

完美涡旋光场的研究进展

王亚军¹, 李新忠^{1,2*}, 李贺贺², 王静鸽², 唐苗苗², 汤洁¹, 王屹山¹, 聂兆刚³

¹中国科学院西安光学精密机械研究所, 陕西 西安 710119;

²河南科技大学物理工程学院, 河南 洛阳 471023;

³广东工业大学物理与光电工程学院, 广东 广州 510006

摘要 完美涡旋光场具有亮环半径不随拓扑荷值改变而改变的优点,在微粒操纵及量子通信等领域具有重要的应用价值,已成为近年来光场调控领域的研究热点。介绍了产生完美涡旋光场的三种典型方法,综述了完美涡旋光场的调控技术及表征方法,并对其应用进行了总结。

关键词 物理光学; 光场调控; 完美涡旋

中图分类号 O436; O438.1 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP54.090007

Research Progress of Perfect Vortex Field

Wang Yajun¹, Li Xinzhong^{1,2}, Li Hehe², Wang Jingge²,
Tang Miaomiao², Tang Jie¹, Wang Yishan¹, Nie Zhaogang³

¹Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi 710119, China;

²School of Physics & Engineering, Henan University of Science & Technology, Luoyang, Henan 471023, China;

³School of Physics and Optoelectronic Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510006, China

Abstract The perfect vortex (PV) field has the advantage that the radius of bright ring does not change with the topological charge. The PV field has importance application value in the fields of micro-particle manipulation and quantum communication, and it is a research hotspot in the field of light field modulation in recent years. Three typical methods of generating PV field are introduced. Moreover, the modulation techniques and characterization of PV field are summarized and the applications of PV field are reviewed.

Key words physical optics; optical field modulation; perfect vortex

OCIS codes 050.4865; 350.4855

1 引言

涡旋光束在玻色-爱因斯坦凝聚、微粒旋转与操控、光学超分辨成像及量子信息编码等领域具有重要的应用价值,已成为信息光学领域非常重要的前沿研究热点^[1-8]。

在涡旋光束中,拓扑荷值是一个重要的参数。在微粒操纵中,它与光束轨道角动量(OAM)成正比,而在量子信息编码中,它则代表了波分复用及信息编码能力。因此,对大拓扑荷值的涡旋光束开展研究具有重要意义。然而,利用传统方法获得的涡旋光束,其中心亮环半径会随着拓扑荷值的增大而增大^[9],这使得具有较大拓扑荷值的涡旋光束在耦合、传输(特别是利用光纤进行耦合传输时)等场合中的应用变得非常困难^[10-12]。因此,发展一种亮环半径不依赖于拓扑荷值的涡旋光束的产生方法显得极为迫切。

收稿日期: 2017-04-24; **收到修改稿日期:** 2017-06-12

基金项目: 国家自然科学基金(61205086,11504091)、瞬态光学与光子技术国家重点实验室开放基金(SKLST201203)、河南省高等学校青年骨干教师资助计划(2013071)

作者简介: 王亚军(1983—),女,硕士,馆员,主要从事图书情报服务方面的研究。E-mail: lib@opt.ac.cn

* **通信联系人.** E-mail: xzli@haust.edu.cn

2013年, Ostrovsky等^[13]利用独特的相位掩模板,在空间光调制器(SLM)的远场得到了一种光场亮环半径不随拓扑荷值增大而改变的新型光束,并称之为完美涡旋光束。完美涡旋光场这一概念自提出以来仅有三四年的时间,但其广阔的应用前景使其迅速得到了广泛关注,大量高水平的研究报道不断涌现,因而很有必要对这一新型光场的产生方法、调控及应用的最新进展进行梳理、归纳,进而为该领域的进一步研究提供参考。基于这一目的,本文将针对完美涡旋光场的产生方法、内涵拓展、调控及应用等进行分析 and 总结。

2 完美涡旋光场的产生方法

2.1 使用振幅相位光学元件产生完美涡旋光场

完美涡旋的复振幅可以描述为

$$E_0(\rho, \theta) = \delta(\rho - \rho_0) \exp(im\theta), \quad (1)$$

式中 (ρ, θ) 为极坐标系, $\delta(\cdot)$ 为建立在该极坐标系下的狄拉克函数, ρ_0 为完美涡旋的光环半径, i 为虚数单位, m 为拓扑荷值。从(1)式可以看出,完美涡旋是半径为 ρ_0 的无限窄的环,且 ρ_0 与拓扑荷值没有关系。(1)式中的完美涡旋可以由理想贝塞尔模式产生,在透镜傅里叶变换入射面上的复振幅为

$$F_0(r, \varphi) = J_m(ar) \exp(im\varphi), \quad (2)$$

式中 (r, φ) 为极坐标系, a 为第一类 m 阶贝塞尔方程 $J_m(x)$ 的比例因子。在理想状态下,使用焦距为 f 的凸透镜进行傅里叶变换,可以得到傅里叶面光场在极坐标系下的表达式:

$$E_1(\rho, \theta) = (-i)^{m+1} \left(\frac{k}{f}\right) \exp(im\varphi) \int_0^R J_m(ar) J_m\left(\frac{kr\rho}{f}\right) r dr = (-i)^{m+1} \left(\frac{kR}{f}\right) \exp(im\varphi) \times \frac{\alpha J_{m+1}(\alpha R) J_m(xR) - x J_m(\alpha R) J_{m+1}(xR)}{\alpha^2 - x^2}, \quad (3)$$

式中 k 为波数, $x = k\rho/f$, R 为实验中圆孔光阑的半径。利用(3)式得到的完美涡旋光场如图1所示。但该方法得到的完美涡旋光束存在多个次级亮环,并且存在能量效率较低、光环较宽的缺点。

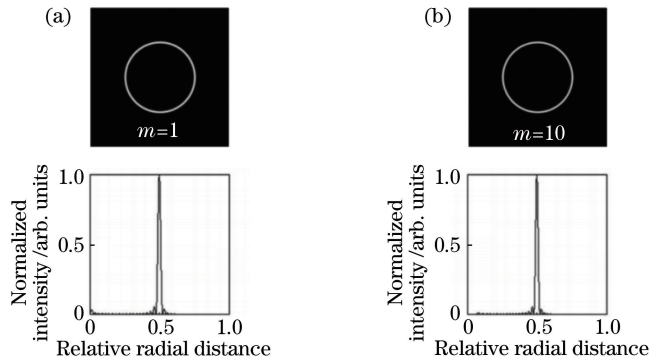


图1 数值模拟的完美涡旋光场的二维强度分布图及对应的中心截线上的光强分布图样^[13]。(a) $m=1$; (b) $m=10$

Fig. 1 Simulated 2D intensity distribution patterns and corresponding intensity distribution profiles in center transversal lines of perfect vortex optical field. (a) $m=1$; (b) $m=10$

2.2 利用锥透镜产生完美涡旋光场

由于狄拉克函数只存在于理想状态下,因此根据(1)式得到的完美涡旋在实验中是无法实现的。常用的方法是选取合适的函数代替狄拉克函数,从而获得近似的完美涡旋光束,其在一定参数下仍可保持理想状态下完美涡旋的特性。此外,根据已报道的文献,对理想状态下的贝塞尔光束进行傅里叶变换得到的复振幅分布仅与(1)式相差一个比例系数^[14-15],因而使用近似的贝塞尔光束傅里叶变换即可得到类似于(1)式的光场分布。

实验中通常采用对理想贝塞尔光束进行高斯截断的方法获得一种近似的贝塞尔光束(贝塞尔-高斯光束),其复振幅的表达式如下:

$$E(\rho, \theta) = J_m(k_r \rho) \exp(im\theta) \exp\left(-\frac{\rho^2}{w_g^2}\right), \quad (4)$$

式中 $J_m(\cdot)$ 为第一类 m 阶的贝塞尔函数; w_g 为高斯项的束腰, 用于截断该贝塞尔函数; k_r 为波矢的径向分量。

采一个焦距为 f 的傅里叶变换透镜对(4)式进行傅里叶变换, 可得:

$$E(r, \varphi) = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \rho E(\rho, \theta) \exp[-i2\pi\rho r \cos(\varphi - \theta)] d\rho d\theta = \frac{k}{f} i^{m-1} \exp(im\varphi) \int_0^{\infty} J_m(k_r \rho) J_m(kr\rho/f) \exp\left(-\frac{\rho^2}{w_g^2}\right) \rho d\rho. \quad (5)$$

利用贝塞尔函数积分表对(5)式进行积分, 可以得到:

$$E(r, \varphi) = i^{m-1} \frac{w_g}{w_0} \exp(im\varphi) \exp\left(-\frac{r^2 + R^2}{w_0^2}\right) I_m\left(\frac{2Rr}{w_0^2}\right), \quad (6)$$

式中 w_0 为高斯光束在透镜焦平面上的束腰, $I_m(\cdot)$ 为第一类 m 阶修正贝塞尔函数。可以看出, 在(6)式中, 除常数项与涡旋项外, 剩余的两项在 w_0 较小时近似为环形的高斯分布。

基于上述理论分析, 在实验中可以通过以下两步生成完美涡旋光束: 第一步, 利用锥透镜对涡旋光束的聚焦特性生成贝塞尔-高斯光束; 第二步, 利用傅里叶变换透镜对所生成的贝塞尔高斯光束进行傅里叶变换得到完美涡旋光束。

2.3 最优化相位光学元件产生完美涡旋光场

依据光学元件最优化的设计标准, 即在指定的完美涡旋光环半径上重新分配入射光能量, 使入射光能量达到极大值, 则该元件的透过率函数^[16]为

$$F_2(r, \varphi) = \text{circ}\left(\frac{r}{R}\right) \text{sgn}[J_m(ar)] \exp(im\varphi). \quad (7)$$

从光学元件出射后在透镜频谱面上生成的光场复振幅可以由(7)式所示的透过率函数的每个环的贡献进行求和得到($r_0=0$):

$$E_2(\rho, \theta) = (-i)^{m+1} \left(\frac{k}{f}\right) \exp(im\varphi) \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n \int_{r_n}^{r_{n+1}} J_m\left(\frac{k\rho r}{f}\right) r dr. \quad (8)$$

令 $\rho = \alpha f/k$, 消除了独立参数 f 与 k , 则 $J_m(k\rho r/f)$ 可化简为 $J_m(ar)$ 。定义变量 ξ_m 为贝塞尔多项式 $J_m(ar)$ 的第 n 个零点, 则当比例因子 $\alpha = \xi_n/r_n$ 时, 可满足 $J_m(k\rho r/f) = J_m(\xi_n)$, 这样就保证了求和中的每一项均为正值, 此时, 光学元件的各环对完美涡旋光环的贡献率达到最大。因此, 当 $\rho = \alpha f/k$ 时, (7)式确定的相位元件得到的光环强度最大。

在其他因素不变的情况下, 这种方法产生的完美涡旋光环强度可达到极大值。

以上三种方法为产生完美涡旋光束的典型方法。第三种方法的本质是利用最优化光学元件将第一种方法中的光环能量重新分配, 以获得最佳的完美涡旋光束。目前, 第二种方法应用最为广泛, 具有实验光路简单、实验杂环较少等优点。为简化完美涡旋的产生过程, García-García 等^[17]基于宽脉冲近似贝塞尔函数截断法, 提出了一种完美涡旋光束的简易产生方法, 该方法可显著简化实验装置。

3 完美涡旋光场的调控及表征

以上几种方法产生的完美涡旋光束的拓扑荷值一般在 10 左右。为获得具有更大拓扑荷值的完美涡旋光场, 中国科学技术大学卢荣德课题组基于数字微镜阵列(DMD)利用二值振幅调制和窄高斯近似生成了拓扑荷值高达 90 的完美涡旋光束^[18], 进一步推动了完美涡旋光束的实用化。该课题组所用实验装置的光路图如图 2 所示, L 为凸透镜, CMOS 为互补金属氧化物半导体相机。2017 年, Tkachenko 等^[19]获得了多缺口分数阶的完美涡旋光束, 该光束可很好地实现微粒的捕获和旋转。

2015 年, 周常河课题组通过二维连续相位编码光栅实现了准完美涡旋方形阵列^[20]。在该准完美涡旋方形阵列中, 不同的衍射级代表不同的拓扑荷值, 当拓扑荷值较大或亮环半径较小时, 亮环半径均值发生偏移。此外, 该课题组采用附加锥透镜相位补偿技术获得了理想的准完美涡旋阵列, 如图 3 所示。

2016 年, 高春清课题组提出了一种衍射级及拓扑荷单点可控的完美涡旋阵列产生技术^[21], 该技术中全息

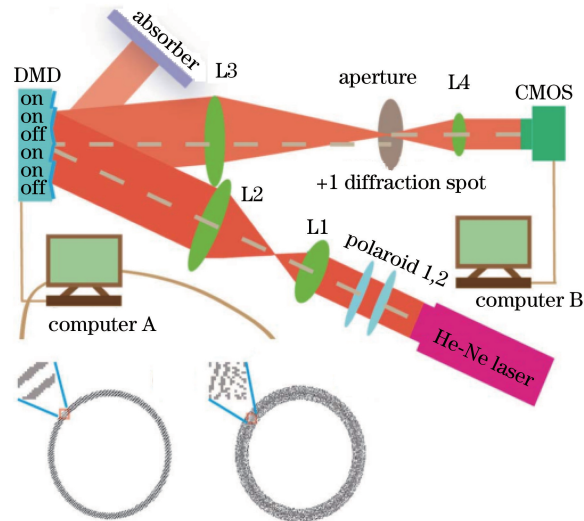


图2 利用振幅型 DMD 产生大拓扑荷值完美涡旋光束的光路图^[18]

Fig. 2 Optical layout for generating perfect vortex beam with a large topological charge by employing an amplitude DMD

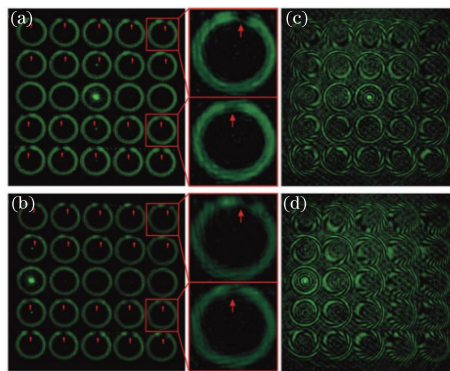


图3 实验所得多格点准完美涡旋阵列^[20]。(a)(b)对称与非对称完美涡旋的强度分布；
(c)(d)对称与非对称完美涡旋与高斯光束的干涉图样

Fig. 3 Experimental results of multiple quasi-perfect vortices. (a)(b) Intensity distributions of symmetrical and asymmetrical perfect vortices; (c)(d) interference fields of symmetrical and asymmetrical perfect vortices with a reference Gaussian beam

光栅的衍射级及每个涡旋的拓扑荷值是可调的。之后,李岩课题组在紧聚焦条件下研究了完美涡旋阵列的自由调控技术^[22],结果表明,通过特殊设计的复合相位板可以自由调控完美涡旋的空间位置、角动量、数量及直径等参数。这些工作的开展丰富了完美涡旋光场的产生方法和调控手段,为该领域的深入研究提供了参考。

随着完美涡旋光场研究的深入,其研究外延不断拓展。2016年,Chaitanya等^[23]将完美涡旋的概念引入到超快激光领域,利用LiNbO₃非线性晶体生成了脉宽为507 fs、中心波长为530 nm的绿光飞秒完美涡旋光场。2016年,赵建林课题组提出了矢量完美涡旋光束的概念^[24],他们巧妙地采用Sagnac干涉光路,仅利用一个空间光调制器就产生了该新型光场,实验装置示意图如图4所示。图中的PSLM为相位型空间光调制器,PBS为偏振分光棱镜,RT为扩束镜,F为光阑, m 为右旋极化涡旋拓扑荷值, n 为左旋极化涡旋拓扑荷值。该完美矢量涡旋光束的横向光强分布不依赖于偏振度和拓扑荷值,并且该光束在纵向传播空间具有良好的稳定性。

2016年,高春清课题组提出了一种偏振完美涡旋光场产生技术^[25];研究后发现,偏振完美涡旋的半径易受透镜焦距及轴棱锥参数的影响,但对偏振度不敏感。同年,Banerji等^[26]将完美涡旋概念拓展到量子光学领域,提出了完美量子光学涡旋,其在量子信息处理及通信方面的应用具有巨大潜力。2017年,文双春课题组提出了一种基于Pancharatnam-Berry相位元件的完美涡旋的产生方法^[27],该方法可用一套实验装置产生完美涡旋或矢量完美涡旋,这为构建紧凑型光通信及微粒操纵系统提供了新的技术手段。

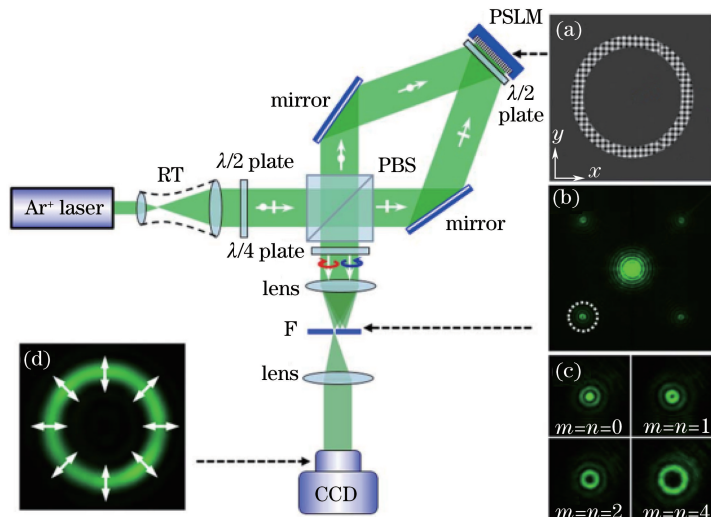
图 4 产生矢量完美涡旋光场的实验光路图^[24]

Fig. 4 Experimental optical path diagram for generating perfect vectorial vortex filed

大多数的传统涡旋光束拓扑荷值测量方法要求涡旋光束具有一定的稳定传输特性,而完美涡旋光束多在 SLM 的傅里叶平面上产生,因此会导致传统测量方法难以对完美涡旋光束的拓扑荷值进行测量。针对这一难题,本课题组提出了一种基于相移技术的原位在线测量方法^[28](整数阶拓扑荷值的测量结果如图 5 所示, η 为模式纯度, l 为拓扑荷值),该技术可在产生完美涡旋光束的同时实现对其拓扑荷值的原位在线测量,无需额外布置测量光路。此外,该方法还具有干涉图案稳定性好、不受寄生干涉及环境振动等因素影响的优点。

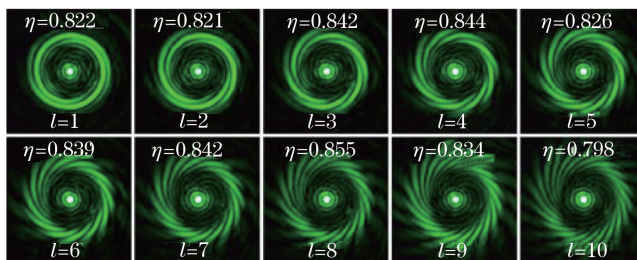
图 5 完美涡旋光束拓扑荷值测量干涉图^[28]

Fig. 5 Interference patterns of measuring topological charge of a perfect vortex beams

此外,本课题组还研究了完美涡旋光场亮环空间位置和半径的自由调控技术^[29](完美涡旋光场的空间自由调控结果如图 6 所示),该技术的空间调控精度可达 2.25 mm,为完美涡旋光场的空间调控及精密对准提供了技术支持。

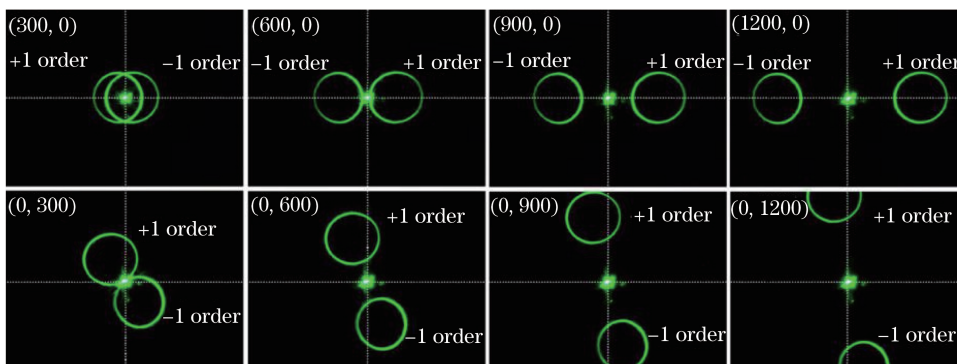
图 6 完美涡旋光场的空间自由调控结果^[29]

Fig. 6 Space free-control results of perfect vortex fields

4 完美涡旋光场的应用研究

Chen 等^[14]研究了完美涡旋光场微粒捕获的动力学过程。结果表明:被捕获的微粒在该光场中具有相同的局域角速度;与传统涡旋光场相比,完美涡旋可以在线修改光场的轨道角动量,从而实现微粒的自由灵活操纵。

完美涡旋的优点使其在大微粒操纵领域具有明显的优势。在完美涡旋光场的应用研究中,一项突出的工作是袁小聪课题组于 2016 年提出的基于完美涡旋增强的表面等离激元结构光照明显微成像技术^[30]。实验光路图如图 7 所示,其中 SPP 为表面等离激元完美涡旋,FL 为傅里叶变换透镜。在该项技术中,完美涡旋能够增强表面等离激元的激发效率和降低激发荧光的背景噪声,从而很好地实现了超分辨成像。之后,该课题组利用 DMD 产生了同心多环完美涡旋光场,该光场中的每个光环均为一个完美涡旋,该光场在基于 OAM 光通信的应用中可极大地提高信息容量^[31]。

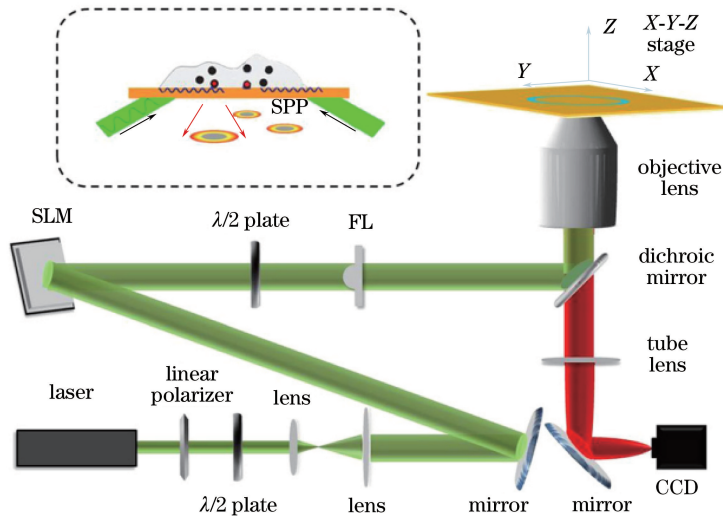


图 7 表面等离激元结构光照明显微成像技术的实验光路原理图^[30]

Fig. 7 Experimental optical path diagram for surface plasmonic structure illumination microscopy imaging system

2016 年, Reddy 等^[32]利用完美涡旋光束照射毛玻璃产生了颗粒尺寸不受拓扑荷值影响的散斑场,该散斑场经傅里叶变换后可得到无衍射的随机散斑场,且散斑的大小可以通过调节轴棱锥锥角参数实现,这显示了其在信息加密领域的应用潜力。Jabir 等^[33]通过研究完美涡旋对下转换光子角谱的影响后发现:下转换光子不依赖于抽运光子轨道角动量,而是依赖于抽运光束的空间分布;在存在非线性晶体空间偏离效应的情况下,增大涡旋半径可以降低晶体非对称角谱的非对称性。

5 结束语

自完美涡旋提出后涌现出了大量出色的研究工作,然而作为一种新型光场,针对其内涵及外延的研究还远远不够。完美涡旋的光强模式比较单一,不能满足某些领域的应用需求,而且还需进一步拓展完美涡旋光场的应用范围,这就需要更加深入地研究完美涡旋光场的内涵及外延,探索空间模式分布丰富、调控能力更强、适用范围更广的新型完美涡旋光场。

参 考 文 献

- [1] Leach J, Dennis M R, Courtial J, *et al.* Laser beams: knotted threads of darkness[J]. *Nature*, 2004, 432(7014): 165.
- [2] Molina-Terriza G, Torres J P, Torner L. Twisted photons[J]. *Nature Physics*, 2007, 3(5): 305-310.
- [3] Cai X L, Wang J W, Strain M J, *et al.* Integrated compact optical vortex beam emitters[J]. *Science*, 2012, 338(6105): 363-366.
- [4] Bozinovic N, Yue Y, Ren Y X, *et al.* Terabit-scale orbital angular momentum mode division multiplexing in fibers[J]. *Science*, 2013, 340(6140): 1545-1548.

- [5] Lavery M P, Speirits F C, Barnett S M, *et al.* Detection of a spinning object using light's orbital angular momentum [J]. *Science*, 2013, 341(6145): 537-540.
- [6] Li Xinzhong, Tian Xiaomin, Wang Hui, *et al.* Study on properties of speckle field formed by Laguerre-Gaussian beam illumination[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(7): 0726001.
李新忠, 田晓敏, 王 辉, 等. 拉盖尔-高斯光束照射产生散斑场的特性研究[J]. *光学学报*, 2015, 35(7): 0726001.
- [7] Li Xinzhong, Tai Yuping, Li Hehe, *et al.* Properties study of the fractional order high order Bessel vortex beam using vector wave analysis[J]. *Chinese J Lasers*, 2016, 43(6): 0605002.
李新忠, 台玉萍, 李贺贺, 等. 分数阶高阶贝塞尔涡旋光束的矢量波分析法研究[J]. *中国激光*, 2016, 43(6): 0605002.
- [8] Zhu Qingzhi, Wu Fengtie, He Xi. Generation of hollow beams through focusing J_0 -correlated Schell-model beams with axicon[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(10): 1026022.
朱清智, 吴逢铁, 何 西. 轴棱锥聚焦贝塞尔-谢尔模型光束产生空心光束[J]. *光学学报*, 2016, 36(10): 1026022.
- [9] Li X, Tai Y, Lv F, *et al.* Measuring the fractional topological charge of LG beams by using interference intensity analysis[J]. *Optics Communications*, 2015, 334(1): 235-239.
- [10] Yan H, Zhang E, Zhao B, *et al.* Free-space propagation of guided optical vortices excited in an annular core fiber[J]. *Optics Express*, 2012, 20(16): 17904-17915.
- [11] Li S, Wang J. Multi-orbital-angular-momentum multi-ring fiber for high-density space-division multiplexing[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2013, 5(5): 7101007.
- [12] Brunet C, Vaity P, Messaddeq Y, *et al.* Design, fabrication and validation of an OAM fiber supporting 36 states[J]. *Optics Express*, 2014, 22(21): 26117-26127.
- [13] Ostrovsky A S, Rickenstorff-Parrao C, Arrizón V. Generation of the "perfect" optical vortex using a liquid-crystal spatial light modulator[J]. *Optics Letters*, 2013, 38(4): 534-536.
- [14] Chen M, Mazilu M, Arita Y, *et al.* Dynamics of microparticles trapped in a perfect vortex beam[J]. *Optics Letters*, 2013, 38(22): 4919-4922.
- [15] Vaity P, Rusch L. Perfect vortex beam: Fourier transformation of a Bessel beam[J]. *Optics Letters*, 2015, 40(4): 597-600.
- [16] Kotlyar V V, Kovalev A A, Porfirev A P. Optimal phase element for generating a perfect optical vortex[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2016, 33(12): 2376-2384.
- [17] García-García J, Rickenstorff-Parrao C, Ramos-García R, *et al.* Simple technique for generating the perfect optical vortex[J]. *Optics Letters*, 2014, 39(18): 5305-5308.
- [18] Chen Y, Fang Z X, Ren Y X, *et al.* Generation and characterization of a perfect vortex beam with a large topological charge through a digital micromirror device[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(27): 8030-8035.
- [19] Tkachenko G, Chen M, Dholakia K, *et al.* Is it possible to create a perfect fractional vortex beam?[J]. *Optica*, 2017, 4(3): 330-333.
- [20] Yu J, Zhou C, Lu Y, *et al.* Square lattices of quasi-perfect optical vortices generated by two-dimensional encoding continuous-phase gratings[J]. *Optics Letters*, 2015, 40(11): 2513-2516.
- [21] Fu S, Wang T, Gao C. Perfect optical vortex array with controllable diffraction order and topological charge[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2016, 33(9): 1836-1842.
- [22] Deng D, Li Y, Han Y, *et al.* Perfect vortex in three-dimensional multifocal array[J]. *Optics Express*, 2016, 24(25): 28270-28278.
- [23] Chaitanya N A, Jabir M V, Samanta G K. Efficient nonlinear generation of high power, higher order, ultrafast "perfect" vortices in green[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(7): 1348-1351.
- [24] Li P, Zhang Y, Liu S, *et al.* Generation of perfect vectorial vortex beams[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(10): 2205-2208.
- [25] Fu S, Wang T, Gao C. Generating perfect polarization vortices through encoding liquid-crystal display devices [J]. *Applied Optics*, 2016, 55(23): 6501-6505.
- [26] Banerji A, Singh R P, Banerjee D, *et al.* Generating a perfect quantum optical vortex[J]. *Physical Review A*, 2016, 94(5): 053838.

- [27] Liu Y, Ke Y, Zhou J, *et al.* Generation of perfect vortex and vector beams based on Pancharatnam-Berry phase elements[J]. *Scientific Reports*, 2017, 7: 44096.
- [28] Ma H, Li X, Tai Y, *et al.* *In situ* measurement of the topological charge of a perfect vortex using the phase shift method[J]. *Optics Letters*, 2017, 42(1): 135-138.
- [29] Li Xinzhong, Meng Ying, Li Hehe, *et al.* Generation of perfect vortex beams and space free-control technology[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(10): 1026018.
李新忠, 孟莹, 李贺贺, 等. 完美涡旋光束的产生及其空间自由调控技术[J]. *光学学报*, 2016, 36(10): 1026018.
- [30] Zhang C, Min C, Du L, *et al.* Perfect optical vortex enhanced surface plasmon excitation for plasmonic structured illumination microscopy imaging[J]. *Applied Physics Letters*, 2016, 108(20): 201601.
- [31] Xin Z, Zhang C, Yuan X. Concentric perfect optical vortex beam generated by digital micro-mirrors device[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2017, 9(2): 7903107.
- [32] Reddy S G, Chithrabhanu P, Pravin V, *et al.* Non-diffracting speckles of a perfect vortex beam[J]. *Journal of Optics*, 2016, 18(5): 055602.
- [33] Jabir M V, Chaitanya N A, Aadhi A, *et al.* Generation of "perfect" vortex of variable size and its effect in angular spectrum of the down-converted photons[J]. *Scientific Reports*, 2016, 6: 21877.