗环境干扰性强等优点<sup>[1-4]</sup>,在光信息的会聚、成像、耦合、无损传输等应用领域具有很好的应用前景。

叠栅条纹是两条线或两个物体之间以恒定的角度和频率发生干涉产生的视觉结果。目前,叠栅条纹在精密测量、图像处理、信号细分、相位提取、高精度检焦等方面得到了非常广泛的应用<sup>[5-14]</sup>。而现有的研究主

**收稿日期:** 2017-04-10; **收到修改稿日期:** 2017-04-24

**基金项目:** 重庆市基础与前沿研究计划项目(cstc2013jcyjA00016)、中央高校基本业务费专项资金(XDJK2016C123)

**作者简介:** 杨晓铭(1991—),男,硕士研究生,主要从事方形孔径平面微透镜阵列方面的研究。

E-mail: 971485548@qq.com

**导师简介:** 周素梅(1976—),女,博士,副教授,主要从事微光学及应用方面的研究。

E-mail: sumeizhou@163.com(通信联系人)

要是针对各种光栅对叠栅条纹的研究,目前对两个光栅产生的一维叠栅条纹理论日渐成熟,而且有不同的分析方法。不仅可以从几何的角度出发计算叠栅条纹的夹角及宽度<sup>[15]</sup>,从空间频率的角度出发解释叠栅条纹的形成机理<sup>[16-17]</sup>,而且还可以通过光栅的衍射对叠栅条纹进行分析<sup>[18]</sup>。对于其他结构形成叠栅条纹的研究也有相关的报道,例如曹保柱等<sup>[19]</sup>对微透镜阵列与 LCD 叠栅条纹的形成原理进行了初步的分析;杜春雷课题组也对微透镜阵列叠栅条纹的放大性与透镜结构参数进行了研究<sup>[20]</sup>。由于结构复杂且对透镜阵列和相应结构参数要求严格,还未有报道对二维叠栅条纹的形成机理及条纹特性进行详细分析。而方形孔径平面微透镜阵列对匹配的微图形阵列会产生清晰、放大的二维叠栅条纹。因此,对方形孔径平面微透镜阵列二维叠栅条纹形成机制的傅里叶理论进行研究,可以为方形孔径平面微透镜阵列的应用研究提供理论依据。

本文将方形孔径平面微透镜阵列简化成二维栅格图样,方形孔径平面微透镜阵列的透镜元边界线和微图形阵列的窗口线可看作 4 组一维光栅线簇,则方形孔径平面微透镜阵列与微图形阵列产生的叠栅条纹可通过光栅线簇的叠合来进行模拟。基于一维光栅叠栅条纹的傅里叶变换原理<sup>[21]</sup>,讨论方形孔径平面微透镜阵列二维叠栅条纹的傅里叶变化规律。通过对广泛应用的低频(1, -1)级叠栅条纹的周期进行理论分析,解释方形孔径平面微透镜阵列叠栅条纹的同步性,并完成相应的实验分析。

## 2 二维叠栅条纹的傅里叶原理分析

### 2.1 叠栅条纹的周期

如图 1 所示,方形孔径平面微透镜阵列和微图形阵列是分布均匀的阵列二维结构图样,可将方形孔径平面微透镜阵列透镜元的边界线和微图形阵列的窗口边界线看作正交排列的二维栅格,拆分后可得到 4 组一维栅线簇 I、II、III、IV,如图 2 所示。它们的重复频率分别为  $f_1$ 、 $f_2$ 、 $f_3$ 、 $f_4$ ,其中 I、II 为微图形阵列( $f_1 = f_2$ ),III、IV 对应方形孔径平面微透镜阵列( $f_3 = f_4$ )。因此,方形孔径平面微透镜阵列与相应的微图形阵列形成的叠栅条纹可以通过栅线簇叠合来模拟。在叠合过程中 I 和 III、IV 分别产生不同的叠栅条纹,II 和 III、IV 分别产生不同的叠栅条纹。

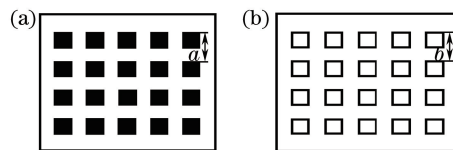


图 1 (a)微图形阵列与(b)方形孔径微透镜阵列的结构与参数

Fig. 1 Structures and parameters of (a) micrographics array and (b) square aperture microlens array

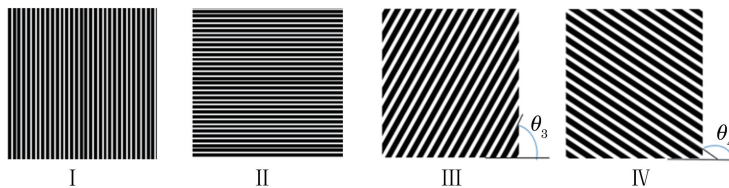


图 2 4 组光栅线簇

Fig. 2 Four sets of grating line

根据衍射屏的透射系数理论<sup>[22]</sup>,线簇 I、II 透射率的傅里叶级数为<sup>[21]</sup>

$$E_1(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \exp(i2\pi n f_1 x), \quad (1)$$

$$E_2(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n \exp(i2\pi n f_2 y). \quad (2)$$

线簇 III、IV 透射率傅里叶级数为

$$E_3(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \exp [i2\pi n f_3 (x \sin \theta_3 - y \cos \theta_3)], \quad (3)$$

$$E_4(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} d_n \exp [i2\pi n f_4 (x \sin \theta_4 - y \cos \theta_4) ], \quad (4)$$

式中  $a_n, b_n, c_n, d_n$  表示傅里叶系数,  $\theta_3, \theta_4$  为 III 和 IV 在  $xoy$  坐标系的倾斜角。则 I 与 III 叠合后的透射率傅里叶级数为

$$E_{1,3}(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nk_1} c_{nk_3} \exp \{i2\pi n [k_1 f_1 x + k_3 f_3 (x \sin \theta_3 - y \cos \theta_3)] \}, \quad (5)$$

整理得

$$E_{1,3}(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n c_n \exp [i2\pi n f_{e1} (x \sin \theta_{e1} - y \cos \theta_{e1}) ], \quad (6)$$

式中  $\theta_{e1}$  为叠栅条纹的倾斜角;  $f_{e1}$  为 I 与 III 叠合形成的叠栅条纹的频率, 可以表示为

$$f_{e1} = \sqrt{(k_1 f_1)^2 + (k_3 f_3)^2 + 2k_1 k_3 f_1 f_3 \cos \theta_{(1,3)}}. \quad (7)$$

同理, I 与 IV 叠合形成的叠栅条纹重复频率为  $f_{e2}$ ; II 与 III 叠合形成的叠栅条纹的重复频率为  $f_{e3}$ ; II 与 IV 叠合形成的叠栅条纹重复频率为  $f_{e4}$ , 分别表示为

$$f_{e2} = \sqrt{(k_1 f_1)^2 + (k_4 f_4)^2 + 2k_1 k_4 f_1 f_4 \cos \theta_{(1,4)}}, \quad (8)$$

$$f_{e3} = \sqrt{(k_2 f_2)^2 + (k_3 f_3)^2 + 2k_2 k_3 f_2 f_3 \cos \theta_{(2,3)}}, \quad (9)$$

$$f_{e4} = \sqrt{(k_2 f_2)^2 + (k_4 f_4)^2 + 2k_2 k_4 f_2 f_4 \cos \theta_{(2,4)}}, \quad (10)$$

式中  $f_1 = f_2, f_3 = f_4, f_1 = 1/a, f_3 = 1/b, \theta_{(1,3)}, \theta_{(1,4)}, \theta_{(2,3)}, \theta_{(2,4)}$  分别为两栅线簇的夹角。  $k_1$  和  $k_2$  是除零以外的整数, 表示  $(k_1, k_2)$  级叠栅条纹。当两线簇的重复频率接近时,  $(1, -1)$  级叠栅条纹的重复频率最低, 观察效果最明显<sup>[18]</sup>, 因此取  $(1, -1)$  级叠栅条纹进行讨论。由几何关系  $\theta_{(1,3)} = \theta_{(2,4)}, \theta_{(1,4)} = \theta_{(2,3)}$  且  $\theta_{(1,3)}$  与  $\theta_{(1,4)}$  互余, 则  $\cos \theta_{(1,3)} = \sin \theta_{(1,4)}$ , 将其代入(7)~(10)式, 叠栅条纹的周期为

$$B_1 = \frac{1}{f_{e1}} = \frac{a}{\sqrt{2[1 - \cos \theta_{(1,3)}]}}, \quad (11)$$

$$B_2 = \frac{1}{f_{e2}} = \frac{1}{\sqrt{f_1^2 + f_4^2 - 2f_1 f_4 \sin \theta_{(1,3)}}}, \quad (12)$$

$$B_3 = \frac{1}{f_{e3}} = \frac{1}{\sqrt{f_2^2 + f_3^2 - 2f_2 f_3 \sin \theta_{(1,3)}}}, \quad (13)$$

$$B_4 = \frac{1}{f_{e4}} = \frac{1}{\sqrt{f_2^2 + f_4^2 - 2f_2 f_4 \cos \theta_{(1,3)}}}. \quad (14)$$

由于  $f_1 = f_2, f_3 = f_4$ , 因此  $B_1 = B_4, B_2 = B_3$ 。分别取  $a = 0.4 \text{ mm}, b = 0.4 \text{ mm}; a = 0.3 \text{ mm}, b = 0.4 \text{ mm}$  (此参数为实验样品值), 其周期与夹角[夹角统一为  $\theta_{(1,3)}$ ] 关系如图 3 所示。

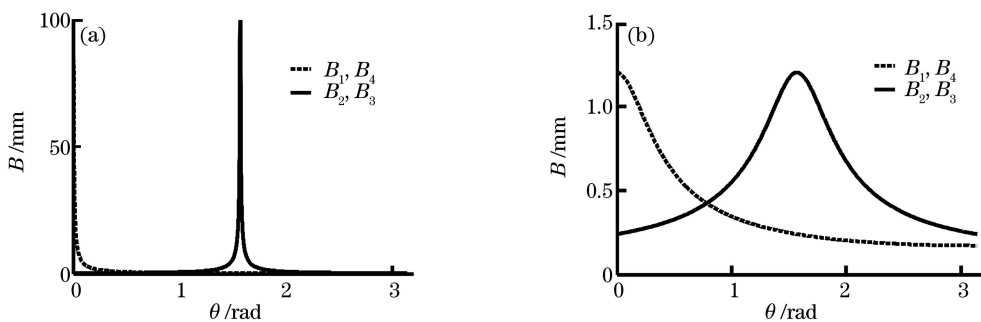


图 3 周期  $B$  与夹角  $\theta$  的关系。(a)  $a = 0.4 \text{ mm}, b = 0.4 \text{ mm}$ ; (b)  $a = 0.3 \text{ mm}, b = 0.4 \text{ mm}$

Fig. 3 Relationship between period  $B$  and angle  $\theta$ . (a)  $a = 0.4 \text{ mm}, b = 0.4 \text{ mm}$ ; (b)  $a = 0.3 \text{ mm}, b = 0.4 \text{ mm}$

当栅线簇以一定的夹角叠合, 出现了 4 组的叠栅条纹, 其中叠栅条纹  $B_1$  和  $B_4$  互相垂直且大小相同;  $B_2$  和  $B_3$  互相垂直且大小相同。从图 3 可以看出栅线簇周期越接近时叠栅条纹的周期越大, 并且随夹角变大也越大; 并不是能够连续明显地观察到每一组叠栅条纹, 而是以  $45^\circ (0.784 \text{ rad})$  为分界点, 小于  $45^\circ$  时  $B_1$  和

$B_4$  观察较为明显,大于  $45^\circ$  时  $B_2$  和  $B_3$  观察较为明显。

基于方形孔径平面微透镜阵列叠栅条纹的阴影成像原理<sup>[23-24]</sup>,将方形孔径平面微透镜阵列与微图形阵列形成的叠栅条纹视为二维栅线簇叠合形成的几何图形,以光栅叠栅条纹阴影成像理论为基础,通过几何推导得到叠栅条纹周期的表达式。采用阴影成像原理得到的周期与采用傅里叶变换中频率的概念推导得到的结果是相同的,当选择相同的模拟参数,周期与夹角的关系与图 3 相同。但傅里叶变换原理可以避免复杂的几何推导,在不考虑叠栅条纹光强分布时,可以更方便、简单地分析叠栅条纹的周期。

## 2.2 同步性

栅线簇以一定夹角叠合后,叠栅条纹的移动方向和移动大小与两栅线簇的相对移动方向和移动大小有着严格的对应关系,且移动栅线簇的同时叠栅条纹也随之移动,即存在叠栅条纹的同步性。取  $a=b$ , (11)~(12)式变为

$$B_1 = \frac{1}{f_{e1}} = \frac{a}{\sqrt{2[1 - \cos \theta_{(1,3)}]}}, \quad (15)$$

$$B_2 = \frac{1}{f_{e2}} = \frac{a}{\sqrt{2[1 - \sin \theta_{(1,3)}]}}。 \quad (16)$$

此时,叠栅条纹的周期与夹角的关系可以通过图 3(a) 进行描述,当叠合的栅线簇沿垂直于条纹的方向左右移动  $\Delta x$  时,叠栅条纹的移动距离为

$$\Delta B_1 = \frac{a + \Delta x}{\sqrt{2[1 - \cos \theta_{(1,3)}]}} - \frac{a}{\sqrt{2[1 - \cos \theta_{(1,3)}]}} = \frac{\Delta x}{\sqrt{2[1 - \cos \theta_{(1,3)}]}}, \quad (17)$$

$$\Delta B_2 = \frac{a + \Delta x}{\sqrt{2[1 - \sin \theta_{(1,3)}]}} - \frac{a}{\sqrt{2[1 - \sin \theta_{(1,3)}]}} = \frac{\Delta x}{\sqrt{2[1 - \sin \theta_{(1,3)}]}}。 \quad (18)$$

当  $\Delta x = a$  时,即栅线簇移动一个周期,叠栅条纹也移动一个周期,可见叠栅条纹的移动距离与栅线簇的移动距离是一一对应的。夹角在  $0^\circ \sim 45^\circ$  之间,根据(15)式,能够明显观察到的是周期为  $B_1$ 、 $B_4$  的叠栅条纹,当栅线簇向右移动一个周期时,叠栅条纹向下移动一个周期,栅线簇向左移动则条纹向上移动一个周期;当夹角在  $45^\circ \sim 90^\circ$  之间,根据(16)式,能够明显观察到的是周期为  $B_2$ 、 $B_3$  的叠栅条纹,当栅线簇向右运动一个周期时,叠栅条纹向上移动一个周期,栅线簇向左移动则条纹向下移动一个周期。应用移动的同步性原理,可以进行多方向的精密测量。

## 3 实验研究

### 3.1 周期测量

采用结构参数分别为  $a=0.4 \text{ mm}$ ,  $b=0.4 \text{ mm}$ ;  $a=0.3 \text{ mm}$ ,  $b=0.4 \text{ mm}$  的二维栅格模板及与其对应的微图形阵列进行实验。两元件无间隙叠合后,会出现放大的微图形,且微图形的周期会随着两元件的夹角变化,如图 4 所示。

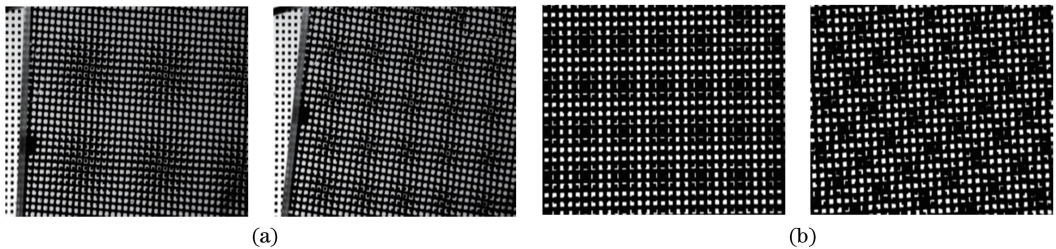


图 4 (a)  $a=0.4 \text{ mm}$ ,  $b=0.4 \text{ mm}$  时的叠栅条纹;(b)  $a=0.3 \text{ mm}$ ,  $b=0.4 \text{ mm}$  时的叠栅条纹

Fig. 4 (a) Moiré fringes when  $a=0.4 \text{ mm}$ ,  $b=0.4 \text{ mm}$ ; (b) moiré fringes when  $a=0.3 \text{ mm}$ ,  $b=0.4 \text{ mm}$

通过测量成像系统中不同夹角下放大而且显示清晰的微图形周期  $B$ ,将理论值与实验值进行比较,结果如表 1、表 2 所示。

表1  $a=0.4$  mm,  $b=0.4$  mm 时的周期理论值与实验值的对比Table 1 Comparison of theoretical and experimental values of period, when  $a=0.4$  mm and  $b=0.4$  mm

| $\theta_{(1,3)} / (^\circ)$ | $a$ /mm | Experimental $B$ /mm | Theoretical $B$ /mm |
|-----------------------------|---------|----------------------|---------------------|
| 2.69                        | 0.4     | 8.47                 | 8.49                |
| 9.33                        | 0.4     | 2.42                 | 2.45                |
| 16.60                       | 0.4     | 1.36                 | 1.38                |
| 56.57                       | 0.4     | 1.36                 | 1.39                |
| 71.27                       | 0.4     | 2.44                 | 2.46                |
| 84.62                       | 0.4     | 8.53                 | 8.53                |

表2  $a=0.3$  mm,  $b=0.4$  mm 时的周期理论值与实验值的对比Table 2 Comparison of theoretical and experimental values of period, when  $a=0.3$  mm and  $b=0.4$  mm

| $\theta_{(1,3)} / (^\circ)$ | $a$ /mm | Experimental $B$ /mm | Theoretical $B$ /mm |
|-----------------------------|---------|----------------------|---------------------|
| 4.35                        | 0.3     | 1.14                 | 1.16                |
| 8.02                        | 0.3     | 1.09                 | 1.08                |
| 16.61                       | 0.3     | 0.82                 | 0.85                |
| 73.34                       | 0.3     | 0.85                 | 0.84                |
| 81.93                       | 0.3     | 1.08                 | 1.07                |
| 85.94                       | 0.3     | 1.13                 | 1.15                |

从表1、表2可以看出,不同角度的实验测量值与理论值总体一致。由于计算机成像质量的影响,在测量过程中微小的角度误差会导致实验测量值与理论值出现偏差。忽略误差的影响,理论值与实验值是吻合的。叠栅条纹的周期呈现规律性的变化,靠近 $0^\circ$ 和 $90^\circ$ 时周期最大。

### 3.2 同步性

采用结构参数分别为  $a=0.4$  mm,  $b=0.4$  mm 的二维栅格模板及与其对应的微图形阵列进行实验。将两元件叠合后,设定两元件的夹角为  $\theta=6.57^\circ$ ,选取向右的方向移动栅格模板,如图5所示。

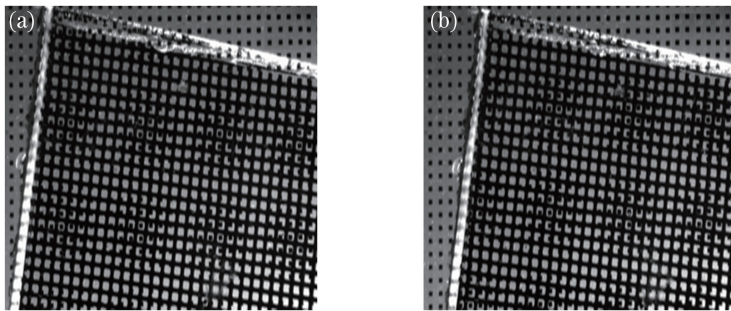


图5 微透镜阵列移动前后的叠栅条纹。(a)移动前;(b)移动后

Fig. 5 Moiré fringes before and after moving the microlens array. (a) Before moving; (b) after moving

从图5可以看到叠栅条纹向下移动。测量微透镜阵列移动的距离  $\Delta x$ ,将其代入(17)式,得到叠栅条纹的理论移动距离  $\Delta B$ ,再通过测量叠栅条纹向下移动的距离  $\Delta B$ ,实验测量值与理论值对比如表3所示。

表3 移动距离的理论值与实验值对比

Table 3 Comparison of theoretical and experimental values of moving distance

| $\theta_{(1,3)} / (^\circ)$ | $\Delta x$ /mm | Experimental $\Delta B$ /mm | Theoretical $\Delta B$ /mm |
|-----------------------------|----------------|-----------------------------|----------------------------|
| 6.57                        | 5.51           | 48.23                       | 48.03                      |
| 6.57                        | 6.09           | 53.60                       | 53.14                      |
| 6.57                        | 6.71           | 58.93                       | 58.55                      |
| 6.57                        | 5.6            | 48.27                       | 48.86                      |
| 6.57                        | 6.39           | 55.60                       | 55.76                      |

忽略实验测量误差,可以看出,叠栅条纹移动距离的实验值与理论值基本吻合,移动方向与理论推导一致。结果表明,形成的叠栅条纹同样具有同步性,条纹移动的距离与微透镜阵列移动的距离是一一对应的。

## 4 结 论

本文根据方形孔径平面微透镜阵列以及微图形阵列的二维栅格模型,以一维叠栅条纹的傅里叶原理为基础,推导出方形孔径平面微透镜阵列对匹配微图形所产生的二维叠栅条纹的条纹周期表达式。对不同结构参数的二维叠栅条纹的周期进行理论分析,叠栅条纹的周期与两栅线簇的周期有着密切联系,当两栅线簇的周期数值越相近时得到的叠栅条纹周期就越大。同时对二维叠栅条纹的同步性进行了理论分析,得出叠栅条纹的移动方向和移动距离与两栅线簇相对移动的对对应关系。实验采用理论分析对参数样品进行研究,在误差允许范围内,二维叠栅条纹的周期和移动距离的测量结果与理论分析结果一致。研究结果不仅可以很好地解释方形孔径平面微透镜阵列叠栅条纹的形成机理,而且丰富了方形孔径平面微透镜阵列的理论内容并拓宽了其应用范围。

## 参 考 文 献

- [1] Jiang X P, Liu D S, Zhang F J. A novel microlens array simulate compound eye fabricated by ion-exchange [C]. ACPIM 2010, 2010.
- [2] 周素梅, 蒋小平. 一种制作高填充系数的方形孔径平面微透镜阵列的方法: CN103033860A [P]. 2013-04-10.
- [3] Zhang Fengjun. Experimental study and theoretical analysis of square planar microlens array [D]. Chongqing: Southwest University, 2011.  
张凤军. 方形平面微透镜阵列的实验研究及理论初探 [D]. 重庆: 西南大学, 2011.
- [4] Zhang F J, Chen X M, Zhao Z F, *et al.* Dynamic display of square-aperture planar microlens arrays [C]. Advances in Optoelectronics and Micro/Nano-Optics, 2010: 1-3.
- [5] He Chunjuan, Liu Rongxia, Cao Lei. Application of Moire-fringe technology in to measurement of micro replacement [J]. Journal of Xi'an Institute of Technology, 2005, 25(6): 565-567.  
何春娟, 刘绒霞, 曹磊. 莫尔条纹技术在微小位移测量中的应用 [J]. 西安工业学院学报, 2005, 25(6): 565-567.
- [6] Wang Yazhou, Wan Qiuhua, Wang Shujie, *et al.* Method of velocity measurement based on Moire fringe and total differential equations [J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(11): 1108003.  
王亚洲, 万秋华, 王树洁, 等. 基于叠栅条纹光电信号的全微分测速方法 [J]. 中国激光, 2015, 42(11): 1108003.
- [7] Ri S, Fujigaki M, Morimoto Y. Sampling Moire method for accurate small deformation distribution measurement [J]. Experimental Mechanics, 2010, 50(4): 501-508.
- [8] Wang Haixia, Su Xianyu, Lü Jing. Method of 3-D object recognition based on Moire fringe [J]. Journal of Photoelectronics • Laser, 2005, 16(3): 349-353.  
王海霞, 苏显渝, 吕静. 基于莫尔条纹的三维物体相关识别 [J]. 光电子 • 激光, 2005, 16(3): 349-353.
- [9] Yu Honglin, Huang Liangming, Wang Yuangan. Study on DSP filter and subdivision of Moire fringes signal [J]. Opto-Electronic Engineering, 2004, 31(9): 61-65.  
喻洪麟, 黄良明, 王远干. 莫尔条纹信号的 DSP 滤波及细分技术研究 [J]. 光电工程, 2004, 31(9): 61-65.
- [10] Wang Ye. Moire fringe analysis on digital holographic storage [J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(11): 2972-2974.  
王也. 莫尔条纹分析在数字全息存储器中的应用 [J]. 光子学报, 2009, 38(11): 2972-2974.
- [11] Kong Lingsheng, Nan Jingshi, Xun Xianchao. Research status quo of flat 3-D display technology [J]. Chinese Journal of Optics and Applied Optics, 2009, 2(2): 112-118.  
孔令胜, 南敬实, 荀显超. 平面三维显示技术的研究现状 [J]. 中国光学与应用光学, 2009, 2(2): 112-118.
- [12] Huang Fajun, Wan Qiuhua, Yang Shouwang, *et al.* Method of velocity measurement based on Moire fringe and nonlinear tracking differentiator [J]. Infrared and Laser Engineering, 2014, 43(6): 1930-1935.  
黄法军, 万秋华, 杨守旺, 等. 莫尔条纹光电信号的非线性跟踪微分测速方法 [J]. 红外与激光工程, 2014, 43(6): 1930-1935.
- [13] Duan Cunli, Chen Fang, Qi Ruili, *et al.* A new Moire stripe method of measuring 3-D object shapes [J]. Acta Photonica Sinica, 2008, 37(7): 1425-1428.  
段存丽, 陈芳, 祁瑞利, 等. 利用莫尔条纹测量物体三维形貌新方法研究 [J]. 光子学报, 2008, 37(7): 1425-1428.
- [14] Chen Chen, Liu Ke, Li Yanqiu, *et al.* Two-dimensional virtual grating phase shifting Moire fringe method of phase extraction [J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(2): 0208004.

- 陈晨, 刘克, 李艳秋, 等. 二维虚光栅移相莫尔条纹相位提取算法[J]. 中国激光, 2015, 42(2): 0208004.
- [15] Feng Jinhua, Hu Song, Li Yanli, *et al.* Nano focusing method based on Moire fringe phase analysis[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(2): 0212005.  
冯金花, 胡松, 李艳丽, 等. 基于叠栅条纹相位解析的纳米检焦方法[J]. 光学学报, 2015, 35(2): 0212005.
- [16] Gong Zhonghua. Calculation of Moire fringe[J]. Manufacturing Technology & Machine Tool, 2011(3): 106-108.  
龚仲华. 论莫尔条纹的计算[J]. 制造技术与机床, 2011(3): 106-108.
- [17] Zhou Shaolin, Chen Wangfu, Yang Yong, *et al.* Alignment model of Moire and its application in nanometer lithography[J]. Opto-Electronic Engineering, 2008, 35(9): 27-31.  
周绍林, 陈旺富, 杨勇, 等. 纳米光刻中莫尔对准模型与应用[J]. 光电工程, 2008, 35(9): 27-31.
- [18] Zhu Lijun, Wang Yurong, Meng Xiangfeng, *et al.* Spectral analysis and filtering of Moire fringe generated by using digital processing[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(12): 1209002.  
朱丽君, 王玉荣, 孟祥锋, 等. 数字合成莫尔条纹的频谱分析与滤波处理[J]. 中国激光, 2015, 42(12): 1209002.
- [19] Yin Yong. Study on Fresnel diffraction grating based on spectrum analysis[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2006.  
殷勇. 基于频谱分析的光栅菲涅尔衍射的研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2006.
- [20] Cao Baozhu. Research on integrated imaging stereoscopic display technology based on LCD [D]. Xi'an: Xidian University, 2011.  
曹保柱. 基于LCD的集成成像立体显示技术研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2011.
- [21] Dong Xiaochun, Du Chunlei. Study of the display technique of microlens array[J]. Micronanoelectronic Technology, 2003, 40(6): 29-32.  
董小春, 杜春雷. 微透镜阵列显示技术研究[J]. 微纳电子技术, 2003, 40(6): 29-32.
- [22] Zhou S L, Fu Y Q, Tang X P, *et al.* Fourier-based analysis of Moire fringe patterns of superposed gratings in alignment of nanolithography[J]. Opt Express, 2008, 16(11): 7869-7880.
- [23] Liang Quanting. Physical optics[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2012.  
梁铨廷. 物理光学[M]. 北京: 电子工业出版社, 2012.
- [24] Yin Guikun, Zhou Sumei, Zhang Baohao. Theoretical and experimental study on two-dimensional Moire fringe of square aperture planar microlens array[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(s2): s223002.  
殷贵坤, 周素梅, 张宝昊. 方形孔径平面微透镜阵列的二维叠栅条纹理论和实验研究[J]. 光学学报, 2014, 34(s2): s223002.