

漫反射自由曲面的设计方法

祝振敏, 罗 慧*

华东交通大学电气与自动化工程学院, 江西 南昌 330013

摘要 提出一种设计自由曲面轮廓的方法以实现目标面特定区域照度均匀性为常数的目标,该方法可应用于漫反射曲面间接照明系统。基于理想漫反射曲面和发光二极管朗伯特特性,推导了目标面照度分布函数的方程组。求解方程组得到曲面面型数据,绕轴旋转得到漫反射自由曲面。根据目标面照明情况建立评价函数用于优化求解阵列间距。对系统用 TracePro 软件进行非序列光线追迹仿真,仿真结果表明漫反射自由曲面间接照明目标面大小为 50 mm 圆形区域,照明距离为 200 mm,均匀度达到 91.5%,效率为 6.73%。对比间距优化的线性阵列、环形阵列和矩形阵列下的漫反射自由曲面间接照明与直射照明,漫反射间接照明照度均匀性更高。仿真结果验证了方案的正确性和有效性。

关键词 光学设计;自由曲面;漫反射;照明设计

中图分类号 TN364+.2; TM923.01 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP54.052201

Design Method of Diffuse Reflection Freeform Surface

Zhu Zhenmin, Luo Hui

School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang, Jiangxi 330013, China

Abstract A method is proposed to design a freeform surface profile, which can make the illumination uniformity of the target surface location be a constant and can be used in the diffuse reflection surface indirect illumination system. Based on the ideal diffuse reflection freeform surface and light emitting diode Lambertian characteristics, equations of target plane illuminance distribution function are derived. The surface profile data is obtained by solving the equations. The diffuse reflection freeform surface is obtained by rotating around the axis. According to the illumination of the target surface, the evaluation function is built to optimize the solution of the array spacing. The non-sequential ray tracing simulation of the system is carried out by using TracePro software. The simulation results show that the target surface size is 50 mm circular area, the illumination distance is 200 mm under the indirect illumination of diffuse reflection freeform surface, the uniformity is 91.5%, and the effectiveness is 6.73%. Indirect illumination and direct illumination at diffuse reflection freeform surface for space optimized linear array, circular array and rectangular array are compared. Illumination uniformity of diffuse reflection freeform surface indirect illumination is better than that of direct illumination. The simulation results verify the correctness and effectiveness of the scheme.

Key words optical design; freeform surface; diffuse reflection; illumination design

OCIS codes 220.4298; 240.6700; 290.1990; 220.2945

1 引言

发光二极管(LED)光源具有发光效率高、耐用、安全、可靠的特点,因此被认为是下一代最有潜力的光源^[1]。然而,在很多情况下,为了达到有效区域的LED光源照明,通常要对其进行二次光学设计,使LED发

收稿日期: 2016-11-02; **收到修改稿日期:** 2017-03-08

基金项目: 国家自然科学基金(51305137)、江西省科技支撑计划项目(20151BBE50116)、江西省杰出青年资助计划(20162BCB23047)、江西省发明专利产业化重点项目(20161BBM26037)

作者简介: 祝振敏(1984—),男,博士,副教授,主要从事LED应用光学设计方面的研究。

E-mail: zhuzhenmin1984@163.com

* **通信联系人.** E-mail: 1272156946@qq.com

出的光重新分配以满足需求。Ivan 等^[2-3]提出了针对不同 LED 光源阵列直射实现近场均匀照明的方法。丁毅等^[4]根据斯涅尔定律和能量守恒定律建立偏微分方程来建立 LED 光源与预期目标面之间的关系。万运佳等^[5]提出一种实现聚光和均匀配光的透镜设计方法用于朗伯分布 LED 光源。Yang 等^[6]提出点对点的三维构建迭代方法直接设计自由曲面和自由曲面成像系统。彭亚蒙等^[7]提出一种逆向反馈优化的方法用于对一定发散角激光光束整形的自由曲面透镜设计以实现均匀照明。徐超等^[8-9]根据三次样条理论设计自由曲面透镜以实现均匀照明。裁剪法和试错法是比较典型的两种光学设计方法。裁剪法的优点是时间短,缺点是程序设计比较复杂^[10];试错法通常通过网格划分方法建立光平面与目标表面之间的关系,然后迭代求解得到光学表面坐标来确定曲面。除了这些直接照明方法,间接照明方法也可以用于二次光学设计,以解决眩光不适和曝光过度的问题。Tsuei 等^[11]提出实现均匀室内照明环境以及削弱眩光的漫反射器设计方法。本课题之前通过建立光学数学模型并求解微分方程的方法得到漫反射自由曲面投射器坐标数据,旋转拟合得到漫反射自由曲面^[12-13]。但是,这些方法都没有对漫反射自由曲面间接照明方式下的 LED 阵列间距进行优化设计。

本文提出了一种基于漫反射自由曲面和 LED 光源阵列下的间接照明方法,用来提高目标面的照度均匀性和效率。首先,根据 LED 光源朗伯特性和理想漫反射自由曲面与目标面照度要求,推导了目标面照度函数,给出了限定出射条件的方程组,建立了出射光能量与目标面能量的能量守恒公式,求解得到用于描述曲面轮廓的点坐标集合。利用 Matlab 与光学仿真软件 TracePro 进行数据交互,在 TracePro 中旋转拟合得到光源实体模型并进行非序列光线模拟仿真。最后,根据目标面照度均匀性建立用于优化阵列间距的评价函数,在 Matlab 中编程求解最优阵列间距。分析对比了几种常见的优化后阵列光源下的直射照明和漫反射自由曲面间接照明情况。

2 漫反射自由曲面设计

2.1 光学模型的建立

LED 光源被看作是理想光源,它的辐照度分布可以看作朗伯分布,可表征为

$$E_s(r, \theta) = \frac{I_{\text{LED}} \cdot \cos^m \theta}{r^2}, \quad (1)$$

式中 $E_s(r, \theta)$ 为辐照度, I_{LED} 为 LED 的光照强度, r 为 LED 光源与自由曲面间的距离, m 一般由 LED 生产商提供。

在 LED 点光源下的间接照明光学模型如图 1 所示。 $P(\theta, \varphi, \rho)$ 表示球面坐标下一点,将它转换到笛卡尔坐标系中,坐标转换关系式为

$$\begin{cases} x_p = \rho \times \sin \varphi \times \cos \theta \\ y_p = \rho \times \sin \varphi \times \sin \theta, \\ z_p = \rho \times \cos \varphi \end{cases} \quad (2)$$

式中 ρ 为 θ 和 φ 的函数,即 $\rho = \rho(\theta, \varphi)$, 点 $T(x, y, z_0)$ 为点 P 对应的目标面上的一点。 z_0 是已知的参数, LED 光源被看作为理想的点光源。入射光单位方向矢量 \mathbf{I} 与 \mathbf{p} 矢量方向一致,则 \mathbf{I} 为

$$\begin{cases} I_x = \sin \varphi \times \cos \theta \\ I_y = \sin \varphi \times \sin \theta. \\ I_z = \cos \varphi \end{cases} \quad (3)$$

目标点 T 对应的矢量 \mathbf{t} 可表示为 $\mathbf{t} = (x, y, z_0)$, 则点 P 对应出射光线方向矢量为 $\mathbf{O} = \mathbf{t} - \mathbf{p} / |\mathbf{t} - \mathbf{p}|$ 。其中

$$\begin{cases} \mathbf{t} - \mathbf{p} = (x - x_p, y - y_p, z_0 - z_p) \\ |\mathbf{t} - \mathbf{p}| = \sqrt{(x - \rho \sin \varphi \cos \theta)^2 + (y - \rho \sin \varphi \sin \theta)^2 + (z_0 - \rho \cos \varphi)^2} \end{cases} \quad \text{此外}$$

$$\begin{cases} O_x = \frac{x - x_p}{|t - p|} \\ O_y = \frac{y - y_p}{|t - p|} \\ O_z = \frac{z - z_p}{|t - p|} \end{cases} \quad (4)$$

由微分几何知识可知法向量 \mathbf{N} 为

$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{P}_\theta \times \mathbf{P}_\varphi}{|\mathbf{P}_\theta \times \mathbf{P}_\varphi|}, \quad (5)$$

结合(2)、(3)式,得

$$\begin{cases} \mathbf{P}_\theta = (\rho \times \mathbf{I})_\theta = \rho_\theta \times \mathbf{I} + \rho \times \mathbf{I}_\theta \\ \mathbf{P}_\varphi = (\rho \times \mathbf{I})_\varphi = \rho_\varphi \times \mathbf{I} + \rho \times \mathbf{I}_\varphi \end{cases} \quad (6)$$

将(6)式代入(5)式中,可以得到

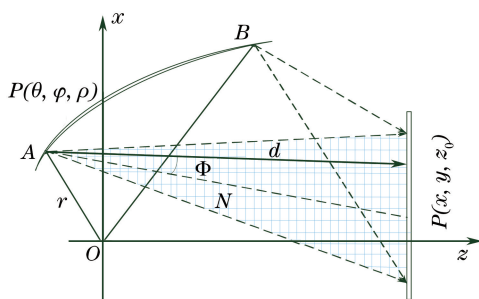
$$\begin{cases} N_x = -\rho_\theta \times \sin \theta + \rho_\varphi \times \sin \varphi \times \cos \varphi \times \cos \theta - \rho \times \sin^2 \varphi \times \cos \theta \\ N_y = \rho_\theta \times \cos \theta + \rho_\varphi \times \sin \varphi \times \cos \varphi \times \sin \theta - \rho \times \sin^2 \varphi \times \sin \theta \\ N_z = -\rho_\varphi \times \sin^2 \varphi - \rho \times \sin \varphi \times \cos \varphi \end{cases} \quad (7)$$


图1 光学模型

Fig. 1 Optical model

2.2 目标面上的模拟算法

在图1中, $P(\theta, \varphi, \rho)$ 为自由曲面上任意点, $T(x, y, z_0)$ 为 LED 发出的光线经过任意点 $P(\theta, \varphi, \rho)$ 散射后出射在目标面上的其中一点, 图中深蓝色区域为点 P 的主要能量集中的散射区域。定义自由曲面上法向量 \mathbf{N} 与出射光线向量 \mathbf{O} 间的夹角为 Φ 。由余弦关系易知

$$\cos \Phi = \frac{\mathbf{O} \cdot \mathbf{N}}{|\mathbf{O}| \cdot |\mathbf{N}|}, \quad (7)$$

式中 $\{\mathbf{O} = (x - \rho \sin \varphi \cos \theta, y - \rho \sin \varphi \sin \theta, z_0 - \rho \cos \varphi), \mathbf{N} = (N_x, N_y, N_z)\}$ 。如(7)式所示, 根据几何光学原理, 假设 Φ 已知, 可以由(1)~(7)式建立一个 (x, y) 与 (θ, φ) 的关系式, 设此为描述坐标之间关系的第一个方程。把漫反射曲面看成一个次级点光源, 考虑漫反射时

$$I_\Phi = I_0 \cos \Phi, \quad (8)$$

式中 I_0 表示光线沿自由曲面法线方向的主要辐射强度, I_Φ 表示某余弦角度 Φ 方向上辐射强度。而目标辐照度分布积分形式为

$$E_t = \int_P \frac{E \cdot F_{\text{BRDF}} \cdot \cos \Phi \cdot dS}{d^2}, \quad (9)$$

式中 E 表示 LED 光源辐射照度照到漫反射面上的辐照度, 目标面与漫反射面的间距用 d 表示。 dS 为面积元素。 F_{BRDF} 用于表征空间中各项同性的漫反射光线, 定义为双向反射分布照度函数^[14], 即

$$F_{\text{BRDF}} = \lambda / \pi, \quad (10)$$

式中 λ 为曲面反射比。为了简化计算, 把漫反射面上的所有点看成是次级点光源, 由叠加定理可把目标平面上的辐射照度看作点光源光强在那个位置的一个叠加, 即

$$E_t = \sum_{i=1}^t \frac{E(\theta_i, \varphi_i, \rho_i) \cdot F_{\text{BRDF}} \cdot \cos \varphi_i}{d^2}, \quad (11)$$

式中 t 用来描述漫反射面上的所有离散点的数目, 它也代表光源出射能量点的个数。

2.3 非线性微分方程组的建立

由于边界处能量的弥散, 系统的能量利用率不高, 为了提高能量利用率, 限定光线出射的边界条件, 使得边界弥散能量集中, 散射的大部分能量均集中在目标面上, 这样可以建立一个关于自由曲面边界 A 、 B 两点坐标的非线性方程式, 求解出关于 A 、 B 两点坐标的限定条件。在目标面上取一定的采样点 t , 设 (a, b, z_0) 为其中一点, 为了满足照度均匀性的要求, 所得照度令它为一个常量 1。由此, 建立非线性方程组为

$$\begin{cases} E_t(x, y, z_0) = \sum_{i=1}^t \times \\ \frac{\lambda \cdot E(\theta_i, \varphi_i, \rho_i) [(a - \rho_i \sin \varphi_i \cos \theta_i) \cdot N_{x_i} + (b - \rho_i \sin \varphi_i \sin \theta_i) \cdot N_{y_i} + (z_0 - \rho_i \cos \varphi_i) \cdot N_{z_i}]}{\pi \cdot \sqrt{N_{x_i}^2 + N_{y_i}^2 + N_{z_i}^2} \cdot [(a - \rho_i \sin \varphi_i \cos \theta_i)^2 + (b - \rho_i \sin \varphi_i \sin \theta_i)^2 + (z_0 - \rho_i \cos \varphi_i)^2]^{3/2}} = 1, \\ f(\theta, \varphi, \rho) = \\ \frac{\lambda \cdot E(\theta_i, \varphi_i, \rho_i) [(a - \rho_i \sin \varphi_i \cos \theta_i) \cdot N_{x_i} + (b - \rho_i \sin \varphi_i \sin \theta_i) \cdot N_{y_i} + (z_0 - \rho_i \cos \varphi_i) \cdot N_{z_i}]}{\pi \cdot \sqrt{N_{x_i}^2 + N_{y_i}^2 + N_{z_i}^2} \cdot [(a - \rho_i \sin \varphi_i \cos \theta_i)^2 + (b - \rho_i \sin \varphi_i \sin \theta_i)^2 + (z_0 - \rho_i \cos \varphi_i)^2]^{3/2}} \end{cases}, \quad (12)$$

此时无解析解, 只能给出数值解, 可给出 (x, y) 与 (θ, φ) 之间的关系离散数据组, 代入

$$\int_0^{\pi/3} f(\theta, \varphi, \rho) d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 1, \quad (13)$$

这样得到 N 个方程, 相应地在自由曲面上取一定数量的采样点代入(13)式求解。

漫反射器上吸收的能量来自于 LED 光源, 它会被间接照射到目标面上。 Φ_1 表示 LED 光源的能量。目标面上的能量用 Φ_2 表示。由能量守恒可得, Φ_1 等于 Φ_2 , 假设照明面上的均匀照度为 E , 则有

$$\begin{cases} \Phi_1 = \int I_0 \cos \varphi dS = I_0 \int_0^{\pi/3} d\theta \int_0^{2\pi} f(\theta, \varphi, \rho) d\varphi \\ \Phi_2 = \int E dA = E \cdot A \end{cases}, \quad (14)$$

式中 A 是目标面的面积, 当 Φ_1 等于 Φ_2 时可实现最高的光能效率。

3 实验结果与分析

根据方程计算得到数值点, 利用建模软件建立曲面模型, 效果如图 2 所示。将该自由曲面导入 TracePro 软件中进行光学模拟, 仿真结果如图 3 所示。此时, 目标面与光源的距离为 200 mm, 目标面为半径为 50 mm 的圆形区域。目标面照明均匀性达到 91.5%, 能量利用率为 6.73%, 实现了较好的照明效果。

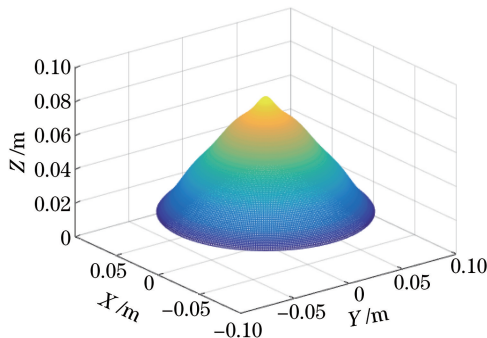


图 2 自由曲面面形

Fig. 2 Freeform surface shape

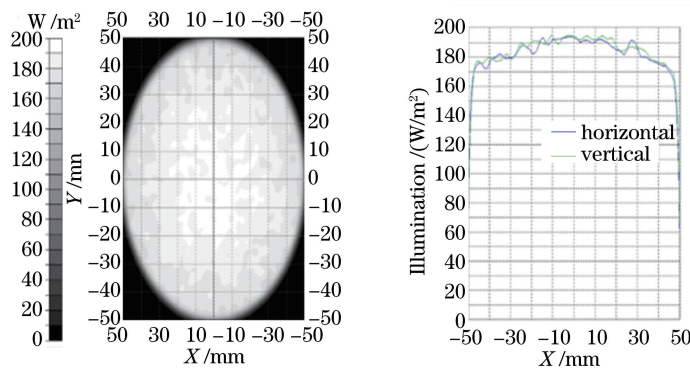


图3 目标面仿真效果

Fig. 3 Simulation results of target plane

基于相同理论,通过建模、计算与仿真,在不同照明距离下,目标检测平面的辐照均匀度与系统效率在直射方式与利用漫反射自由曲面间接照明方式下的对比情况如图4和图5所示。当目标检测面为半径50 mm的圆形区域时,分别取光源与目标面距离为200,600,1000 mm,对比不同照明方式的仿真情况。图4中红线代表的是漫反射间接照明的均匀性,黑线代表的是直射照明方式下的照度均匀性。图5中红线和黑线分别代表的是漫反射间接照明和直接照明下的效率。对比结果表明漫反射间接照明质量更好。

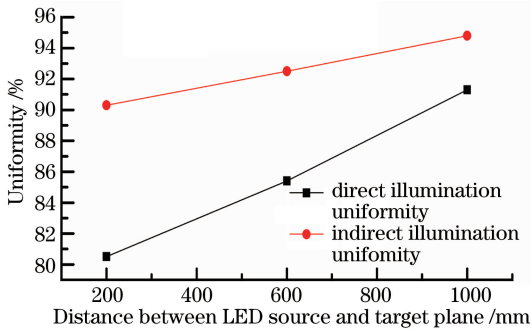


图4 漫反射间接照明与直射照明均匀性结果对比

Fig. 4 Comparison of uniformity between diffuse reflection indirect illumination and direct illumination

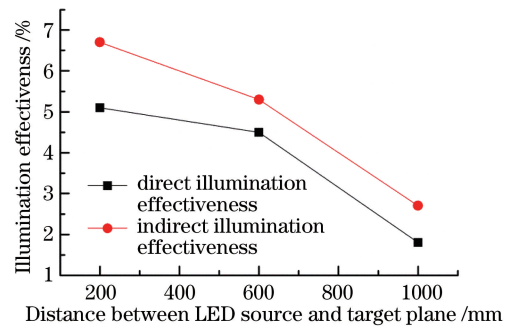


图5 漫反射间接照明与直射照明效率结果对比

Fig. 5 Comparison of efficiency between diffuse reflection indirect illumination and direct illumination

此外,三种常见LED阵列排布方式被用于自由曲面设计下的仿真对比。常见的LED阵列(线性、矩形和环形阵列)如图6所示。

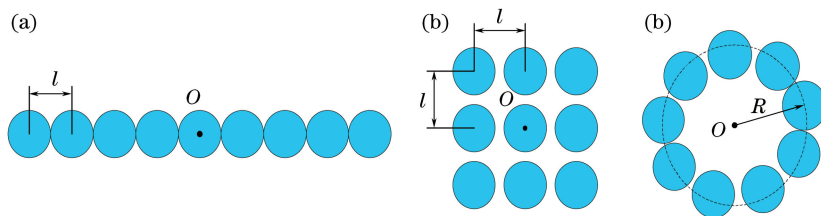


图6 三种LED阵列排布方式。(a)线阵;(b)矩阵;(c)环阵

Fig. 6 Three LED array arrangements. (a) Linear array; (b) square array; (c) ring array

线性阵列如图6(a)所示,设 N 为线性LED阵列颗数, l 为LED间距,其空间中某一位置 (x, y, z) 辐照分布函数 $E(x, y, z)$ 可以表示为

$$E(x, y, z) = z^m \cdot I_{\text{LED}} \cdot \sum_{n=1}^N \left\{ \left[x - (N+1-2n) \left(\frac{l}{2} \right) \right]^2 + y^2 + z^2 \right\}^{-(m+2)/2}. \quad (15)$$

矩形阵列排布整齐,便于装配于机器视觉系统,如图6(b)所示。设 M, N 分别代表行列两个方向上LED的个数, l 为LED与LED相互之间的距离,其辐照分布 $E(x, y, z)$ 可以表示为

$$E(x, y, z) = z^m \cdot I_{\text{LED}} \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left\{ \left[x - (M+1-2i) \left(\frac{l}{2} \right) \right]^2 + \left[y - (N+1-2j) \left(\frac{l}{2} \right) \right]^2 + z^2 \right\}^{-(m+2)/2} \quad (16)$$

环形阵列如图 6(c)所示,适用于对称系统 LED 光源照明设计。设 M 、 N 为行列方向上的 LED 个数, R 为环形 LED 阵列的半径,则它的总辐照分布可以表示为

$$E(x, y, z) = z^m \cdot I_{\text{LED}} \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left\{ \left[x - (M+1-2i) \left(\frac{l}{2} \right) \right]^2 + \left[y - R \sin \left(\frac{2\pi j}{N} \right) \right]^2 + z^2 \right\}^{-(m+2)/2} \quad (17)$$

设计和求解以上光源阵列 ($M=N=3, l=1, m=4.82$)。以目标面辐照分布函数建立评价函数,用于求解 LED 间距,此时目标面照度均匀性最佳。则评价函数 F 可以表示为

$$F = 1 - \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N E_t(x_i, y_i, z, l), \quad (18)$$

式中 z 为已知参数,用于描述目标面的位置, N 为目标面上的采样点的个数, l 为 LED 间距,初值为 1 mm。在 Matlab 中编程求解,得到优化后的 LED 间距 l 为 10 mm。表 1 给出了这几种阵列间距优化下的直射照明和漫反射照明仿真对比结果,结果表明漫反射自由曲面间接照明辐照均匀度显著优于直射照明,而系统效率并没有下降太大。仿真结果进一步验证了设计方法的可靠性和合理性。

表 1 间距优化阵列的直射和漫反射照明仿真对比

Table 1 Simulation results for direct and diffuse reflection illumination patterns of space optimized arrays

Array type	Illumination mode	Uniformity / %	System efficiency / %
Linear	Direct mode	73.7	68.3
	Diffuse mode	89.5	60.5
Circular	Direct mode	74.9	69.4
	Diffuse mode	92.1	59.5
Rectangle	Direct mode	72.8	69.6
	Diffuse mode	91.2	58.7

4 结 论

基于 LED 理想点光源与漫反射自由曲面,在球面坐标系下建立了数学模型,提出了一种用于实现圆形区域目标面高均匀性照明的方法。推导了用于求解自由曲面轮廓的一组微分方程组,根据目标面照度要求建立了 LED 阵列间距优化评价函数。利用 TracePro 软件进行非序列光线追迹仿真,仿真结果表明当目标面为 50 mm 的圆形区域,照明距离为 200 mm,目标面照度均匀性为 91.5%,效率为 6.73%。研究对比了直射照明和间接照明方式下的目标面照明,仿真结果表明漫反射间接照明效果更好。对比了间距优化后的线性阵列、矩形阵列和环形阵列直射照明及漫反射间接照明下的目标面照度均匀性和效率,结果表明漫反射间接照明方式下的目标面均匀性显著优于直射照明情况,进一步验证了设计方法的合理性和有效性。

参 考 文 献

- [1] Chiang C W, Hsu Y K, Pan J W. Design and demonstration of high efficiency anti-glare LED luminaires for indoor lighting[J]. *Optics Express*, 2015, 23(3): A15-A26.
- [2] Ivan M, Avendaño-Alejo M, Tzonchev R I. Designing light-emitting diode arrays for uniform near-field irradiance[J]. *Applied Optics*, 2006, 45(10): 2265-2272.
- [3] Ivan M, Muñoz J, and Ivanov R. Uniform illumination of distant targets using a spherical light-emitting diode array[J]. *Optical Engineering*, 2007, 46(3): 033001.
- [4] Ding Yi, Gu Peifu, Lu Wei, *et al.* Using numerical solutions of differential equations to form free reflector[J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2007, 41(9): 1516-1518.

丁毅, 顾培夫, 陆巍, 等. 利用微分方程数值解构造自由曲面反光器[J]. *浙江大学学报: 工学版*, 2007, 41(9): 1516-1518.

- [5] Wan Yunjia, Liu Jie, Lin Haobo, *et al.* Fresnel lens for freeform surface for realizing uniform light distribution on general LED light sources[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(6): 062201.
万运佳, 刘杰, 林浩博, 等. 一般 LED 光源均匀配光的自由曲面菲涅耳透镜[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(6): 062201.
- [6] Yang T, Zhu J, Wu X, *et al.* Direct design of freeform surfaces and freeform imaging systems with a point-by-point three-dimensional construction-iteration method[J]. *Optics Express*, 2015, 23(8): 10233-10246.
- [7] Peng Yameng, Su Zhouping, Design of freeform surface lens for shaping divergent laser beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(5): 0522003.
彭亚蒙, 苏宙平. 用于发散激光光束整形的自由曲面透镜设计[J]. *光学学报*, 2016, 36(5): 0522003.
- [8] Xu Chao, Gao Shumei, Qian Weiying, *et al.* A optimization design of compact uniform lens for large-size LED[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(4): 042201.
徐超, 高淑梅, 钱维莹, 等. 大面型 LED 紧凑型匀透镜优化设计[J]. *激光与光电子学进展*, 2015, 52(4): 042201.
- [9] Pan Hao, Chen Guoqing, Du Bojun. Design of double freeform surface lens for LED uniform illumination based on cubic splines[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(3): 032201.
潘浩, 陈国庆, 杜伯钧. 基于三次样条的双自由曲面 LED 匀光透镜设计[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(3): 032201.
- [10] Bäuerle A, Bruneton A, Wester R, *et al.* Algorithm for irradiance tailoring using multiple freeform optical surfaces [J]. *Optics Express*, 2012, 20(13): 14477-14485.
- [11] Tsuei C H, Sun W S, Kuo C C. Hybrid sunlight/LED illumination and renewable solar energy saving concepts for indoor lighting[J]. *Optics Express*, 2010, 18(s4): A640-A653.
- [12] Zhu Z M, Jin X L, Yang H, *et al.* Design of diffuse reflection freeform surface for uniform illumination[J]. *Journal of Display Technology*, 2014, 10(1): 7-12.
- [13] Zhu Z, Liu H, Chen S. The design of diffuse reflective free-form surface for indirect illumination with high efficiency and uniformity[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2015, 7(3): 1-10.
- [14] Yu Y W, Chen Y L, Chen W H, *et al.* Bidirectional scattering distribution function by screen imaging synthesis[J]. *Optics Express*, 2012, 20(2): 1268-1280.