

# 小波变换减小调制度轮廓术中非线性的研究

钟敏, 陈锋, 肖朝

成都信息工程大学光电技术学院, 四川 成都 610225

**摘要** 调制度轮廓术采用条纹投影和成像共轴的系统结构,将被测物体的高度信息编码在条纹的模糊程度中,无需相位展开即可完成对复杂物体的面形测量,能有效避免阴影、遮挡和相位不连续等问题。在实际测量中,由于CCD探测器光电响应的非线性,高次频的引入直接影响调制度分布的提取,从而降低系统的测量精度。研究了小波变换应用于受到非线性因素影响下的条纹调制度提取,从信号频域角度分析并推导了该方法提取条纹调制度的表达式。在进行条纹解调时采用最佳的加权滤波窗,有效抑制了非线性因素对测量精度的影响,获得比傅里叶变换更好的重建效果,计算模拟和实验验证了该结论的正确性。

**关键词** 测量; 光学三维传感; 调制度分布; 小波变换; CCD探测器的非线性

**中图分类号** O436 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP54.071205

## Research on the Nonlinearity Mitigation by Wavelet Transform Method in Modulation Profilometry

Zhong Min, Chen Feng, Xiao Chao

College of Optoelectronic Technology, Chengdu University of Information Technology,  
Chengdu, Sichuan 610225, China

**Abstract** In the modulation profilometry, the fringe projection axis coincides with the observation axis, and the height information of measured object is encoded into fringe defocus, which completes the measurement with complex surface, the problems of shadows, shutoff and phase truncating. However, in the practical measurement, extraction of modulation distribution from fringe patterns will be affected on account of high-order harmonics produced by photoelectric response nonlinearity of CCD detector, which will reduce the measurement accuracy. The wavelet transform method is applied to modulation retrieval, and the frequency-domain description analysis is deduced for the fringe pattern influenced by nonlinearity. With the advantages of local analysis and multi-resolution, an adaptive optimized filtering operation is adopted to demodulate the image, which mitigates the effect of nonlinearity on measurement accuracy effectively and obtains better reconstruction results compared with Fourier transform method, both the computer simulation and practical experiment verified the validity of the proposed method.

**Key words** measurement; optical three-dimensional sensing; modulation distribution; wavelet transform; nonlinearity of CCD detector

**OCIS codes** 120.6650; 110.6880; 070.2590; 190.4400

## 1 引言

光学三维传感技术具有非接触、精度高、速度快、信息容量大以及测量简单等优点,已被广泛应用于国防军事、生物医学、工业检测、文化遗产数字化保存、3D动画模型建构以及网络虚拟等领域<sup>[1-3]</sup>。

按照测量系统的结构,可将基于结构光投影的三维传感技术分为基于三角原理的光学三维传感技术和

**收稿日期:** 2017-01-06; **收到修改稿日期:** 2017-02-13

**基金项目:** 成都信息工程大学科研基金(KYTZ201619, KYTZ201516)

**作者简介:** 钟敏(1987—),女,博士,讲师,主要从事信息光学和光学三维传感方面的研究。

E-mail: zm1013@cuit.edu.cn

基于垂直原理的三维传感技术两大类。其中,在基于三角原理的光学三维传感技术的测量系统中,条纹投影方向与探测器获取图像的方向存在一定的夹角,因此,投影一个标准正弦光栅到被测物体的表面时,从另一个方向将探测到经被物体高度调制的变形条纹,通过计算条纹的变形量,最终重建被测物体的三维面形。采用该系统结构的方法主要包括:叠栅轮廓术、相位测量轮廓术、傅里叶变换(FT)轮廓术、小波变换轮廓术以及S变换轮廓术等<sup>[4-9]</sup>。该系统以条纹相位作为信息载体,测量精度高且易于实现,但由于夹角的存在,常常导致阴影、遮挡以及相位不连续等问题,进而使得该技术无法正确分析和重建表面复杂的被测物体。

基于垂直原理的三维传感技术的提出是为了突破三角原理法存在的局限性<sup>[10-12]</sup>,该技术的投影光轴与CCD探测光轴重合,不仅能够较好地避免阴影、遮挡以及相位不连续等问题,还能够完成对表面复杂的物体的精确测量。基于垂直原理的三维传感技术主要包括调制度测量轮廓术和基于条纹对比度分析的三维测量方法。其中,调制度测量轮廓术将被测物体的深度信息编码在变形条纹的模糊程度中,通过相移算法、傅里叶变换或者小波变换方法获取条纹的调制度分布,从而重建被测物体的三维面形。相移算法利用多帧条纹图的同名像素点强度分布解调该点的调制度,属于一种点对点运算,测量精度较高,但需要光栅在每个扫描位置至少拍摄3帧条纹图,因此测量过程比较耗时;傅里叶变换和小波变换方法属于单帧条纹处理技术,在光栅扫描的每个位置只需拍摄一帧条纹即可获取该位置调制度分布信息,能够有效提高测量速度。

而傅里叶变换属于全局分析方法,通过滤波窗提取条纹的基频信息计算调制度分布,如果基频和其他频率出现混叠,固定尺寸的窗口无法进行最优化处理,最终将导致调制度提取出现较大误差,进而影响三维面形的重建精度。小波变换具有良好的时频分析特性,能够较好地提取条纹的局部信息,即使存在频谱混叠现象,也能够较准确地提取调制度分布。

频谱混叠现象源于被测物体的复杂度以及CCD探测器非线性响应等因素,而后者对测量精度的影响不可忽略。本文主要研究小波变换方法在减小CCD非线性效应方面的应用,详细推导该方法在提取受非线性因素影响条纹图调制度分布的表达式,分别采用傅里叶变换和小波变换方法分析受非线性影响的条纹图,并对计算机模拟和实验的重建效果进行比较,结果表明,小波变换方法能够很好地抑制CCD非线性效应对测量精度的影响。

## 2 测量原理

### 2.1 调制度轮廓术的基本原理

将一个正弦光栅通过投影透镜成像,在光栅的像平面上采集的条纹图最清晰,即条纹的调制度最大;而在像平面的前后方,因离焦的原因,采集的条纹图将逐渐模糊,即条纹的调制度逐渐降低,离像平面越远,模糊程度越严重。其成像示意如图1所示。将像平面前后一定范围内采集的条纹图集取同名像素点,如图2(a)所示,该点所对应调制度分布的变换规律如图2(b)所示。

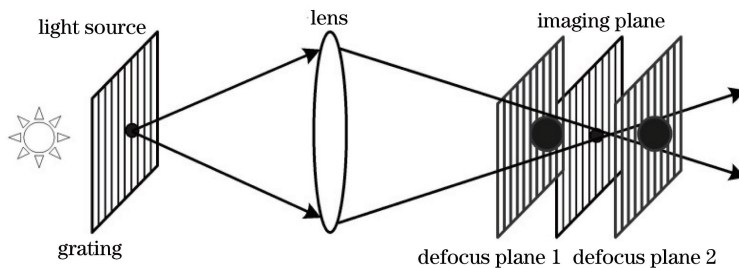


图1 成像示意图

Fig. 1 Scheme of imaging

分析图2可知,调制度在像平面上最大,而在像平面的前后方将逐渐变小。如果将被测物体放置于光栅成像面附近,并保持被测物体不动,前后移动成像系统,使光栅的成像面在深度方向上扫过整个被测物体,此时在被测物体表面的任意一点均可获得类似于图2所示的调制度值分布,记录移动的间距,通过物点调制度最大值的所在位置与光栅成像面之间的关系即可获得被测物体表面各点的高度值。

调制度测量轮廓术的原理示意如图3所示。将正弦条纹投影至被测物体上,在光栅扫描的过程中,

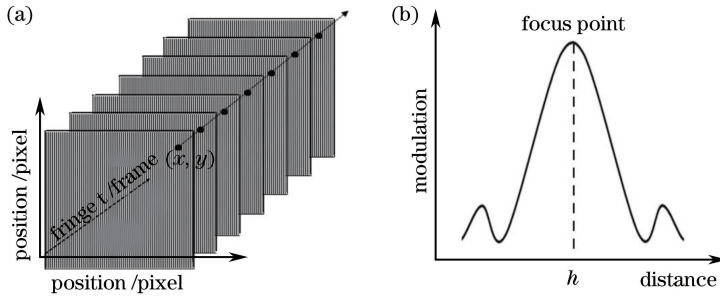


图 2 调制度分布图。(a)条纹图集;(b)同名像素点调制度分布

Fig. 2 Modulation distribution. (a) Fringe patterns; (b) modulation distribution of a definite point

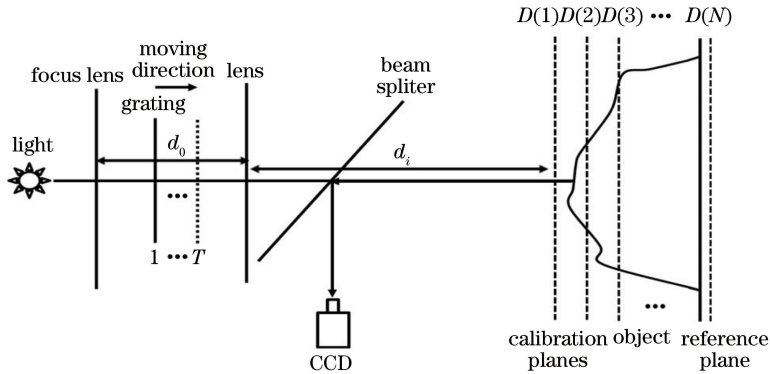


图 3 调制度轮廓术的测量原理图

Fig. 3 Schematic of modulation measurement profilometry

CCD 相机通过半透半反镜获取被测物体表面的条纹分布,对于基于傅里叶变换的调制度轮廓术以及基于小波变换的调制度轮廓术,只需在光栅扫描的每一个位置处采集一帧条纹图即可获得该位置处条纹图的调制度分布。然后,平移投影系统,使正弦条纹的成像面在物体深度方向上依次扫过被测物体,每次移动都可获取一幅相应于物体表面的调制度分布,同时记录下投影系统移动的距离。深度扫描结束后,对应被测物体表面的每一点,均可获得一条类似于图 2(b)所示的调制度曲线,找到曲线上的调制度最大值,得到该值对应的距离信息,进而得到物体的高度信息。

在实际测量中,建立高度和调制度之间映射关系时需要测量系统进行标定。如图 3 所示,在放置被测物体适当的深度范围内等距离地选取  $N$  个面,其中,离光源最远的面设为系统的参考面,高度为 0 mm,其他面的高度值均为距离该平面的相对高度值。系统标定时,将平面依次从  $D(1)$  位置移动到  $D(N)$  处,对于每一位置上的平面,光栅均从 1 位置扫描到  $T$  位置处,相机相应获取  $T$  帧条纹图。例如,当平面放置在  $D(1)$  位置,让光栅从位置 1 依次移动到位置  $T$ ,相机相应地获取平面上的  $T$  帧条纹图,采集结束后,将平面移动至  $D(2)$  处,光栅返回至 1 位置,再开始进行  $D(2)$  位置的条纹采集工作,如此重复操作直到采集完  $D(N)$  位置处的  $T$  帧条纹图。对于任意平面  $n$ ,计算相应  $T$  帧条纹图的调制度值,此时,对于该平面上的任意像素点  $(x, y)$ ,可获得如图 2(b)所示的调制度分布曲线,每条曲线最大值均可找到对应的条纹帧数  $t(n)_{\max}$ 。于是,调制度和条纹帧数的对应关系得到建立,此时,平面的相对高度值已知,即可获得该点处调制度与高度之间的映射关系。最后,二者之间的查值表可通过最小二乘法进行插值拟合而得,即

$$D(n) = p_1(x, y) + p_2(x, y)t(n)_{\max} + p_3(x, y)t^2(n)_{\max}, n = 0, 1, \dots, N - 1, \quad (1)$$

式中  $D(n)$  为标定平面  $n$  在像素点  $(x, y)$  的相对高度值,  $p_1(x, y)$ 、 $p_2(x, y)$  和  $p_3(x, y)$  分别为最小二乘拟合的系数。

在几何光学近似下,将一正弦光栅投影到被测物体上,理想成像情况下,从与投影方向相同的方向上可探测到被测物体上的条纹图,其光强分布可表示为

$$I(x, y) = \frac{R(x, y)}{M^2} \{I_0 + C_0(x, y) \cdot \cos[2\pi f_0 x + \Phi_0(x, y)]\}, \quad (2)$$

式中  $M$  为系统的横向放大率,  $R(x, y)$  为被测物体表面的反射率,  $I_0$  为条纹的背景强度,  $C_0(x, y)$  为条纹的对比度,  $f_0$  为投影条纹沿  $x$  方向的空间频率,  $\Phi_0(x, y)$  为条纹的初始相位。

根据成像理论, 光栅在成像面前后的模糊像  $I'(x, y; \delta)$  可由聚焦像  $I(x, y)$  和相应的系统模糊方程(系统点扩展函数的卷积)得到

$$I'(x, y; \delta) = h(x, y; \delta) * I(x, y), \quad (3)$$

式中符号  $*$  表示卷积运算,  $\delta$  为模糊像与离聚焦像之间的距离(离聚焦像平面前或后的距离)。

在实际光学系统中, 由于系统衍射、色散和透镜的畸变等因素, 通常采用二维高斯函数来表示系统的点扩展函数  $h(x, y; \delta)$ , 其表达式为<sup>[13]</sup>

$$h(x, y; \delta) = \frac{1}{2\pi\sigma_H^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_H^2}\right), \quad (4)$$

式中  $\sigma_H$  为点扩展函数的标准偏差, 与模糊斑半径  $r$  成正比( $\sigma_H = Cr$ ),  $C$  为与光学系统有关的参数, 大多数情况下可近似取值为  $\sqrt{2}$ <sup>[14]</sup>。如图 3 所示, 在几何光学近似下, 模糊斑半径  $r$  满足以下关系:

当  $d_i < fd_0/(d_0 - f)$  时( $f$  为透镜焦距), 有

$$r = d(fd_0 + fd_i - d_0d_i)/2d_0f, \quad (5)$$

当  $d_i > fd_0/(d_0 - f)$  时, 则有

$$r = d(d_0d_i - fd_0 - fd_i)/2d_0f, \quad (6)$$

式中  $d$  为透镜孔径,  $d_0, d_i$  分别为光栅与透镜以及透镜与平面之间的距离。

将(2)式和(4)式代入(3)式并进行傅里叶变换, 再作傅里叶逆变换可得光栅成像面前后的模糊像表达式

$$I'(x, y; \delta) = \frac{R(x, y)}{M^2} \left\{ I_0 + C_0(x, y) \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}f_0^2\sigma_H^2\right) \cdot \cos[2\pi f_0x + \Phi_0(x, y)] \right\}. \quad (7)$$

提取(7)式中余弦函数前面的部分, 即可得到光栅模糊像的调制度分布

$$M(x, y; \delta) = \frac{R(x, y)}{M^2} \cdot C_0(x, y) = R(x, y) \cdot M_0(x, y) \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}f_0^2\sigma_H^2\right), \quad (8)$$

式中  $M_0(x, y)$  为光栅成像面上的调制度分布。

## 2.2 条纹受非线性因素的数学描述

在理想状态下, 投影正弦光栅到被测物体上, 在光栅成像面前后由 CCD 获取的光强分布可由(7)式表示。但考虑到 CCD 光电响应非线性效应的影响时, 由 CCD 采集到的条纹图可表示为

$$I'_\gamma(x, y; \delta) = [I'(x, y; \delta)]^\gamma, \quad (9)$$

式中  $\gamma$  为非线性因子, CCD 的  $\gamma$  取值通常在 1.8~2.5<sup>[15]</sup>。将(9)式改写为多项式分布形式, 考虑 3 阶非线性影响, 并保留前四项, 得到<sup>[16-17]</sup>

$$I'_\gamma(x, y; \delta) = I'(x, y; \delta) + k_1 I'(x, y; \delta) + k_2 I'^2(x, y; \delta) + k_3 I'^3(x, y; \delta), \quad (10)$$

式中  $k_1, k_2, k_3$  为比例因子。将(2)式代入(9)式, 并利用欧拉公式  $\cos(\theta) = [\exp(j\theta) + \exp(-j\theta)]/2$  可以得到

$$\begin{aligned} I'_\gamma(x, y; \delta) &= P_0 + P_1 \exp\left(-\frac{1}{2}f_0^2\sigma_H^2\right) \cdot \{\exp[(2\pi f_0x + \Phi_0)j] + \exp[-(2\pi f_0x + \Phi_0)j]\} = \\ &P_2 \exp\left(-\frac{1}{2}f_0^2\sigma_H^2\right) \cdot \{\exp[2(2\pi f_0x + \Phi_0)j] + \exp[-2(2\pi f_0x + \Phi_0)j]\} = \\ &P_3 \exp\left(-\frac{3}{2}f_0^2\sigma_H^2\right) \cdot \{\exp[3(2\pi f_0x + \Phi_0)j] + \exp[-3(2\pi f_0x + \Phi_0)j]\}, \end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$\begin{cases} P_0 = \frac{RI_0}{M^2} + k_1 \frac{RI_0}{M^2} + k_2 \frac{R^2}{M^4} \left( I_0 + \frac{1}{2} C_0 \right) + k_3 \frac{R^3}{M^6} \left( I_0^3 + \frac{3}{2} I_0 C_0^2 \right) \\ P_1 = \frac{RC_0}{2M^2} \left( 1 + k_1 + 2k_2 \frac{RI_0}{M^2} + 3k_3 \frac{R^2 I_0^2}{M^4} + 3k_3 \frac{R^2 C_0^2}{M^4} \right) \\ P_2 = \frac{R^2 C_0^2}{4M^4} \left( k_2 + 3k_3 \frac{RI_0}{M^2} \right) \\ P_3 = \frac{k_3 R^3 C_0^3}{8M^6} \end{cases}, \quad (12)$$

提取(12)式中的基频部分,将其取模可得受非线性因素影响的光栅模糊像的调制度分布表达式

$$\begin{aligned} M'(x, y; \delta) = & \left| P_1 \exp\left(-\frac{1}{2} f_0^2 \sigma_H^2\right) \cdot \left\{ \exp[(2\pi f_0 x + \Phi_0)j] + \exp[-(2\pi f_0 x + \Phi_0)j] \right\} \right| = \\ & P_1 \exp\left(-\frac{1}{2} f_0^2 \sigma_H^2\right). \end{aligned} \quad (13)$$

对比(8)式与(13)式可知,光栅模糊像调制度分布的表达式在受非线性因素影响下与理想情况下只相差一个系数  $K$ ,即

$$K = \frac{1}{2} \left( 1 + k_1 + 2k_2 \frac{RI_0}{M^2} + 3k_3 \frac{R^2 I_0^2}{M^4} + 3k_3 \frac{R^2 C_0^2}{M^4} \right). \quad (14)$$

### 2.3 小波变换获取受非线性影响条纹调制度的原理

在利用一维小波变换方法获取二维条纹图的调制度时,将逐行分析和处理二维条纹图信息,任意一行条纹信号  $I'_y(x)$  可表示为

$$\begin{aligned} I'_y(x; \delta) = & P_0 + P_1 P_1 \exp\left(-\frac{1}{2} f_0^2 \sigma_H^2\right) \cdot \left\{ \exp[(2\pi f_0 x + \Phi_0)j] + \exp[-(2\pi f_0 x + \Phi_0)j] \right\} = \\ & P_2 \exp\left(-\frac{1}{2} f_0^2 \sigma_H^2\right) \cdot \left\{ \exp[2(2\pi f_0 x + \Phi_0)j] + \exp[-2(2\pi f_0 x + \Phi_0)j] \right\} = \\ & P_3 \exp\left(-\frac{3}{2} f_0^2 \sigma_H^2\right) \cdot \left\{ \exp[3(2\pi f_0 x + \Phi_0)j] + \exp[-3(2\pi f_0 x + \Phi_0)j] \right\}. \end{aligned} \quad (15)$$

将(15)式进行小波变换可得

$$W(a, b) \leq I'_y(x; \delta), \psi_{a,b}(x) \geq \int_{-\infty}^{+\infty} I'_y(x; \delta) \psi_{a,b}^*(x) dx, \quad (16)$$

式中  $\psi_{a,b}^*(x)$  为  $\psi_{a,b}(x)$  的复共轭,且有

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right), \quad (17)$$

式中  $\psi_{a,b}(x)$  为以  $\psi(x)$  为母小波的小波族,  $a, b$  分别为尺度因子和平移因子,且  $a > 0, b \in \mathbb{R}$ .  $W(a, b)$  为小波系数,表示待处理信号和子小波簇之间的相似度,相似度越大,对应的小波系数也越大.沿小波平移方向上,将不同位置的小波系数最大值连线可得小波变换的脊,条纹对应的调制度值可从小波脊信息中获得.

Morlet 小波通过高斯函数调节正、余弦波的振幅产生,具有良好的时频局部化特性,因此,成为了条纹分析常用的小波基函数.一维 Morlet 小波的定义式为

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{f_b \pi}} \exp\left(j2\pi f_c x - \frac{x^2}{f_b}\right), \quad (18)$$

式中  $f_b$  为小波包络宽度的参数,  $f_c$  为小波的中心频率,且  $f_b \geq 1, f_c \geq 1$ .通过选取不同的  $f_b$  和  $f_c$  构成一组子小波,用于分析和处理条纹信息.考虑到  $R(x)$  和  $C_0(x)$  均为缓慢变化的,在位置  $e$  处,将  $\Phi_0(x)$  进行一级泰勒级数近似可得

$$\Phi_0(x) = \Phi_0(e) + \Phi_0'(x - e). \quad (19)$$

将(15)、(17)、(18)以及(19)式代入(16)式可得 Morlet 小波变换系数

$$W(a, b) = W_0(a, b) + W_1(a, b) + W_1^*(a, b) + W_2(a, b) + W_2^*(a, b) + W_3(a, b) + W_3^*(a, b), \quad (20)$$

其中

$$\begin{cases}
W_0(a, b) = P_0 \exp(-\pi^2 f_c^2 f_b) \\
W_1(a, b) = P_1 \exp\left(-\frac{1}{2} f_0^2 \sigma_H^2\right) \cdot \exp\{[2\pi f_0 e + \Phi_0(e)]j\} \cdot \exp\left\{-\frac{f_b}{4} [a[2\pi f_0 + \Phi'_0(e)] - 2\pi f_c]^2\right\} \\
W_1^*(a, b) = P_1 \exp\left(-\frac{1}{2} f_0^2 \sigma_H^2\right) \cdot \exp\{[2\pi f_0 e + \Phi_0(e)]j\} \cdot \exp\left\{-\frac{f_b}{4} [a[2\pi f_0 + \Phi'_0(e)] - 2\pi f_c]^2\right\} \\
W_2(a, b) = P_2 \exp(-f_0^2 \sigma_H^2) \cdot \exp\{2[2\pi f_0 e + \Phi_0(e)]j\} \cdot \exp\left\{-\frac{f_b}{4} [2a[2\pi f_0 + \Phi'_0(e)] - 2\pi f_c]^2\right\} \\
W_2^*(a, b) = P_2 \exp(-f_0^2 \sigma_H^2) \cdot \exp\{-2[2\pi f_0 e + \Phi_0(e)]j\} \cdot \exp\left\{-\frac{f_b}{4} [2a[2\pi f_0 + \Phi'_0(e)] - 2\pi f_c]^2\right\} \\
W_3(a, b) = P_3 \exp\left(-\frac{3}{2} f_0^2 \sigma_H^2\right) \cdot \exp\{3[2\pi f_0 e + \Phi_0(e)]j\} \cdot \exp\left\{-\frac{f_b}{4} [3a[2\pi f_0 + \Phi'_0(e)] - 2\pi f_c]^2\right\} \\
W_3^*(a, b) = P_3 \exp\left(-\frac{3}{2} f_0^2 \sigma_H^2\right) \cdot \exp\{-3[2\pi f_0 e + \Phi_0(e)]j\} \cdot \exp\left\{-\frac{f_b}{4} [3a[2\pi f_0 + \Phi'_0(e)] - 2\pi f_c]^2\right\}
\end{cases} \quad (21)$$

由于  $f_b \geq 1, f_c \geq 1$ , 有

$$W_0(a, b) = P_0 \exp(-\pi^2 f_c^2 f_b) \approx 0. \quad (22)$$

对于一幅待分析的条纹图,其相位通常递增,即  $\Phi'_0(e) > 0$ ,因此,  $W_1^*(a, b) \approx W_2^*(a, b) \approx W_3^*(a, b) \approx 0$ ,根据系数  $P_1, P_2, P_3$  的大小可知,  $W_1(a, b) \gg W_2(a, b)$  且  $W_1(a, b) \gg W_3(a, b)$ , 于是,  $W(a, b)$  可近似表示为

$$W(a, b) \approx W_1(a, b) =$$

$$P_1 \exp\left(-\frac{1}{2} f_0^2 \sigma_H^2\right) \cdot \exp\{[2\pi f_0 e + \Phi_0(e)]j\} \cdot \exp\left\{-\frac{f_b}{4} [a[2\pi f_0 + \Phi'_0(e)] - 2\pi f_c]^2\right\}. \quad (23)$$

当  $\frac{d|W_1(a, b)|}{da} = 0$  时,  $|W_1(a, b)|$  具有最大值, 即

$$\frac{d|W_1(a, b)|}{da} =$$

$$\frac{d \left| P_1 \exp\left(-\frac{1}{2} f_0^2 \sigma_H^2\right) \cdot \exp\{[2\pi f_0 e + \Phi_0(e)]j\} \cdot \exp\left\{-\frac{f_b}{4} [a[2\pi f_0 + \Phi'_0(e)] - 2\pi f_c]^2\right\} \right|}{da} = 0, \quad (24)$$

此时,在位置  $e$  脊处的伸缩因子  $a_r$  为

$$a_r = \frac{2\pi f_c}{2\pi f_0 + \Phi'_0(e)}, \quad (25)$$

将(25)式代入(23)式并取模,得到由 Morlet 小波变换方法获取的调制度值为

$$M_{\text{Mor}} = |W_1(a, b)|_{a_r} = P_1 \exp\left(-\frac{1}{2} f_0^2 \sigma_H^2\right). \quad (26)$$

对比(13)式与(26)式可知,采用 Morlet 小波变换方法可获得与傅里叶变换同样的结果。然而,在实际条纹分析以及调制度提取的过程中,属于全局变换的傅里叶变换采用固定窗口提取包含调制度信息的基频部分,所得信息通常会不可避免地混有高频分量,因此,其实际所得的条纹调制度分布会出现错误,进而影响被测物体三维面形的重建精度;小波变换属于局部分析方法,具有良好的时频局部化特性,其所得的小波系数分布比傅里叶谱简单,能够较好地提取局部信息,获得比傅里叶变换更高的测量精度。

### 3 计算机模拟

利用计算机模拟验证小波变换方法抑制条纹中非线性因素的影响,并与傅里叶变换进行对比。模拟中,被测物体为经二维 Sinc 函数调制后的 Peaks 函数,最大高度  $\Phi_{\text{max}} = 60$  mm,且被测物体的最低点和最高点相对于透镜的距离分别为 538.5714 mm 和 478.5714 mm(该位置由高斯定律决定),结果如图 4 所示,其表

达式为

$$\Phi(x, y) = \text{Peaks}(x, y) \times \text{sinc}(x, y), \quad (27)$$

式中二维 sinc 函数表达式为

$$\text{sinc}(x, y) = [\sin(\pi x)/\pi x] \cdot [\sin(\pi y)/\pi y]. \quad (28)$$

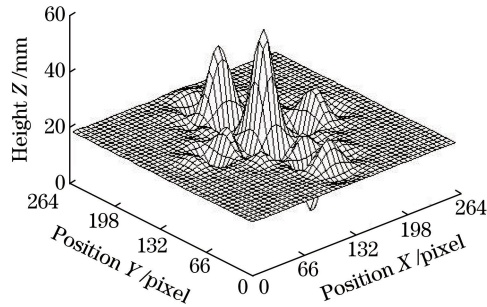


图4 被测物体

Fig. 4 Measured object

测量系统中,透镜焦距  $f_0 = 58$  mm,透镜孔径  $d = 40$  mm,横向放大率  $M = 8.3$ ,条纹的背景强度  $I_0 = 0.5$ ,条纹的对比度  $C(x, y) = 0.5$ ,非线性因子设置为  $\gamma = 2.5$ ,为了直观地观察非线性因素对条纹图正弦性的影响,图 5(a)给出了标准正弦条纹(以周期为 40 pixel 为例)以及受非线性因素( $\gamma = 2.5$ )影响下正弦条纹部分的强度分布,可见,当受到非线性因素的影响时,条纹的强度分布已经偏离正弦性。在模拟过程中,条纹载频  $f_0 = 1/5$  pixel,条纹尺寸为 264 pixel  $\times$  264 pixel。光栅由位置 1 等间距移动位置  $T$  ( $T = 200$ ,移动过程中光栅与透镜的距离  $d_0$  由 66 mm 变为 60 mm),整个深度扫描范围内共采集 200 帧条纹图,其中第 40 帧、第 100 帧以及第 160 帧图像结果分别如图 5(b)~(d)所示。考虑到实际测量中噪声因素的影响,每帧条纹图中均添加了 0.02 倍条纹最大强度值的随机噪声(由 Matlab 软件中的 randn 函数产生)。

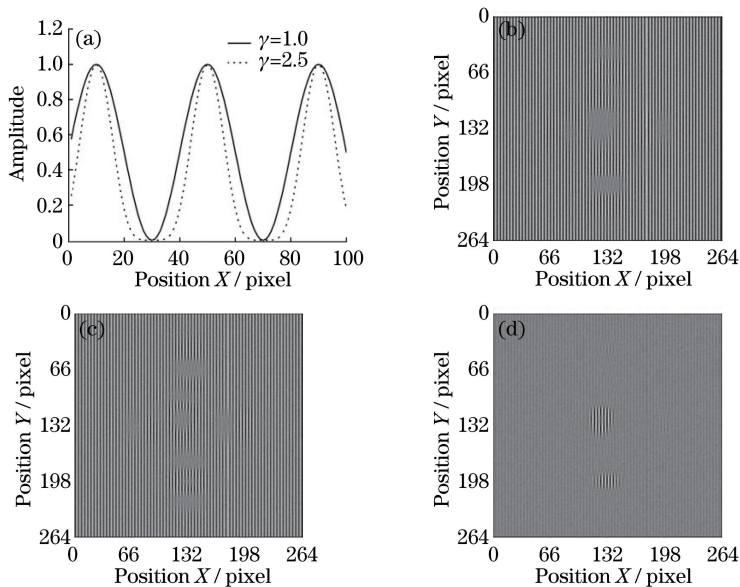


图5 模拟结果。(a)标准正弦条纹以及受非线性因素( $\gamma = 2.5$ )影响正弦条纹的强度分布;

(b)第 40 帧条纹图;(c)第 100 帧条纹图;(d)第 160 帧条纹图

Fig. 5 Simulation results. (a) Amplitude of standard sinusoidal fringe and that affected by nonlinearity ( $\gamma = 2.5$ );

(b) the 40<sup>th</sup> frame; (c) the 100<sup>th</sup> frame; (d) the 160<sup>th</sup> frame

分别采用 Morlet 小波变换和傅里叶变换计算每帧条纹图的调制度值, Morlet 小波变换方法所选取的尺度因子最小值、最大值以及间隔分别为  $a_{\min} = 1$ ,  $a_{\max} = 6$ ,  $\Delta a = 0.125$ 。图 6(a)~(b)分别给出了两种方法获取图 5(b)的调制度分布。Morlet 小波变换方法具有良好的时频局部化特性,即使存在非线性因素的影

响,小波变换也能获得比较准确的调制度分布;而傅里叶变换属于全局变换方法,固定窗口无法准确地提取基频信息,因此,由该方法计算所得的条纹图调制度值也受到影响。

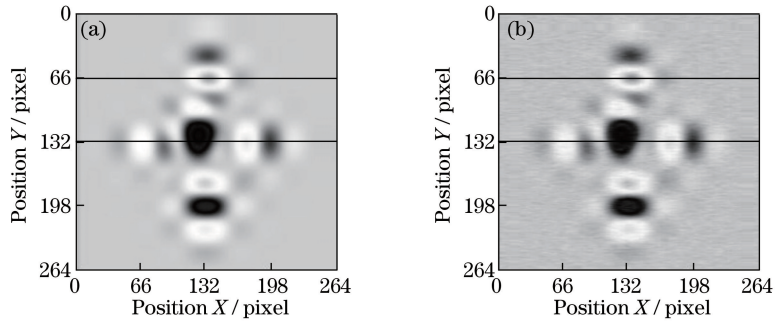


图6 第40帧条纹图调制度计算。(a) Morlet小波变换;(b)傅里叶变换

Fig. 6 Modulation of the 40<sup>th</sup> frame of fringe patterns. (a) Morlet wavelet transform; (b) Fourier transform

根据调制度值与高度值之间的映射关系, Morlet小波变换和傅里叶变换方法重建被测物体三维面形的结果如图7(a)、(b)所示,其对应的误差分布如图7(c)、(d)所示,两种方法所得的均方根误差分别为0.1332 mm和0.2486 mm。

模拟中被测物体的面形较为复杂,由于基频分量的展宽以及高次谐波对基频的混叠,傅里叶变换方法无法准确提取调制度,直接影响到被测物体的重建精度;小波变换方法能够对信号进行局部分析,且小波变换系数的结构比傅里叶谱简单,即使对于表面复杂的被测物体或者存在非线性因素影响的条纹图,通过小波脊的提取,准确地获得相应的调制度值,因此该方法获得了更准确的重建结果。为了进一步对比两种方法对细节的重建效果,图8分别给出了第231行被测物体通过小波重建和傅里叶变换重建的结果效果图。可见,小波变换更接近被测物体的真实值,而傅里叶变换模糊了一些细节部分。

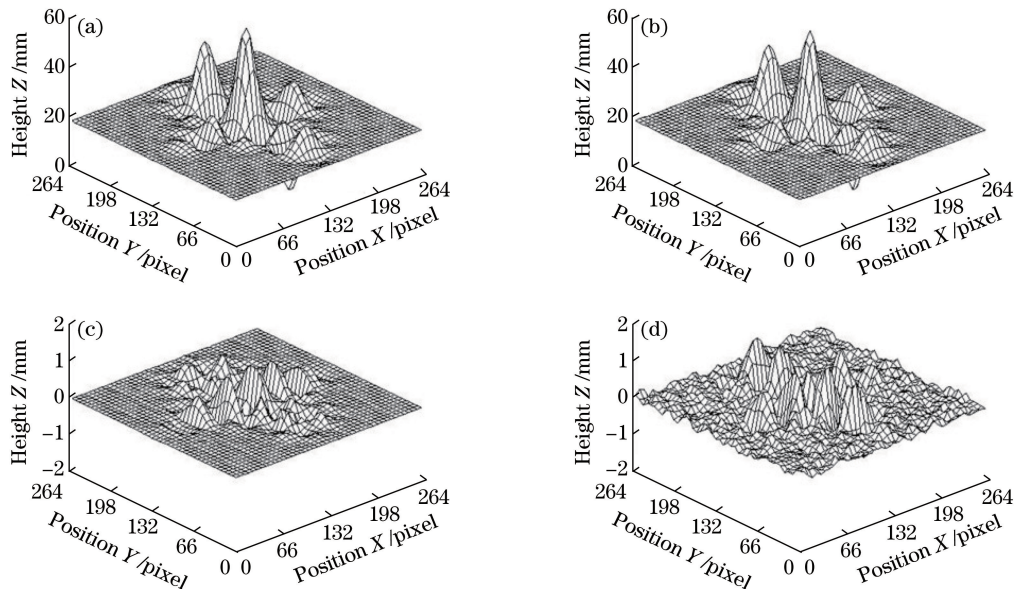


图7 模拟结果。(a) Morlet小波变换重建结果;(b)傅里叶变换重建结果;  
(c) Morlet小波变换误差分布;(d)傅里叶变换误差分布

Fig. 7 Simulation results. (a) Reconstruction result by Morlet wavelet transform; (b) reconstruction result by Fourier transform; (c) error distribution by Morlet wavelet transform; (d) error distribution by Fourier transform

## 4 实 验

为了验证 Morlet小波抑制条纹中非线性因素的影响,在实验测量过程中(实验系统如图9所示)选取具有复杂结构的杂牙托模型作为被测物体,采用精密电动平移台(PSA400-113P-X, Zolix, 北京)平移标定平



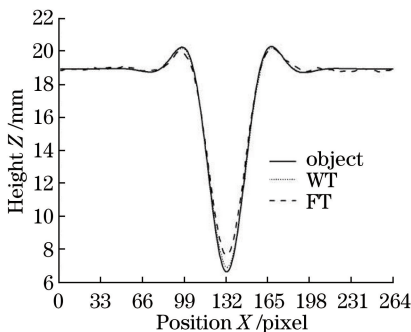


图 8 第 231 行的两种方法重建结果

Fig. 8 Reconstruction results of the 231<sup>st</sup> line obtained by two methods

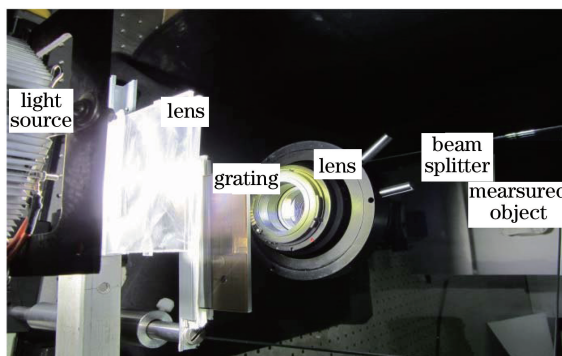


图 9 实验系统

Fig. 9 Experiment system

面。测量过程中 CCD(sxc10, Baumer, 德国) 共采集 471 帧条纹图, 其中第 100、200、300 帧图像分别如图 10(a)~(c)所示, 图 10(d)给出了第 300 帧条纹图第 260 行[图 10(c)中的白线标注部分]的频谱分布。由图 10 可见, 由于被测物体的复杂性以及测量系统中非线性因素的影响, 结果中已经出现了基频展宽和严重的频谱混叠现象。

采用小波变换和傅里叶变换方法对每帧条纹图进行处理, 提取其调制度分布。图 11(a)~(b)分别给出

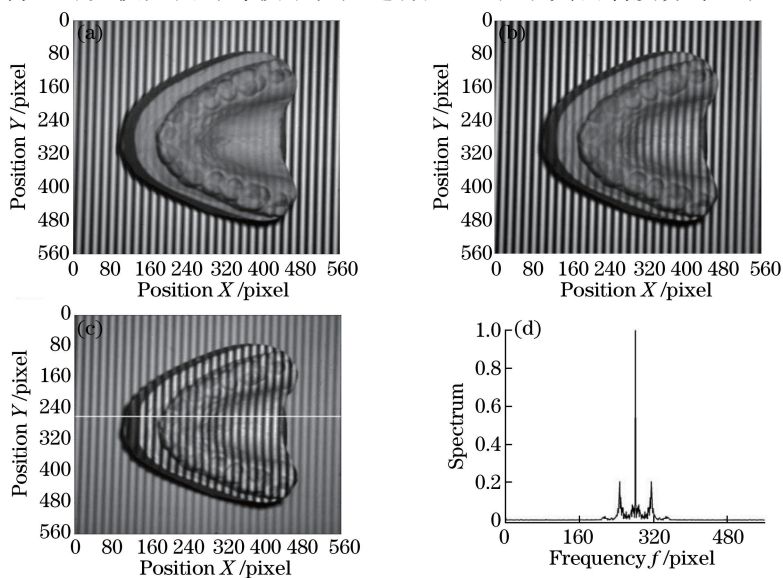


图 10 实验结果。(a)第 100 帧条纹图;(b)第 200 帧条纹图;(c)第 300 帧条纹图;(d)图(c)第 260 行频谱分布

Fig. 10 Experimental results. (a)The 100<sup>th</sup> frame; (b) the 200<sup>th</sup> frame; (c) the 300<sup>th</sup> frame;

(d) spectrum distribution of the 260<sup>th</sup> line in Fig. (c)

了小波变换和傅里叶变换方法处理第 300 帧图像所得的条纹调制度分布。分别计算出每帧条纹调制度分布后,利用调制度分布与高度之间的映射关系即可实现被测物体三维面形的重建,图 11(c)~(d)分别为小波变换和傅里叶变换方法的重建结果。由于牙托模型的面形较复杂,基频部分有一定的展开,且系统受到 CCD 非线性因素的影响,频谱混叠的出现导致傅里叶变换方法无法准确地提取条纹中的基频分量,从而丢失了被测物体的细节部分,牙齿轮廓被平滑;小波变换方法能够对信号进行局部分析,且该方法具有多分辨率分析的能力,能够较好地提取每帧条纹图的调制度分布,得到更准确的重建结果。

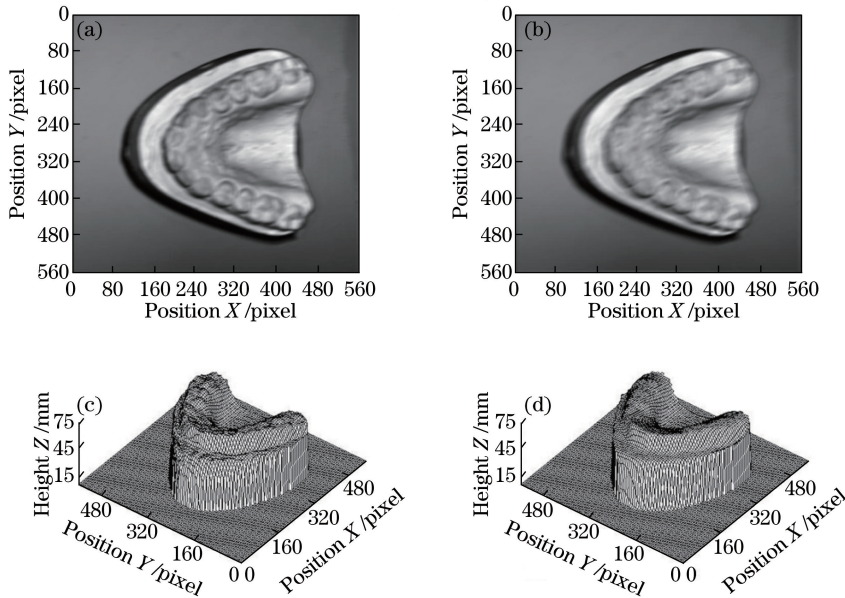


图 11 实验结果。(a)小波变换提取的调制度分布;(b)傅里叶变换提取的调制度分布;  
(c)小波变换的重建结果;(d)傅里叶变换的重建结果

Fig. 11 Experimental results. (a) Modulation distribution by wavelet transform; (b) modulation distribution by Fourier transform; (c) reconstruction result by wavelet transform; (d) reconstruction result by Fourier transform

## 5 结 论

调制度轮廓术采用条纹投影方向与探测器获取方向相同的系统结构,能有效避免基于三角原理测量中阴影、遮挡以及相位不连续等问题,可完成对复杂表面物体的测量。推导了测量系统在受到非线性因素影响时,提出了小波变换方法提取条纹调制度值的理论表达式,研究了该方法减小条纹图非线性效应影响的基本原理。

与全局处理的傅里叶变换方法相比,小波变换方法具有局部分析和多分辨率的特点,且小波系数的结构比傅里叶谱更简单,即使条纹存在基频展宽以及频谱混叠现象,也可以计算得到较准确的调制度信息,模拟和实验均表明,在进行静止的复杂三维面形重建工作中,小波变换方法能够获得比傅里叶变换更高的测量精度。

## 参 考 文 献

- [1] Su X Y, Zhang Q C. Dynamic 3D shape measurement method: a review[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2010, 48(2): 191-204.
- [2] Chen F, Brown G M, Song M M. Overview of three-dimensional shape measurement using optical methods[J]. Optics Engineering, 2000, 39(1): 10-22.
- [3] Su Xianyu, Zhang Qican, Chen Wenjing. Structured light 3D imaging technology[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(2): 0209001.  
苏显渝, 张启灿, 陈文静. 结构光三维成像技术[J]. 中国激光, 2014, 41(2): 0209001.
- [4] Takasaki H. Moiré topography[J]. Applied Optics, 1970, 9(6): 1467-1472.
- [5] Zhao Hong, Chen Wenyi, Tan Yushan. Automatic shadow Moirétopography[J]. Acta Optica Sinica, 1995, 15(9): 1275-1277.

- 赵宏, 陈文艺, 谭玉山. 自动的阴影莫尔轮廓术[J]. 光学学报, 1995, 15(9): 1275-1277.
- [6] Srinivasan V, Liu H C, Halioua M. Automated phase-measuring profilometry of 3D diffuse objects[J]. Applied Optics, 1984, 23(18): 3105-3108.
- [7] Takeda M, Mutoh K. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes[J]. Applied Optics, 1983, 22(24): 3977-3982.
- [8] Zhong J G, Weng J W. Phase retrieval of optical fringe patterns from the ridge of a wavelet transform[J]. Optics Letters, 2005, 30(19): 2560-2562.
- [9] Jiang Mohua, Chen Wenjing, Zheng Zhiping. Research of phase demodulation technique based on S-transform[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 19(9): 04120001.
- 蒋模华, 陈文静, 郑志平. 基于 S 变换的解相技术研究[J]. 光学学报, 2011, 31(4): 04120001.
- [10] Su X Y, Su L K, Li W S, *et al.* New 3D profilometry based on modulation measurement[J]. SPIE, 1998, 3558: 1-7.
- [11] Su Likun, Su Xianyu, Li Wansong, *et al.* 3D profilometry based on modulation measurement[J]. Acta Optica Sinica, 1999, 19(9): 1257-1262.
- 苏礼坤, 苏显渝, 李万松, 等. 基于调制度测量的三维轮廓术[J]. 光学学报, 1999, 19(9): 125-1262.
- [12] Zhong M, Chen F, Xiao C, *et al.* 3-D surface profilometry based on modulation measurement by applying wavelet transform method[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2017, 88: 243-254.
- [13] Nayar S K, Nakagawa Y. Shape from focus[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1994, 16(8): 824-831.
- [14] Subbarao M, Gurumoorthy N. Depth recovery from blurred edges[J]. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 1988: 498-503.
- [15] Gonzalez R C, Woods R E, Eddins S L. Digital image processing[M]. Ruan Qiuqi, Transl. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2007: 63-66.
- 冈萨雷斯, 伍兹, 艾丁斯. 数字图像处理[M]. 阮秋琦, 译. 2 版. 北京: 电子工业出版社, 2007: 63-66.
- [16] Su Ke, Chen Wenjing. Analyzing wavelet transform profilometry in the restraining CCD nonlinear characteristic[J]. Optical Technique, 2009, 35(1): 37-40.
- 苏 轲, 陈文静. 小波变换轮廓术抑制 CCD 非线性的分析[J]. 光学技术, 2009, 35(1): 37-40.
- [17] Zhao Huandong, Zhu Bijin, Li Zhineng. Effect on the Fourier transform profilometry due to the CCD nonlinearity[J]. Optical Instruments, 2000, 22(5): 7-13.
- 赵焕东, 祝必进, 李志能. CCD 的非线性效应对改进型傅里叶变换轮廓术的影响[J]. 光学仪器, 2000, 22(5): 7-13.