

斜入射微结构高度误差的优化设计

杨亮亮, 刘成林, 张志海, 唐 健

盐城师范学院新能源与电子工程学院, 江苏 盐城 224051

摘要 基于衍射效率与入射角度的表达式和正入射时微结构高度误差与衍射效率的表达式,建立了斜入射时衍射光学元件(DOEs)的微结构高度误差与衍射效率和带宽积分平均衍射效率(PIDE)的数学关系。当相对微结构高度误差的绝对值相等时,负相对微结构高度误差高于正相对微结构高度误差对应的衍射效率和带宽积分平均衍射效率。该分析方法和结论为衍射光学元件的微结构高度加工公差的控制提供了理论参考。

关键词 衍射; 衍射光学元件; 衍射效率; 微结构高度误差

中图分类号 O436 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP54.060501

Optimal Design of Depth-Scaling Error with Oblique Incidence

Yang Liangliang, Liu Chenglin, Zhang Zhihai, Tang Jian

College of New Energy and Electronic Engineering, Yancheng Teachers University, Yancheng, Jiangsu 224051, China

Abstract Based on the expression between diffraction efficiency and incident angle and the expression between diffraction efficiency and micro-structure height error under normal incidence, the mathematical relationship between micro-structure height error and diffraction efficiency or polychromatic integral diffraction efficiency (PIDE) for diffractive optical elements (DOEs) under oblique incidence is established. When the absolute value of the relative micro-structure height errors is equal, the corresponding diffraction efficiency and PIDE with negative micro-structure height errors are higher than those with positive micro-structure height errors. The analysis method and conclusion provide a theoretical reference for the determination of the machining tolerance of micro-structure height error for DOEs.

Key words diffraction; diffractive optical elements; diffraction efficiency; micro-structure height error

OCIS codes 050.1970; 050.1965; 220.4000

1 引言

衍射光学元件(DOE)具有特殊的消色差性质和非球面性质,广泛应用于可见光波段、红外波段等成像光学系统中^[1-6]。对于应用于成像光学系统中的衍射光学元件,多采用单点金刚石车削方法加工^[7-8]。在加工过程中,会引入一定的加工误差,如微结构高度误差、周期宽度误差,这些误差会直接影响衍射光学元件的衍射效率^[9-12]。衍射效率的大小决定了衍射光学元件的工作波段范围。多层衍射光学元件能够以较高的衍射效率工作在较宽的波段范围内。成像系统中常用的多层衍射光学元件是分离型双层衍射光学元件,其衍射效率随入射角度的增大而下降较快,且加工误差导致实际测得的衍射效率较低^[13]。

文献[14]分析了加工误差对衍射光学元件波前像差的影响。文献[10]讨论了加工误差对双层衍射光学元件衍射效率的影响,文献[12]进一步研究了加工误差对带宽积分平均衍射效率(PIDE)的影响。对比周期宽度误差,微结构高度误差对衍射效率的影响较为复杂。以上分析都是在正入射条件下得到的,正入射不能反映成像衍射光学元件的实际工作状态,斜入射才是衍射光学元件的普遍工作状态。对于斜入射,加工误差

收稿日期: 2017-01-12; **收到修改稿日期:** 2017-01-23

基金项目: 国家自然科学基金(11604289)、江苏省高校自然科学基金(16KJD140001)

作者简介: 杨亮亮(1986—),女,博士,讲师,主要从事衍射光学和光学设计方面的研究。

E-mail: yang_liangliang@163.com

对衍射效率或带宽积分平均衍射效率的影响鲜有报道。本文基于前期工作中给出的正入射时加工误差对衍射效率的影响,建立了斜入射时微结构高度误差和衍射效率、带宽积分平均衍射效率的数学关系模型。分析了斜入射时微结构高度误差对衍射效率、带宽积分平均衍射效率的影响。该方法和结论为衍射光学元件微结构高度加工公差的控制提供了参考。

2 斜入射时微结构高度误差与带宽积分平均衍射效率的关系

当光线从空气介质入射到衍射元件的基底材料中时,单层衍射光学元件的第 m 衍射级次的衍射效率 η_m 与入射角度关系的表达式为^[13]

$$\eta_m = \text{sinc}^2 \left\{ m - \frac{d_0}{\lambda} \left[\sqrt{n^2(\lambda) - \sin^2 \theta_i} - \cos \theta_i \right] \right\}, \quad (1)$$

式中 $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x)/(\pi x)$, m 是衍射级次, d_0 为衍射光学元件的表面微结构高度, $n(\lambda)$ 为基底材料在波长为 λ 时的折射率, θ_i 为衍射面上光线的入射角度。

在衍射光学元件加工过程中,引入微结构高度误差 Δd , 则实际的微结构高度为

$$d = d_0 + \Delta d = d_0(1 + \epsilon), \quad (2)$$

式中 ϵ 为衍射光学元件的相对微结构高度误差, 即 $\epsilon = \frac{\Delta d}{d_0}$; Δd 为衍射光学元件各个环带微结构高度误差的平均值, 即 $\Delta d = (\Delta d_1 + \Delta d_2 + \dots + \Delta d_N)/N$, 其中 Δd_j 表示第 j 个环带的误差值, N 表示衍射光学元件总的环带数, 如图 1 所示。存在微结构高度误差时, 衍射光学元件第 m 衍射级次的衍射效率

$$\eta_m = \text{sinc}^2 \left\{ m - \frac{d_0(1 + \epsilon)}{\lambda} \left[\sqrt{n^2(\lambda) - \sin^2 \theta_i} - \cos \theta_i \right] \right\}. \quad (3)$$

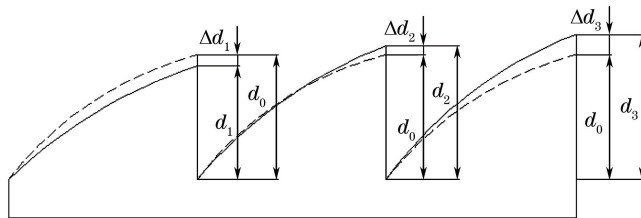


图 1 衍射光学元件不同环带的微结构高度误差

Fig. 1 Micro-structure height errors of different zones for DOEs

衍射光学元件的带宽积分平均衍射效率 $\bar{\eta}_m$ 与入射角度和相对微结构高度误差的关系为

$$\begin{aligned} \bar{\eta}_m(\lambda) &= \frac{1}{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}} \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \eta_m d\lambda = \\ &= \frac{1}{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}} \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \text{sinc}^2 \left[m - \frac{d_0(1 + \epsilon)}{\lambda} \left(\sqrt{n^2(\lambda) - \sin^2 \theta_i} - \cos \theta_i \right) \right] d\lambda, \end{aligned} \quad (4)$$

式中 λ_{\min} 和 λ_{\max} 分别表示衍射光学元件在工作波段范围内的最小和最大波长值。

当光线正入射至单层衍射光学元件时, 即 $\theta_i = 0$, 则(4)式变为

$$\bar{\eta}_m(\lambda) = \frac{1}{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}} \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \text{sinc}^2 \left\{ m - \frac{d_0(1 + \epsilon)}{\lambda} [n(\lambda) - 1] \right\} d\lambda. \quad (5)$$

3 分析和讨论

工作在 $0.4861 \sim 0.6563 \mu\text{m}$ 波段的单层衍射光学元件, 基底材料采用常用的光学塑料聚甲基丙烯酸甲酯(PMMA)^[15], 衍射级次 $m = 1$, 根据正入射时带宽积分平均衍射效率的最大化得到设计波长 $\lambda_0 = 0.5625 \mu\text{m}$, 通过理论计算得到微结构高度 $d_0 = 1.1411 \mu\text{m}$ 。

3.1 正入射时微结构高度误差对带宽积分平均衍射效率的影响

带宽积分平均衍射效率可以评价衍射光学元件在整个波段范围内衍射效率的平均值。当相对微结构高

度误差在 $-15\% \sim +15\%$ 范围内变化时,对应的带宽积分平均衍射效率的影响如图2所示。在理想情况即没有加工误差存在情况下,整个波段范围内的带宽积分平均衍射效率为97.20%。随着相对微结构高度误差绝对值的增大,带宽积分平均衍射效率逐渐减小;绝对值相等的微结构高度误差,其正负对带宽积分平均衍射效率的影响基本相同。

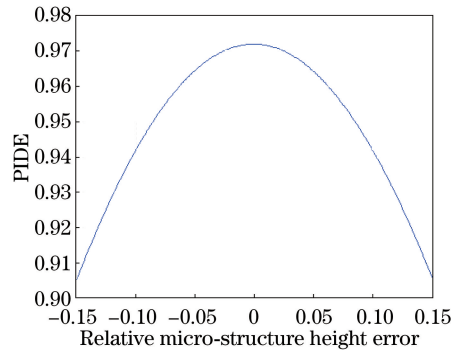


图2 正入射时衍射光学元件的带宽积分平均衍射效率与相对微结构高度误差的关系

Fig. 2 PIDE of DOEs versus relative micro-structure height error under normal incidence

3.2 斜入射时微结构高度误差对衍射效率的影响

以上的分析结果仅适用于正入射的情况。正入射不能反映成像衍射光学元件的实际工作状态,斜入射才是衍射光学元件的普遍工作状态。图3给出了衍射效率与相对微结构高度误差、入射角度的变化关系。图4给出了当相对微结构高度误差 ϵ 分别为 $0, \pm 5\%, \pm 10\%$ 以及 $\pm 15\%$ 时,衍射光学元件的衍射效率与入射角度的变化关系。

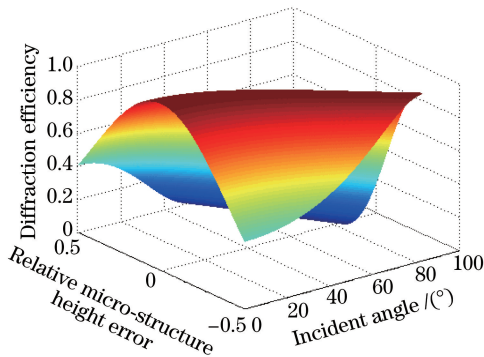


图3 衍射光学元件衍射效率与入射角度和相对微结构高度误差的关系

Fig. 3 Diffraction efficiency of DOEs versus incident angle and relative micro-structure height error

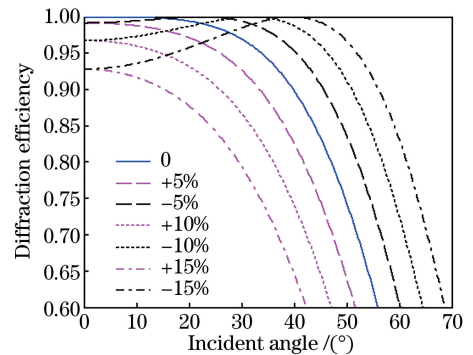


图4 不同相对微结构高度误差下衍射效率与入射角度的关系

Fig. 4 Diffraction efficiency of DOEs versus incident angle under different relative micro-structure height errors

表1给出了对于一定的相对微结构高度误差,入射角度分别为 $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$ 和 50° 时对应的衍射效率值。从图4和表1中可以看出,当相对微结构高度误差为正值时,随入射角度的增大,衍射效率从正入射时的最大值逐渐减小。当 ϵ 为 $+5\%$ 时, 40° 入射角度对应的衍射效率为82.63%,对比无误差时的衍射效率降低了7.20%。当 ϵ 分别为 $+10\%$ 和 $+15\%$ 时, 40° 入射角度对应的衍射效率分别为74.07%和64.60%。当相对微结构高度误差为负值时,随入射角度的增大,衍射效率先增大到最大值再逐渐减小。当 ϵ 为 -5% 时,随入射角度的增大,衍射效率从正入射时的99.18%先增大到100% (对应的入射角度约为 22°),然后逐渐减小; 40° 入射角度对应的衍射效率为95.31%,对比 ϵ 为 $+5\%$ 时,衍射效率提高了12.68%。当 ϵ 分别为 -10% 和 -15% 时, 50° 入射角度对应的衍射效率分别为91.26%和96.67%。

从上述分析可知,对于工作在一定入射角度范围内的衍射光学元件,微结构高度误差为负值时对应的衍射效率高于微结构高度误差为正值时对应的衍射效率;并且相对微结构高度误差的绝对值越大,可工作的入射角度范围越大。例如,要求工作在 $0.4861 \sim 0.6563 \mu\text{m}$ 波段的衍射光学元件的衍射效率高于92%,没有加工

误差时对应的入射角度范围为 $0\sim 37.78^\circ$, 当存在 -5% 的相对微结构高度误差时对应的入射角度范围为 $0\sim 43.82^\circ$, 当存在 -10% 和 -15% 的相对微结构高度误差时对应的入射角度范围分别为 $0\sim 49.38^\circ$ 和 $0\sim 54.65^\circ$ 。

表 1 不同相对微结构高度误差下入射角度对应的衍射效率

Table 1 Diffraction efficiency at incident angles under different relative micro-structure height errors

$\epsilon / \%$	Diffraction efficiency / %					
	0°	10°	20°	30°	40°	50°
0	100	99.97	99.43	96.95	89.94	74.37
+5	99.18	98.79	97.13	92.65	82.63	63.95
-5	99.18	99.47	99.96	99.42	95.31	83.66
+10	96.75	95.99	93.18	86.73	74.07	53.02
-10	96.75	97.32	98.73	99.95	98.76	91.26
+15	92.81	91.68	87.74	79.45	64.60	42.17
-15	92.81	93.60	95.76	98.50	100	96.67

3.3 斜入射时微结构高度误差对带宽积分平均衍射效率的影响

对于一定的微结构高度误差, 带宽积分平均衍射效率与入射角度的变化关系如图 5 所示。从图 5 和表 2 中可以看到, 当相对微结构高度误差的绝对值相等时, 正入射时 $\pm\epsilon$ 对应的带宽积分平均衍射效率基本相等, 符合 3.1 节中给出的结论; 当存在一定的入射角度时, 负值 $-\epsilon$ 高于正值 ϵ 对应的带宽积分平均衍射效率, 等价于 3.2 节给出的为了减小衍射效率的下降, 微结构高度误差应为负值的结论。对比图 4 和图 5 可知, 随着相对微结构高度误差绝对值的逐渐增大, 正入射时对应的衍射效率和带宽积分平均衍射效率逐渐减小。

从图 5 和表 2 中可以得到, 当相对微结构高度误差为正值时, 随入射角度的增大, 带宽积分平均衍射效率从正入射时的最大值逐渐减小。当 ϵ 为 $+5\%$ 时, 30° 入射角度对应的带宽积分平均衍射效率为 90.42% , 较无误差时的降低了 3.94% 。当 ϵ 分别为 $+10\%$ 和 $+15\%$ 时, 30° 入射角度对应的带宽积分平均衍射效率分别为 85.04% 和 78.47% , 较理想情况下的分别降低了 9.32% 和 15.89% 。由此可见, 当相对微结构高度误差为正值并且逐渐增大时, 对应的带宽积分平均衍射效率随入射角度的增加下降得越明显。

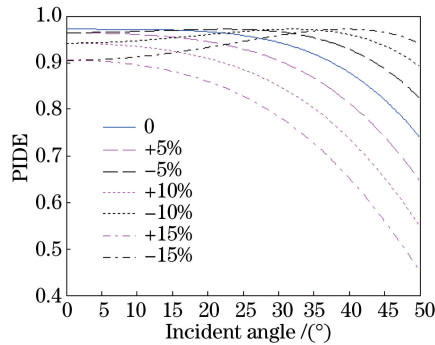


图 5 不同的相对微结构高度误差下带宽积分平均衍射效率与入射角度的关系

Fig. 5 PIDE versus incident angle under different relative micro-structure height errors

表 2 不同相对微结构高度误差下入射角度对应的带宽积分平均衍射效率

Table 2 PIDE at incident angles under different relative micro-structure height errors

$\epsilon / \%$	PIDE / %					
	0°	10°	20°	30°	40°	50°
0	97.20	97.16	96.65	94.36	87.87	73.93
+5	96.42	96.06	94.53	90.42	81.35	64.61
-5	96.45	96.72	97.17	92.87	95.31	82.29
+10	94.17	93.47	90.90	85.04	73.65	54.86
-10	94.19	94.72	96.03	97.16	96.04	89.17
+15	90.56	89.53	85.95	78.47	65.18	45.20
-15	90.50	91.24	93.27	95.83	97.21	94.13

当相对微结构高度误差为负值时, 随入射角度的增大, 带宽积分平均衍射效率先增大到最大值再逐渐减小。当 ϵ 为 -5% 时, 随入射角度的增大, 带宽积分平均衍射效率从正入射时的 96.45% 先增大到 97.20% 然

后逐渐减小;当入射角度为 30° 时,对应的带宽积分平均衍射效率为 92.87% ,较 ϵ 为 $+5\%$ 时的,提高了 2.45% 。当 ϵ 分别为 -10% 和 -15% 时, 30° 入射角度对应的带宽积分平均衍射效率分别为 97.16% 和 95.83% ,较 ϵ 分别为 $+10\%$ 和 $+15\%$ 时的,分别提高了 12.12% 和 17.36% ,较无误差情况下的分别提高了 2.80% 和 1.47% 。

4 结 论

基于正入射时衍射效率与微结构高度误差的关系式,建立了斜入射时衍射光学元件的微结构高度误差与衍射效率和带宽积分平均衍射效率的数学关系模型。正入射时,微结构高度误差的正负对衍射效率和带宽积分平均衍射效率的影响基本相同。在较为普遍的斜入射工作状态下,当相对微结构高度误差的绝对值相等时,负值相对微结构高度误差高于正值相对微结构高度误差对应的衍射效率和带宽积分平均衍射效率。但是,随着相对微结构高度误差绝对值的逐渐增大,正入射时对应的衍射效率和带宽积分平均衍射效率逐渐减小。该分析方法和结论为衍射光学元件微结构高度误差的制定提供了理论参考,即在设计和实际加工阶段,微结构高度误差应取负值,具体范围应根据衍射效率的设计要求和实际的入射角度范围合理制定。

参 考 文 献

- [1] Stone T, George N. Hybrid diffractive-refractive lenses and achromats[J]. *Applied Optics*, 1988, 27(14): 2962-2966.
- [2] Wood A P. Design of infrared hybrid refractive-diffractive lenses[J]. *Applied Optics*, 1992, 31(13): 2256-2258.
- [3] Cox A J. Application of diffractive optics to infrared imagers[C]. SPIE, 1995, 2552: 304-312.
- [4] Missig M D, Morris G M. Diffractive optics applied to eyepiece design[J]. *Applied Optics*, 1995, 34(14): 2452-2461.
- [5] Mao Wenfeng, Zhang Xin, Qu Hemeng, *et al.* Broad dual-band kinoform infrared double-layer diffractive optical system design[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(10): 1022002.
毛文峰, 张 新, 曲贺盟, 等. 红外双色宽波段高衍射效率衍射光学系统设计[J]. *光学学报*, 2014, 34(10): 1022002.
- [6] Zhao Xiang, Zhang Peng, Luo Jinping. Application of low-light night-vision objective lens with double-layer diffractive optical element[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(11): 112203.
赵 翔, 张 鹏, 罗金平. 双层衍射光学元件在微光夜视物镜中的应用[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(11): 112203.
- [7] Wood A P. A hybrid refractive-diffractive lens for manufacture by diamond turning[C]. SPIE, 1991, 1573: 122-128.
- [8] Blough C G, Rossi M, Mack S K, *et al.* Single-point diamond turning and replication of visible and near-infrared diffractive optical elements[J]. *Applied Optics*, 1997, 36(20): 4848-4654.
- [9] Yin Kewei, Huang Zhiqiang, Lin Wumei, *et al.* Analysis of effect of lateral fabrication errors on binary optical elements[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2011, 38(9): 46-49.
殷可为, 黄智强, 林妩媚, 等. 二元光学元件横向加工误差对衍射效率的影响[J]. *光电工程*, 2011, 38(9): 46-49.
- [10] Yang L L, Cui Q F, Liu T, *et al.* Effects of manufacturing errors on diffraction efficiency for multilayer diffractive optical elements[J]. *Applied Optics*, 2011, 50(32): 6128-6133.
- [11] Gao Long, Xue Changxi, Yang Hongfang, *et al.* Effect of decenter errors on diffraction efficiency of multilayer diffractive optical elements in long infrared waveband[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(6): 0623004.
高 龙, 薛常喜, 杨红芳, 等. 偏心误差对长波红外波段多层衍射光学元件衍射效率的影响[J]. *光学学报*, 2015, 35(6): 0623004.
- [12] Mao Shan, Cui Qingfeng. Effect on polychromatic integral diffraction efficiency for two-layer diffractive optics[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(1): 0105001.
毛 珊, 崔庆丰. 双层衍射元件加工误差对带宽积分平均衍射效率的影响[J]. *光学学报*, 2016, 36(1): 0105001.
- [13] Yang Liangliang. Studies on diffraction efficiency of multilayer diffractive optical elements[D]. Changchun: Changchun University of Science and Technology, 2013.
杨亮亮. 多层衍射光学元件衍射效率的研究[D]. 长春: 长春理工大学, 2013.
- [14] Hessler T, Rossi M, Kunz R E, *et al.* Analysis and optimization of fabrication of continuous-relief diffractive optical elements[J]. *Applied Optics*, 1998, 37(19): 4069-4079.
- [15] Bass M. Handbook of optics II[M]. New York: McGraw-Hill, 1995.