

宇称-时间对称纵向势垒中光孤子的传播特性

李屹磊, 覃亚丽, 毛盛益, 杨斌, 任宏亮

浙江工业大学信息工程学院光纤通信与信息工程研究所, 浙江 杭州 310023

摘要 通过数值仿真,研究了空间孤子在经过一个宇称-时间(PT)对称纵向势垒之后的动态传播特性。仿真结果表明,空间孤子穿越势垒之后有一个横向的偏折。偏折角度与PT对称势垒的增益/损耗项、调制深度以及纵向宽度有关,增益/损耗项对空间孤子的动态特性有重要的影响。此外,空间孤子在经过一个PT对称势垒之后会得到能量上的增益,增益大小与偏折角度有密切的关系。通过调整势垒参数可以控制偏折的角度,这使得空间孤子在光开关、光通信等众多领域中具有巨大的应用前景。

关键词 非线性光学; 孤子; 宇称-时间对称; 势垒; 数值仿真

中图分类号 O436 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP54.081901

Propagation Characteristics of Optical Solitons in Parity-Time Symmetric Potentials with Longitudinal Barriers

Li Yilei, Qin Yali, Mao Shengyi, Yang Bin, Ren Hongliang

Institute of Fiber Optic Communication and Information Engineering, College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou, Zhejiang 310023, China

Abstract Dynamical propagation characteristics of spatial solitons after passing a parity-time (PT) symmetric potential with a longitudinal barrier is investigated by numerical simulation. The simulation results show that a spatial soliton transversally deflects after transmitting through the barrier. The deflection angle is related to the gain/loss coefficient, the modulation depth and the longitudinal dimension of the PT symmetric potential barrier. The gain/loss coefficient shows an important influence on the dynamical propagation characteristics of spatial solitons. Besides, after passing a PT symmetric potential barrier, the spatial soliton obtains an energy gain whose value is closely related to the deflection angle. By adjusting the barrier parameters, the deflection angle can be controlled. This makes spatial solitons have a great application potential in many fields such as optical switch and optical communications.

Key words nonlinear optics; solitons; parity-time symmetry; barrier; numerical simulation

OCIS codes 190.6135; 050.1940; 080.1510; 160.4760; 140.3460

1 引言

空间孤子自1964年被首次理论预测^[1]以来就一直一直是光学领域的研究热点。空间光孤子^[2-3]是指在非线性介质中传输和碰撞时其波形不变的局域束缚态光脉冲。近年来,传统克尔非线性中的基本孤子、偶极、三极孤子、涡旋光孤子、涡旋光束以及光折变非线性介质中的多模孤子^[4-7]已经被广泛研究,其中宇称-时间(PT)对称势能中的空间孤子成为研究热点^[8-9]。PT对称由Bender等^[10]于1998年在量子力学领域中首次提出。PT对称的非厄米共轭哈密顿量能展现出实光谱。当一个哈密顿量关于坐标的实部为偶函数、虚部为奇函数时,则称该哈密顿量PT对称。量子力学中的薛定谔方程具有与光学中的非线性薛定谔方程相同的数学形式,在光学系统中只要合理地设置增益与损耗区域,就能很容易实现PT对称,从而在实验中更易

收稿日期: 2017-02-20; **收到修改稿日期:** 2017-03-17

基金项目: 国家自然科学基金(61675184,61275124,61405178,61205121)

作者简介: 李屹磊(1992—),男,硕士研究生,主要从事光孤子及非线性光学方面的研究。E-mail: 404887688@qq.com

导师简介: 覃亚丽(1963—),女,博士,教授,主要从事光孤子及非线性光学方面的研究。

E-mail: ylqin@zjut.edu.cn(通信联系人)

观察到 PT 对称^[11-12], 这为 PT 对称结构的研究提供了巨大的便利。Hu 等^[13]研究了 PT 对称光学晶格中的基本孤子、偶极和三极孤子。另外, 国内外学者对 PT 对称光学晶格中的缺陷孤子^[14-15]、布拉格带隙孤子^[16]、涡旋孤子^[17]的稳定性进行了研究, 对 PT 对称光学晶格中特殊的相移点^[18-19]以及 PT 对称势垒对克尔非线性介质中的孤子动态特性的影响进行了讨论^[20-21]。

本文研究了空间孤子在呈纵向 PT 对称势垒分布的克尔非线性介质中的传播特性, 发现在经过 PT 对称势垒之后空间孤子有一个横向的角度偏移。通过研究得知, 这个偏移的角度与势垒的几个变量参数有关, 包括势垒的增益/损耗系数、调制深度以及纵向宽度。而其中势垒的增益/损耗系数是空间孤子发生偏转的决定性因素。此外, 空间孤子的偏转同时也伴随着空间孤子能量的增益。通过调节势垒的各个参数, 可以调控孤子的偏折角度以及能量。

2 数学理论模型

通过归一化的非线性薛定谔方程来描述空间孤子在自聚焦克尔非线性介质中经过势垒的传播过程:

$$i \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + V_0 R(x, z) U + |U|^2 U = 0, \quad (1)$$

式中 $U(x, z) = A(x, z) \exp(-ik_0 z)$ 为光场包络, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, $A(x, z)$ 为振幅。 λ_0 为入射光的波长, V_0 为势垒的调制深度, $R(x, z)$ 为复折射率。考虑以下形式的一个复折射率分布:

$$R(x, z) = \begin{cases} V(x, z) \exp[\epsilon(z - z_b)], & 0 \leq z \leq z_b \\ V(x, z) \exp\{-[\epsilon(z - z_b)]\}, & z_b \leq z \leq 5z_b \end{cases}, \quad (2)$$

式中横坐标 x 与纵坐标 z 分别为根据输入光宽度 a 和衍射长度 $L_{\text{diff}} = n_0 k_0 a^2$ 进行归一化后的值, n_0 为背景光折射率, $V(x, z) = \exp(-x^2) + i\omega_0 x \exp(-x^2)$ 为横轴上的一个 PT 对称势能分布, ω_0 为增益/损耗系数, z_b 为无量纲的传播距离, 取 $z_b = 8$ 。势能的纵向宽度 δ 与参数 ϵ 相关, δ 采用类似脉宽定义, 由 $R(x, z_b - \delta/2)/R(x, z_b) = 1/2$ 决定, 即纵向宽度 δ 为 z 轴上势能最高点到势能最高点二分之一处距离的两倍。推导可得参数 ϵ 与纵向宽度 δ 的关系为 $\delta = \ln 4/\epsilon$ 。当纵向宽度 δ 增大时, 势能在 $z = z_b$ 附近的衰减减慢, 如图 1 所示。

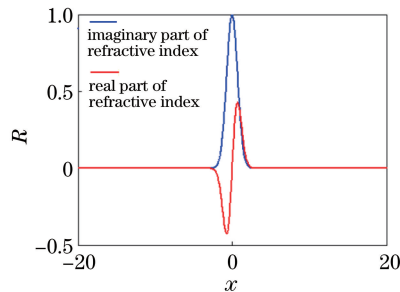


图 1 $z = z_b$ 处 PT 对称势垒的分布 ($\omega_0 = 1, V_0 = 1, \delta = \ln 4$)

Fig. 1 Distribution of PT symmetric potential barrier at $z = z_b$ ($\omega_0 = 1, V_0 = 1, \delta = \ln 4$)

3 数值模拟仿真与结果分析

采用分步傅里叶法对实验模型进行数值仿真。在仿真实验中, 采用自聚焦克尔介质中的基本孤子作为实验入射光, 其形式为

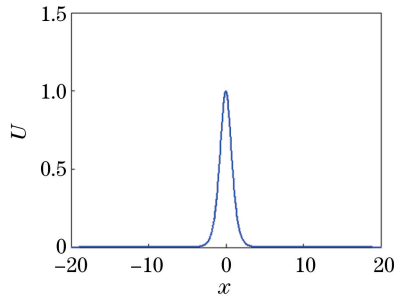
$$U(x, z) = \text{sech}(x) \exp(-ik_0 z). \quad (3)$$

空间孤子的能量 P 为

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} |U|^2 dx. \quad (4)$$

由(4)式可得, 入射光的初始能量为 2。图 2 所示为入射光在 x 方向上的形状。

孤子在经过 PT 对称势垒后出现明显的横向偏折, 为了更好地量化孤子产生的偏折程度, 设空间孤子的

图2 孤子在 $z=0$ 处的形状Fig. 2 Soliton profile at $z=0$

偏折角度 $\tan \theta = \Delta x / \Delta z$, 其中 Δx 为空间孤子在 $z=40$ 能量峰值处的横坐标; Δz 为 z_b 到 $z=40$ 处的距离, 即 32 个衍射长度。横纵坐标是根据光束宽度和衍射长度进行归一化后的无量纲坐标, 因此这里的角度 θ 与实际的偏折角度不同, 但是这可以更好地定性分析偏折程度与 PT 对称势垒之间的关系。

3.1 增益/损耗系数对孤子偏折的影响

在探讨增益/损耗系数对孤子偏折的影响之前, 先调整好势垒的另外几个参数, 包括调制深度 $V_0 = 1$, 势垒纵向宽度 $\delta = \ln 4$ 。分别取 $w_0 = 0, 1, 2$, 仿真观察增益/损耗系数与孤子偏折角度之间的关系。图 3(a1)、(a2)、(a3) 所示分别为相对应的孤子沿 z 轴的传播轨迹, 而图 3(b1)、(b2)、(b3) 所示为其对应的不

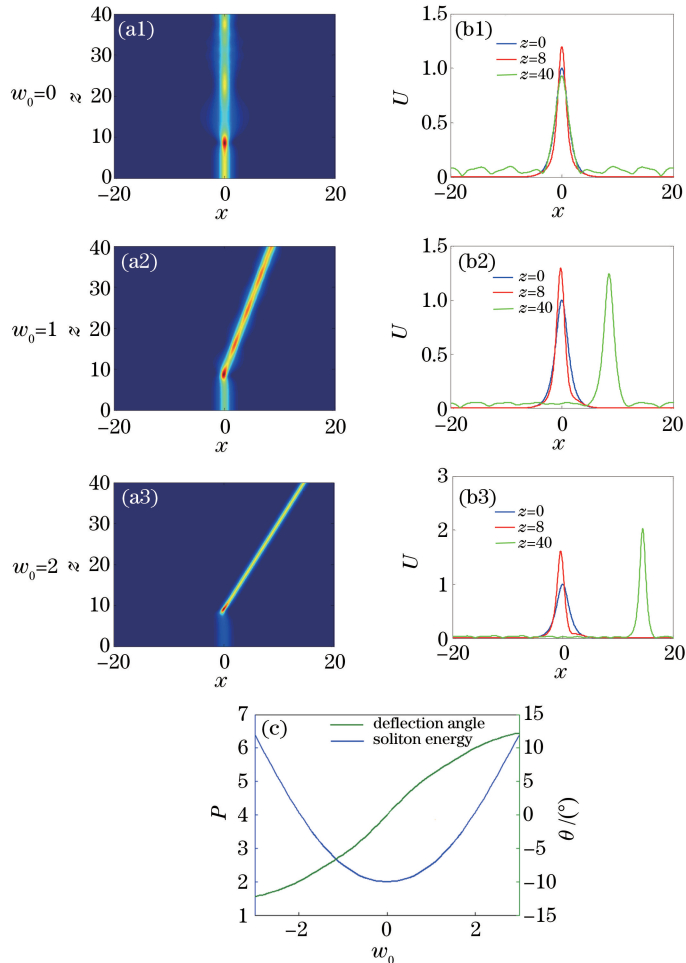


图3 (a1)(a2)(a3)空间孤子经过势垒之后的传播轨迹;(b1)(b2)(b3)相应的孤子形状;

(c)偏折角度和孤子能量与增益/损耗系数的关系

Fig. 3 (a1)(a2)(a3) Propagation trajectories of spatial solitons through barriers; (b1)(b2)(b3) corresponding soliton profiles;

(c) deflection angle and soliton energy versus gain/loss coefficient

同传播距离下的孤子形状。当 $\omega_0 > 0$ 时, 孤子在 $z = z_b$ 处发生偏折, 且空间孤子在 $\omega_0 = 2$ 时的偏折角度明显大于 $\omega_0 = 1$ 时的偏折角度。为了更好地研究参数 ω_0 对空间孤子传播的影响, 图 3(c) 展示了空间孤子的偏折角度以及出射面的能量与增益/损耗系数 ω_0 的关系, 可以看出, 当 $\theta > 0$ 时光束向右偏折, 当 $\theta < 0$ 时光束向左偏折。空间孤子的偏折角度关于 $\omega_0 = 0$ 奇对称, 这说明参数 ω_0 的正负只与孤子偏折的方向有关, 而与孤子偏折的角度大小无关。此外, 孤子在出射面的能量关于 $\omega_0 = 0$ 偶对称, 这说明孤子出射时的能量只与 $|\omega_0|$ 有关。当 $\omega_0 = 0$ 时, 孤子的偏折角度 $\theta = 0$, 并且出射面的能量 $P = 2$, 与入射光的能量大小相同。这说明正是势垒中增益/损耗项的加入引起了这种奇特的偏折现象, 而孤子能量的增大是因为奇对称的增益损耗在孤子传播过程中给了孤子一个横向的能流, 这个能流的作用相当于一个横向的力, 使孤子在穿过 PT 对称势垒之后有了角度偏折, 同时也使孤子的能量得到了增益。

3.2 势垒调制深度对孤子偏折的影响

首先, 设定势垒纵向宽度 $\delta = \ln 4$, 然后在不同 ω_0 下研究势垒的深度 V_0 对偏折角度 θ 的影响。图 4 展示了在不同的增益/损耗系数 ω_0 下, 孤子在出射面的能量以及偏折角度与势垒调制深度 V_0 的关系。可以看出, 随着势垒调制深度 V_0 的增大, 孤子在出射面的能量以及偏折角度均先增大后减小, 然后再次增大。两条曲线的变化趋势高度吻合, 说明能量的变化造成了孤子的偏折。同时, 这两条曲线的极大值与增益/损耗系数 ω_0 的大小相关。当增益/损耗系数增大时, 两条曲线的极大值均增大, 同时完成一次振荡所需要的 V_0 减小。这证明增益/损耗系数 ω_0 在孤子的偏折现象中扮演了重要的角色。

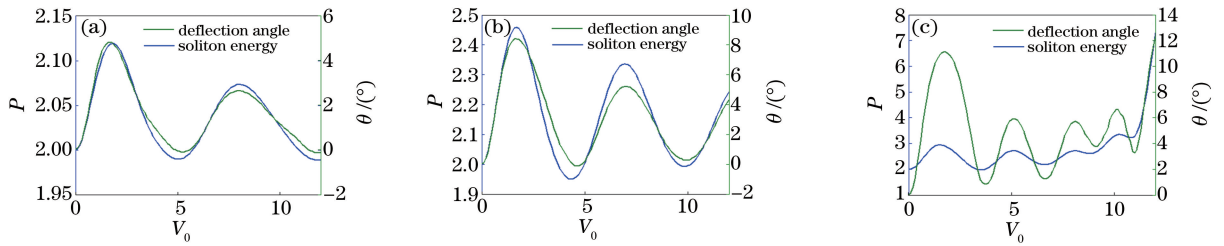


图 4 偏转角度和孤子能量与势垒深度的关系。(a) $V_0 = 0.4$; (b) $V_0 = 0.8$; (c) $V_0 = 1.2$

Fig. 4 Deflection angle and soliton energy versus barrier depth. (a) $V_0 = 0.4$; (b) $V_0 = 0.8$; (c) $V_0 = 1.2$

3.3 势垒纵向宽度对孤子偏折的影响

设定势垒的增益/损耗系数 $\omega_0 = 1$, 势垒深度 $V_0 = 1$ 。因为势垒纵向宽度 δ 与参数 ϵ 成反比, 所以通过控制参数 ϵ 来研究势垒纵向宽度对孤子偏折的影响。当参数 ϵ 增大时, 势垒宽度 δ 减小, 势垒在 $z = z_b$ 附近衰减加快, 从而导致 PT 对称势垒对空间孤子的影响时间减少, 最终使得空间孤子得到的能量增益以及偏折的角度减小。图 5(a)、(b) 展示了当 $\epsilon = 5$ 、纵向势垒宽度为 $\ln 4/5$ 时孤子的演化图以及对应的不同传输距离下

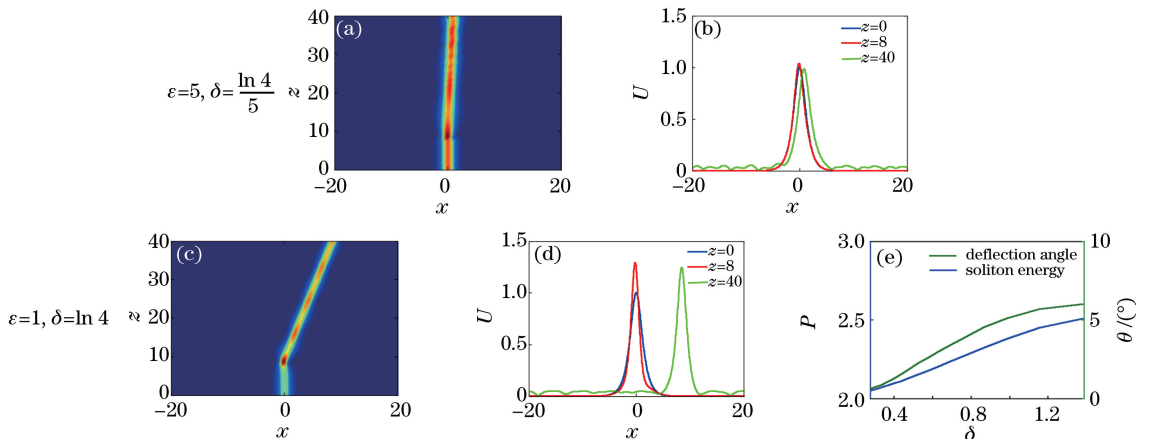


图 5 空间孤子(a)(c)传播中的演化图以及(b)(d)不同传输距离下的形状;(e)偏折角度和孤子能量与势垒宽度的关系

Fig. 5 (a)(c) Evolution graphs and (b)(d) beam profiles at different distances of spatial solitons;

(e) deflection angle and soliton energy versus barrier width

孤子的外形,图 5(c)、(d)展示了当 $\epsilon = 1$ 、纵向势垒宽度为 $\ln 4$ 时孤子的演化图以及对应的不同传输距离下孤子的形状。从图 5 中可以看到,孤子的偏折角度随势垒宽度 δ 的增大而增大。图 5(g)所示为偏折角度 θ 以及孤子在出射面($z = 5z_b$)处的孤子能量 P 与势垒纵向宽度 δ 的关系曲线,可以看到, θ 和 P 均随着 δ 的增大而逐渐增大。这证明 δ 的增大使得 PT 对称势垒的影响逐渐变大。

4 结 论

数值仿真研究了空间孤子经过一个 PT 对称势垒之后的传播特性。仿真结果表明,空间孤子在经过一个纵向 PT 对称光学势垒之后会出现传播方向上的角度偏折以及能量增益。角度的偏折是因为孤子在经过势垒时,势垒的增益/损耗项产生了横向能流,从而导致孤子的偏折。此外,偏折角度的大小不仅与增益/损耗系数的大小有关,还与势垒的调制深度以及势垒的纵向宽度有关。通过调节势垒的几个参数就可以控制偏转角度的大小。这些结果为实验研究空间孤子在 PT 对称势垒中的传播特性提供了一定的参考。

参 考 文 献

- [1] Chiao R Y, Garmire E, Townes C H. Self-trapping of optical beam[J]. Physical Review Letters, 1964, 13: 479-484.
- [2] Kivshar Y S, Agrawal G P. Optical solitons: From fibers to photonic crystals[M]. San Diego: Academic Press, 2003: 3-5.
- [3] Zhang Jiefang, Zhao Bi, Hu Wencheng, *et al.* Interaction propagation of optical vortex solitons in inhomogeneous nonlinear waveguides[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(4): 0419001.
张解放, 赵 辟, 胡文成, 等. 非均匀非线性波导中涡旋光孤子的相互作用传播[J]. 光学学报, 2013, 33(4): 0419001.
- [4] Yu Wensu, Qin Yali, Ren Hongliang, *et al.* Research on ring-like vortex solitons in Bessel lattices[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(7): 0719001.
余文愫, 覃亚丽, 任宏亮, 等. 贝塞尔晶格中环状涡旋孤子的研究[J]. 光学学报, 2014, 34(7): 0719001.
- [5] Yan Man, Qin Yali, Liu Xian, *et al.* Propagation of double-charge vortex beam in a negative defect photonic lattice[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(8): 081904.
鄢 曼, 覃亚丽, 刘 鲜, 等. 二阶涡旋光束在负缺陷晶格中的传输[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(8): 081904.
- [6] Yang Bin, Qin Yali, Liu Xian, *et al.* Research on dipole solitons in optically induced lattices[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(7): 0719001.
杨 斌, 覃亚丽, 刘 鲜, 等. 光诱导晶格中偶极孤子的研究[J]. 光学学报, 2015, 35(7): 0719001.
- [7] Dong L W, Ye F W. Stability of multipole-mode solitons in thermal nonlinear media[J]. Physical Review A, 2010, 81(1): 013815.
- [8] Wen Z C, Yan Z Y. Dynamical behaviors of optical solitons in parity-time (PT) symmetric sextic anharmonic double-well potentials[J]. Physical Letters A, 2015, 379(36): 2025-2029.
- [9] Musslimani Z H, Makris K G, El-Ganainy R, *et al.* Optical solitons in PT periodic potentials[J]. Physical Review Letters, 2008, 100: 030402.
- [10] Bender C M, Boettcher S. Real spectra in non-Hermitian Hamiltonians having PT symmetry[J]. Physical Review Letters, 1998, 80: 5243-5246.
- [11] Guo A, Salamo G J, Duchesne D, *et al.* Observation of PT-symmetric breaking in complex optical potentials[J]. Physical Review Letters, 2009, 103: 093902.
- [12] Rueter C E, Makris K G, El-Ganainy R, *et al.* Observation of parity-time symmetry in optics[J]. Nature Physics, 2010, 6: 192-195.
- [13] Hu S, Ma X, Lu D, *et al.* Solitons supported by complex PT-symmetric Gaussian potentials[J]. Physical Review A, 2011, 84(4): 21098-21108.
- [14] Hu S, Ma X, Lu D, *et al.* Defect solitons in parity-time symmetric optical lattices with nonlocal nonlinearity[J]. Physical Review A, 2012, 85(4): 2212-2222.
- [15] Fang L, Gao J, Shi Z, *et al.* Nonlocal defect solitons in parity-time-symmetric superlattices with defocusing

- nonlinearity[J]. The European Physical Journal D, 2014, 68(10): 1-5.
- [16] Liu S, Ma C, Zhang Y, *et al.* Bragg gap solitons in PT symmetric lattices with competing nonlinearity[J]. Optics Communications, 2012, 285(7): 1934-1939.
- [17] Zhou Bozhen, Hua Chunbo, Xu Siliu, *et al.* Optical vortex soliton in parity-time symmetric potentials[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(5): 0505004.
周博臻, 花春波, 徐四六, 等. PT 对称晶格势中涡旋光孤子[J]. 中国激光, 2015, 42(5): 0505004.
- [18] Achilleos V, Kevrekidis P G, Frantzeskakis D J, *et al.* Dark solitons and vortices in PT-symmetric nonlinear media: From spontaneous symmetry breaking to nonlinear PT phase transitions[J]. Physical Review A, 2012, 86(1): 013808.
- [19] Kartashov Y V, Malomed B A, Torner L. Unbreakable PT symmetry of solitons supported by inhomogeneous defocusing nonlinearity[J]. Optics Letters, 2014, 39(19): 5641-5644.
- [20] Khawaja U Al, Al-marzoug S M, Bahlouli H, *et al.* Unidirectional soliton flows in PT-symmetric potentials[J]. Physical Review A, 2013, 88(2): 023830.
- [21] Zhou K, Wei T, Sun H, *et al.* Soliton dynamics in a PT-symmetric optical lattice with a longitudinal potential barrier[J]. Optics Express, 2015, 23(13): 16903-16911.