

# 二维 S 变换在光学三维面形测量中的应用

宋梦洒, 陈文静

四川大学电子信息学院光电系, 四川 成都 610064

**摘要** S 变换具有时频分析能力和多分辨率特点, 可以看作是窗口傅里叶变换和小波变换的扩展。S 变换不仅克服了傅里叶变换缺乏局部分析能力的不足, 其变换系数又与待分析图像的傅里叶谱之间存在紧密联系, 近年来被应用于条纹分析中。根据 S 变换系数的特点, 深入研究了基于二维 S 变换的“脊”(2DSTR)分析方法和二维 S 变换“滤波”(2DSTF)分析方法, 并对两种方法进行了详细对比。计算机模拟和实验验证了理论分析结果, 研究结果为二维 S 变换用于三维面形测量提供了指导。

**关键词** 测量; 三维面形测量; 条纹分析; 二维 S 变换; “脊”分析与滤波分析

中图分类号 O438 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP54.041206

## Application of Two-Dimensional S-Transform in Optical 3D Shape Measurement

Song Mengsa, Chen Wenjing

*Opto-Electronic Department, College of Electronics and Information Engineering,  
Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China*

**Abstract** As a extension of windowed Fourier transform and wavelet transform, S-transform has the features of good time-frequency characteristic and multi-resolution ability. Compared with Fourier transform which lacks local analysis ability, S-transform not only has this ability, its coefficients are also closely connected with the Fourier spectra of the image to be analyzed. Therefore, S-transform has been widely used in fringe analysis in recent years. Based on the features of S-transform coefficients, the 2D S-transform "ridge" (2DSTR) method and 2D S-transform filtering (2DSTF) method are studied deeply. The two methods are compared in detail, too. The results of theoretical analysis are verified by computer simulation and experiment, and they will provide reference for the application of S-transform in 3D shape measurement.

**Key words** measurement; 3D shape measurement; fringe analysis; two-dimensional S-transform; "ridge" analysis and filtering analysis

**OCIS codes** 120.2650; 120.4820; 120.4800

## 1 引言

基于结构光投影的光学三维测量技术具有非接触、全场分析、快速和分辨率高等优点, 在地质勘探、机器视觉、生物医学和工业自动检测等领域都具有广泛的应用<sup>[1-3]</sup>。结构光投影光学测量方法通常以变形结构条纹作为信息的载体, 通过不同的解调方法来获得待测物物理量。单帧变形条纹解调方法主要包括傅里叶变换轮廓术(FTP)<sup>[4]</sup>、窗口傅里叶变换轮廓术(WFTP)<sup>[5-7]</sup>、小波变换轮廓术(WTP)<sup>[8-9]</sup>以及 S 变换轮廓术(STP)<sup>[10-11]</sup>等; 这类方法只需要获取一帧图像便可以恢复物体面形信息, 适用于实时动态测量。典型的基于多帧条纹处理的测量技术为相移测量轮廓术(PMP)<sup>[12]</sup>, 该方法至少需要采集 3 frame 变形条纹才能计算出

收稿日期: 2016-11-10; 收到修改稿日期: 2016-12-08

基金项目: 国家重大科学仪器设备开发专项(2013YQ49087901)

作者简介: 宋梦洒(1994—), 女, 硕士研究生, 主要从事光学三维传感方面的研究。E-mail: 457319247@qq.com

导师简介: 陈文静(1968—), 女, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事光学三维传感和光学信息处理方面的研究。

E-mail: chenwj0409@scu.edu.cn

变形条纹图中的相位信息。PMP 方法的测量精度较高但是不适用于快速变化过程的测量。

单帧变形条纹解调方法中,傅里叶变换是全域分析方法,频率分辨率较高,非常适用于处理较平稳的信号。用于三维面形测量时,如果被测物体面形复杂导致条纹的变形较大时,变形条纹的基频分量与零频和其他高次谐波频率分量发生混叠,采用傅里叶变换方法便会出现大的重建误差。

窗口傅里叶变换轮廓术、小波变换轮廓术以及 S 变换轮廓术等基于时(空)-频分析的三维面形测量方法弥补了傅里叶变换轮廓术的不足。窗口傅里叶变换采用尺寸固定的窗口对所覆盖区域的局部条纹进行分析。窗口傅里叶变换用于基于结构光投影的光学三维检测时,由于采集的变形条纹具有非平稳特点,分析密条纹部分时,需要采用较小的时窗和较大的频窗;分析疏条纹部分时,需要采用较大的时窗和较小的频窗,所以窗口傅里叶变换很难兼顾好疏密不同的局域条纹处理。Kema Q 等<sup>[5-6]</sup>对窗口傅里叶变换在不同类条纹图中的相位解调应用做了详尽的分析。为了使窗口傅里叶变换能够更好地处理非平稳条纹,有研究者提出了伸缩窗口傅里叶变换<sup>[7]</sup>,但其窗口尺寸并没有随条纹的瞬时频率而进行自适应调整。小波变换具有多分辨率以及良好的时频特性,小波变换轮廓术利用连续小波变换提供的变形条纹与子小波函数族之间的卷积运算,求取小波变换系数“脊”处的相位,从而获得被测物体的三维面形。但小波系数是小波移动量和尺度因子的函数,而各尺度包含一段频率,因此小波系数与傅里叶变换系数之间不存在直接联系<sup>[9]</sup>。S 变换作为一种新的无损、可逆的时频分析方法,不仅类似于窗口傅里叶变换,条纹的 S 局部谱和傅里叶谱之间存在直接联系,而且由于窗口尺度可以自适应调整,因此又具备小波变换的多分辨率特征。S 变换既可以根据待处理条纹的特点,自适应地调整窗口大小,找出条纹的“脊”信息来确定解调相位,也可将所有的 S 变换局部谱叠加构成信号的傅里叶谱<sup>[13-14]</sup>,通过滤波方法来重建三维面形。近年来,二维 S 变换受到人们的广泛关注。

根据其变换系数的特点,二维 S 变换用于三维面形测量时,出现了二维 S 变换“脊”(2DSTR)分析方法和二维 S 变换“滤波”(2DSTF)分析方法。本文对这两种方法进行了对比研究和讨论。由于 2DSTR 方法和 2DSTF 方法在处理条纹时,均直接得到的是条纹的截断相位,需要进行相位的展开,为了完成两种方法的比较,在模拟和实验中,采用相同的相位展开算法来得到连续相位。得出如下结论:对于自由曲面物体而言,当物体的高度变化未引起条纹的局部频谱混叠时,2DSTR 方法和 2DSTF 方法均能得到好的重建精度,此时 2DSTR 方法由于相位计算引入的是泰勒近似,精度略低。当物体的高度变化引起条纹的局部频谱混叠时,2DSTR 方法由于通过计算局部条纹的相似来确定对应的相位,所以能得到一个准确的相位;而 2DSTF 方法由于出现了局部频谱混叠,对应区域的重建误差增大。计算机模拟和实验验证了上述分析。

## 2 原 理

### 2.1 S 变换轮廓术基本原理

S 变换轮廓术的光路原理图如图 1 所示。投影仪将结构光条纹图投影在被测物体的表面,CCD 相机从另一个方向采集到的受到被测物体面形调制的变形条纹可以表示为(以单载频为例):

$$i(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos[2\pi(f_{0u}x + f_{0v}y) + \varphi(x, y)], \quad (1)$$

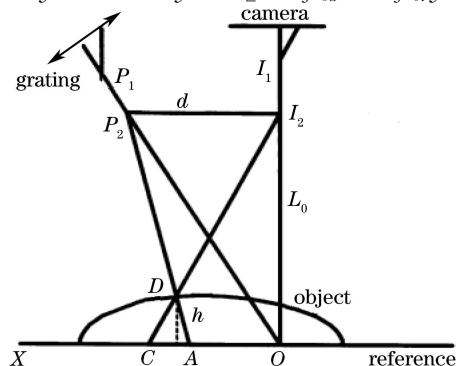


图 1 S 变换轮廓术测量光路图

Fig. 1 Optical measurement path of STP

式中  $A(x, y)$  和  $B(x, y)$  分别表示背景光场和条纹对比度,  $f_{0u}$ 、 $f_{0v}$  表示两个正交方向上的空间载频(如果  $f_{0u}$  和  $f_{0v}$  其中一个为 0, 则表示水平或垂直条纹),  $\varphi(x, y)$  表示由物体的表面高度分布引起的相位调制。在参考平面  $R$  上, 初始相位调制为  $\varphi_0(x, y)$ 。此时的相位差  $\Delta\varphi(x, y)$  即为由物体的高度分布引起的条纹相位调制<sup>[1]</sup>, 可表示为

$$\Delta\varphi(x, y) = \varphi(x, y) - \varphi_0(x, y)。 \quad (2)$$

相位  $\Delta\varphi(x, y)$  被截断在  $(-\pi, \pi)$  之间, 需要进行相位展开才能得到连续的相位分布。根据三角测量原理的光路图, 在实际测量过程中满足  $L_0 \gg h(x, y)$ , 可得到  $\Delta\varphi(x, y)$  与高度  $h(x, y)$  的近似关系为

$$\Delta\varphi(x, y) \approx \frac{2\pi f_0 d}{L_0} h(x, y), \quad (3)$$

式中  $L_0$  和  $d$  为系统的结构参量。

## 2.2 二维 S 变换基本原理

条纹  $i(x, y)$  的二维 S 变换定义为

$$S(u, v, f_u, f_v) = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} i(x, y) g_{f_u, f_v}(u-x, v-y) \exp[-j2\pi(f_u x + f_v y)] dx dy, \quad (4)$$

式中  $i(x, y)$  为二维待分析信号,  $g_{f_u, f_v}(x, y)$  为窗口函数,  $u$  和  $v$  分别表示  $x$  方向和  $y$  方向上的平移因子, 控制着窗口中心在  $x$  和  $y$  轴方向上的移动;  $f_u$  和  $f_v$  分别表示在位置  $(u, v)$  处两个正交方向上的频率因子 ( $f_u \neq 0, f_v \neq 0$ ), 控制着窗口的大小<sup>[13]</sup>。窗口函数表示为

$$g_{f_u, f_v}(x, y) = \frac{|f_u| |f_v|}{2\pi} \exp\left(\frac{-f_u^2 x^2}{2} + \frac{-f_v^2 y^2}{2}\right)。 \quad (5)$$

二维 S 变换的定义式也可以写为卷积形式:

$$S(u, v, f_u, f_v) = [i(u, v) \otimes g_{1, f_u, f_v}(u, v)] \exp[2\pi(-j f_u u - j f_v v)], \quad (6)$$

式中:

$$g_{1, f_u, f_v}(u, v) = \frac{|f_u| |f_v|}{2\pi} \exp\left(\frac{-f_u^2 x^2}{2} + \frac{-f_v^2 y^2}{2}\right) \exp[2\pi(j f_u u + j f_v v)]。 \quad (7)$$

S 谱具有如下特点: 沿窗口移动方向, 将条纹每个位置处的局部 S 谱进行叠加, 得到条纹的傅里叶谱<sup>[13]</sup>,

$$\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} S(u, v, f_u, f_v) du dv = I(f_u, f_v)。 \quad (8)$$

可见从二维 S 变换系数中, 可以分别采用 2DSTR 和 2DSTF 方法来重建被测物体的三维面形。

## 2.3 2DSTR 处理法解相原理

在“脊”分析方法中, 在任意位置  $(u, v)$  处, 窗口覆盖的区域内中心位置附近, 近似满足  $A(x, y) \approx A(u, v)$ ,  $B(x, y) \approx B(u, v)$ , 由于被测物体通常为自由曲面, 在位置  $(u, v)$  处对  $\varphi(x, y)$  做二维泰勒展开, 取一阶近似可以得到:

$$\varphi(x, y) \approx \varphi(u, v) + \varphi'_x(u, v)(x-u) + \varphi'_y(u, v)(y-v), \quad (9)$$

将(1)式, (9)式代入二维 S 变换(4)式中:

$$S(u, v, f_u, f_v) = S_0(u, v, f_u, f_v) + S_1(u, v, f_u, f_v) + S_2(u, v, f_u, f_v), \quad (10)$$

式中:

$$S_0(u, v, f_u, f_v) = A(u, v) \exp(-4\pi^2) \exp[-j2\pi(f_u u + f_v v)], \quad (11)$$

$$S_1(u, v, f_u, f_v) = (1/2)A(u, v)B(u, v) \exp\{j[\varphi(u, v) + 2\pi(f_{0u} - f_u)u + 2\pi(f_{0v} - f_v)v]\} \times \exp\left\{-\frac{[\varphi'_x(u, v) + 2\pi(f_{0u} - f_u)]^2}{2f_u^2}\right\} \exp\left\{-\frac{[\varphi'_y(u, v) + 2\pi(f_{0v} - f_v)]^2}{2f_v^2}\right\}, \quad (12)$$

$$S_2(u, v, f_u, f_v) = (1/2)A(u, v)B(u, v) \exp\{-j[\varphi(u, v) + 2\pi(f_{0u} + f_u)u + 2\pi(f_{0v} + f_v)v]\} \times \exp\left\{-\frac{[\varphi'_x(u, v) + 2\pi(f_{0u} + f_u)]^2}{2f_u^2}\right\} \exp\left\{-\frac{[\varphi'_y(u, v) + 2\pi(f_{0v} + f_v)]^2}{2f_v^2}\right\}。 \quad (13)$$

从(11)~(13)式中可以得到:当  $f_{ur} = f_{0u} + \frac{\varphi'_x(u, \nu)}{2\pi}$ ,  $f_{vr} = f_{0v} + \frac{\varphi'_y(u, \nu)}{2\pi}$  时,  $S_1(u, \nu, f_u, f_v)$  的模值为最大值,称此值为“脊”值。同时有  $S_1(u, \nu, f_u, f_v) \approx 0$ ,  $S_2(u, \nu, f_u, f_v) \approx 0$ , 可忽略不计。因此,从 S 变换“脊”处的复指数函数中得到的相位值可表示为

$$\phi_S(u, \nu, f_{ur}, f_{vr}) = \arctan \left\{ \frac{\text{imag}[S(u, \nu, f_{ur}, f_{vr})]}{\text{real}[S(u, \nu, f_{ur}, f_{vr})]} \right\} = \arctan \left\{ \frac{\text{imag}[S_1(u, \nu, f_{ur}, f_{vr})]}{\text{real}[S_1(u, \nu, f_{ur}, f_{vr})]} \right\} = 2\pi(f_{0u} - f_{ur})u + 2\pi(f_{0v} - f_{vr})\nu + \varphi(u, \nu). \quad (14)$$

由物体表面高度分布引起的调制相位  $\varphi(u, \nu)$  可由下式得到:

$$\varphi(u, \nu) = \phi_S(u, \nu, f_{ur}, f_{vr}) + 2\pi(f_{ur} - f_{0u})u + 2\pi(f_{vr} - f_{0v})\nu. \quad (15)$$

当处理完所有的像素点后,可以得到截断在  $(-\pi, \pi)$  之间的截断相位  $\phi_W(u, \nu)$ , 进行相位展开就能得到连续相位分布  $\varphi(u, \nu) = \text{unwrap}[\phi_W(u, \nu)]$ , 其中  $\text{unwrap}$  表示相位展开操作。

## 2.4 2DSTF 处理法解相原理

根据傅里叶变换原理,二维 S 变换可以被改写为

$$S(u, \nu, f_u, f_v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\alpha + f_u, \beta + f_v) \times \exp\left(-\frac{2\pi^2 \alpha^2}{f_u^2} - \frac{2\pi^2 \beta^2}{f_v^2}\right) \times \exp[i2\pi(\alpha u + \beta \nu)] d\alpha d\beta, \quad (16)$$

式中  $\alpha, \beta, f_u$  和  $f_v$  都表示频率变量,  $H(\alpha + f_u, \beta + f_v)$  表示  $i(x, y)\exp[-i2\pi(f_u x, f_v y)]$  的傅里叶谱,  $H(\alpha, \beta)$  是  $i(x, y)$  的傅里叶谱, 表示为

$$H(\alpha, \beta) = C_0(\alpha, \beta) + C_1(\alpha - f_{0u}, \beta - f_{0v}) + C_1^*(\alpha + f_{0u}, \beta + f_{0v}), \quad (17)$$

式中  $C_1(\alpha - f_{0u}, \beta - f_{0v})$  是  $(b/2)\exp[i2\pi(f_{0u}x + f_{0v}y) + \varphi(x, y)]$  的傅里叶谱, 而  $C_1^*(\alpha + f_{0u}, \beta + f_{0v})$  是  $C_1(\alpha - f_{0u}, \beta - f_{0v})$  的复共轭,  $C_0$  表示背景光场的傅里叶谱。如果条纹出现基频混叠, 采用傅里叶变换技术重建物体三维面形时会出现严重的测量误差。而 S 变换的局部谱基频的分布比条纹的全局频谱结构简单, 且沿着窗口的移动方向可叠加为傅里叶谱, 故可以通过提取局部 S 变换谱的基频分量来得到更为准确的条纹基频信息, 表示为

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\overline{S(u, \nu, f_u, f_v)}} du d\nu = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{S(u, \nu, f_u, f_v)} F(u, \nu, f_u, f_v) du d\nu, \quad (18)$$

式中  $\overline{\overline{S(u, \nu, f_u, f_v)}}$  是局部谱的基频部分,  $\overline{S(u, \nu, f_u, f_v)}$  表示阈值处理后的 S 谱, 消除了谱中小系数代表的不可靠信息。  $F(u, \nu, f_u, f_v)$  是处理  $(u, \nu)$  处条纹的滤波窗,  $f_u$  和  $f_v$  的大小根据条纹 S 谱的基频分布决定。滤波窗的窗心位置由该位置处的局部谱最大强度值所对应两个方向上的频率值决定, 可以被表示为

$F\left(u, \nu, f_u \left| \begin{matrix} f_{uh} \\ f_{ul} \end{matrix} \right., f_v \left| \begin{matrix} f_{vh} \\ f_{vl} \end{matrix} \right. \right)$ 。因此, (18) 式又可以写为

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\overline{S(u, \nu, f_u, f_v)}} du d\nu = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{S(u, \nu, f_u, f_v)} F(u, \nu, f_u \left| \begin{matrix} f_{uh} \\ f_{ul} \end{matrix} \right., f_v \left| \begin{matrix} f_{vh} \\ f_{vl} \end{matrix} \right. ) du d\nu = C_1(f_u - f_{0u}, f_v - f_{0v}). \quad (19)$$

由于二维 S 变换局部谱比完整的傅里叶谱分布简单, 当条纹的傅里叶谱发生频谱混叠时, 各个局部 S 谱可能不存在频谱混叠。在这种情况下, 2DSTR 和 2DSTF 方法均能得到好的重建精度。但利用 2DSTR 方法分析时存在近似处理, 此时 2DSTF 方法的重建精度比 2DSTR 方法高; 如果在某个位置处, 局部 S 谱发生了频谱混叠, 但这个混叠并未影响 2DSTR 方法“脊”的提取时, 2DSTR 方法的重建结果将比 2DSTF 方法好。下面将对 2DSTR 和 2DSTF 方法进行计算机模拟对比。

## 3 计算机模拟

计算机仿真了被测物体高度变化时 2DSTR 和 2DSTF 方法的三维重建效果。模拟的条纹载频为  $f_{0u} = f_{0v} = 1/8$  pixel, 条纹尺寸为  $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ 。模拟物体是由 peaks 函数和二维的 sinc 函数相乘得到

的,尺寸为  $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ ,表示为:  $Z(x, y) = n \times \text{peaks}(x, y) \text{sinc}(x, y)$ ,其中  $n$  为高度系数。考虑到被测物体的高度变化引起条纹背景的不均匀性和噪声影响,模拟时设置:  $A(x, y) = 0.05Z, B(x, y) = 0.5$ ,加入 0.1 倍的随机噪声。其中  $\text{peaks}$  函数表达式为

$$\text{peaks}(x, y) = 3 \times (1 - x)^2 \times \exp[-x^2 - (y + 1)^2] - 10 \times (x/5 - x^3 - y^5) \times \exp(-x^2 - y^2) - \exp[-(x + 1)^2 - y^2] / 3, \quad (20)$$

二维的  $\text{sinc}$  函数表达式为

$$\text{sinc}(x, y) = \text{sinc}(x) \times \text{sinc}(y), \quad (21)$$

式中  $x$  和  $y$  分别为  $[-3, 3]$  之间抽样出的 256 个像素点。

例如,  $n = 3$  时,模拟的被测物体与其相应的变形条纹图如图 2(a)和(b)所示。

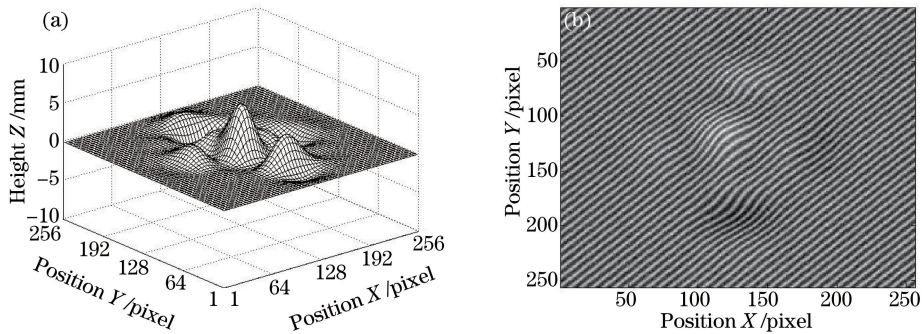


图 2 (a)模拟物体;(b)变形条纹图

Fig. 2 (a) Simulated object; (b) deformed fringe pattern

分别采用 2DSTR 和 2DSTF 方法处理上述条纹,由于物体的高度变化并不剧烈,两种方法均能得到正确的重建结果。图 3(a)给出了 2DSTR 方法的重建误差图,图 3(b)给出了 2DSTF 方法的重建误差图,图 3(c)是两种方法误差图第 128 行的对比结果。当高度系数逐渐增大,例如,  $Z(x, y)$  的高度系数由  $n = 3$  开始并以 1 的间隔增加到 6 时,两种方法的恢复结果的最大误差  $\eta_e$ 、平均差  $\mu_e$  和均方差  $\sigma_e$  的对比情况如表 1 所

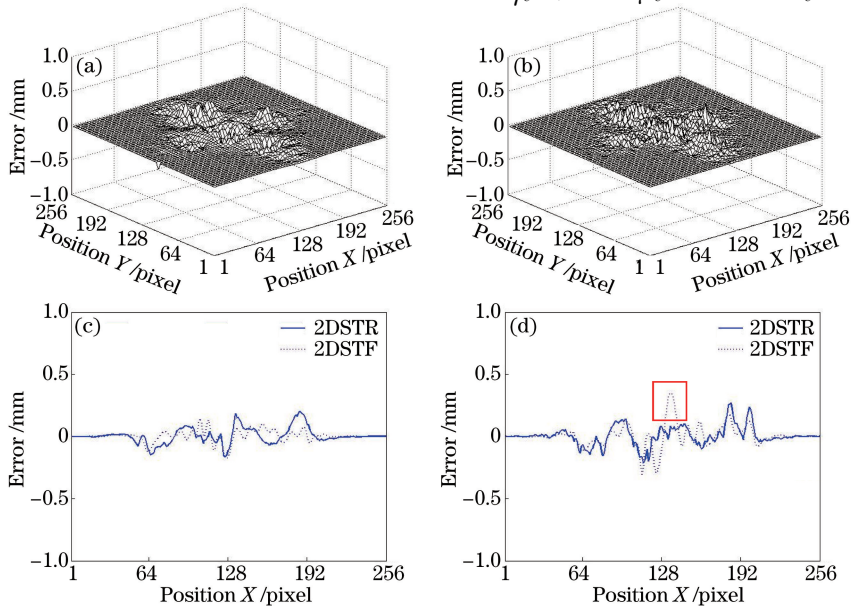


图 3 误差分析。(a)  $n = 3$  时 2DSTR 方法的重建误差分布;(b)  $n = 3$  时 2DSTF 方法的重建误差分布;

(c)  $n = 3$  时两种方法误差分布图第 128 行的对比;(d)  $n = 6$  时两种方法误差分布图第 128 行的对比

Fig. 3 Error analysis. (a) Error distribution reconstructed by 2DSTR method with  $n = 3$ ; (b) error distribution reconstructed by 2DSTF method with  $n = 3$ ; (c) comparison of the 128<sup>th</sup> row of the error distributions reconstructed by the two methods with  $n = 3$ ; (d) comparison of the 128<sup>th</sup> row of the error distributions reconstructed by the two methods with  $n = 6$

示。图 3(d)给出了  $n=6$  时,两种方法的重建误差图第 128 行的对比结果。

表 1 两种方法恢复结果的最大误差  $\eta_e$ 、平均差  $\mu_e$  和均方差  $\sigma_e$  对比

Table 1 Comparison of the maximum error  $\eta_e$ , average error  $\mu_e$  and mean square deviation  $\sigma_e$  of the results reconstructed by two methods

$n$	Method	$\eta_e/\text{mm}$	$\mu_e/\text{mm}$	$\sigma_e/\text{mm}$
3	2DSTR	0.27198	0.013306	0.029912
	2DSTF	0.26512	0.010314	0.024482
4	2DSTR	0.35741	0.017313	0.038152
	2DSTF	0.28834	0.012485	0.028739
5	2DSTR	0.40143	0.021972	0.045592
	2DSTF	0.41051	0.015899	0.037124
6	2DSTR	0.44452	0.024329	0.046983
	2DSTF	0.48351	0.018954	0.043449

如图 3 和表 1 所示,当物体表面高度变化较为缓慢时,2DSTF 方法要比 2DSTR 方法的恢复结果更好。随着高度增加,虽然 2DSTF 处理方法的均方差较小,但其最大误差逐渐变大,主要表现在高度变化最为陡峭的地方,如图 3(d)红色方框标记处所示。

如果继续增加物体的高度系数,当出现局部 S 谱的混叠时,2DSTF 方法将会出现重建错误。例如,物体  $Z(x,y)$  的高度系数  $n=7$  时,2DSTR 与 2DSTF 方法解相分析后所得的截断相位图分别如图 4(a)和(b)所示,重建结果分别如图 4(c)和(d)所示,重建结果的误差分布分别如图 4(e)和(f)所示。

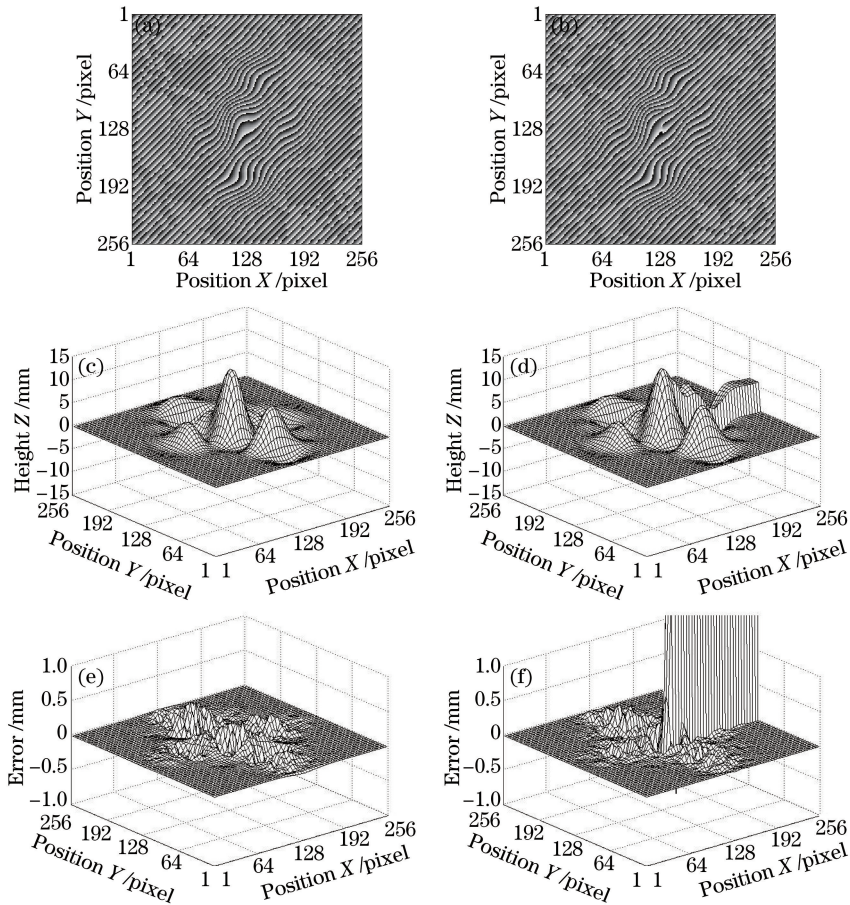


图 4  $n=7$  时的模拟结果。(a) 2DSTR 方法获取的截断相位图;(b) 2DSTF 方法获取的截断相位图;(c) 2DSTR 方法重建面形;(d) 2DSTF 方法重建面形;(e) 2DSTR 方法重建面形的误差;(f) 2DSTF 方法重建面形的误差

Fig. 4 Simulation results with  $n=7$ . (a) Phase map wrapped by 2DSTR method; (b) phase map wrapped by 2DSTF method; (c) surface reconstructed by 2DSTR method; (d) surface reconstructed by 2DSTF method; (e) surface error reconstructed by 2DSTR method; (d) surface error reconstructed by 2DSTF method

引起基于二维 S 变换的两种方法在三维重建中存在差异的原因是:2DSTR 方法通过查找每个位置最大 S 变换系数来计算相位值;而 2DSTF 方法通过选择适当的二维加权窗滤取每个位置处的 S 谱的基频部分,并沿时间轴积分得到条纹图所对应傅里叶谱的基频分量,最后再将积分结果进行傅里叶逆变换获取条纹图的相位分布。如果 S 变换的局部基频不与局部零频和高次频混叠,2DSTF 方法的相位信息计算是准确的,而 2DSTR 方法在获取相位时引入了泰勒展开相似,此时其精度会低于 2DSTF 方法;随着物体高度变率的增加,如果局部 S 频谱发生混叠,但未导致“脊”的错误判断,2DSTR 方法的相位计算不会出现严重错误,而 2DSTF 方法在局部条纹混叠处的误差将增大。

## 4 实验验证

利用两个初步实验验证了上述分析。采集并截取有效处理区域的变形条纹分别如图 5(a)和(b)所示,图像尺寸大小为 350 pixel×350 pixel。首先分别采用两种方法对“米奇”面具进行测量,图 6(a)和(b)分别为采用 2DSTR 方法处理后得到的截断相位分布和重建结果,图 6(c)和(d)分别为采用 2DSTF 方法处理后得到的截断相位分布和重建结果。变形条纹图中红色方框位置处的条纹数过少,存在局部 S 基频谱和零频扩展的混叠,2DSTF 方法在此区域的物体恢复效果较差。而由于容错度较高,2DSTR 方法在此区域的重建效果更好。

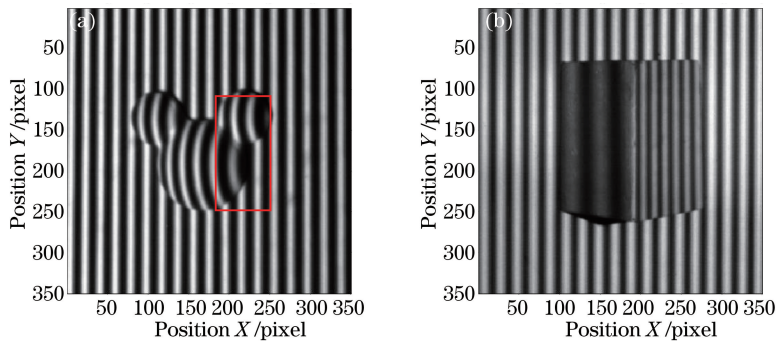


图 5 (a)“米奇”变形条纹;(b)“三角物体”变形条纹

Fig. 5 (a) Deformed fringe pattern of "Miqi"; (b) deformed fringe pattern of "triangle"

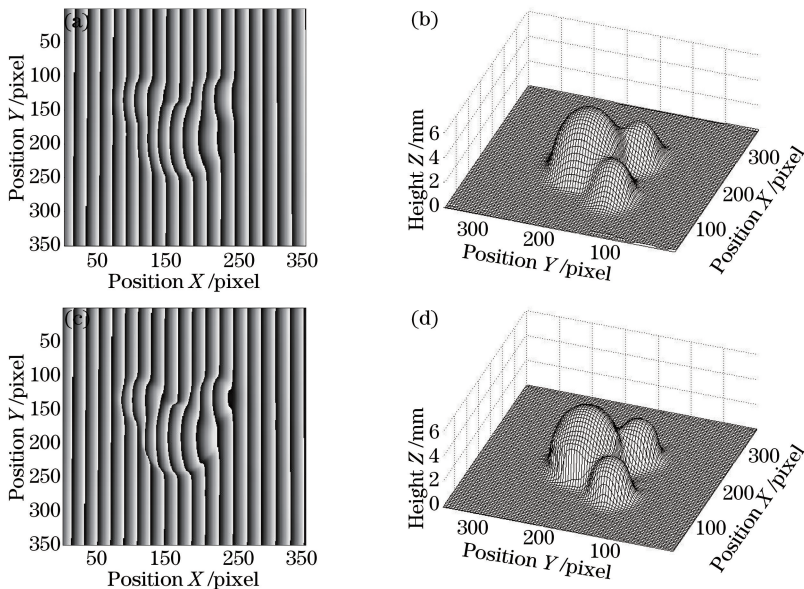


图 6 “米奇”实验结果。(a) 2DSTR 方法计算的截断相位图;(b) 2DSTR 方法的重建结果;

(c) 2DSTF 方法计算的截断相位图;(d) 2DSTF 方法的重建结果

Fig. 6 Experimental results of "Miqi". (a) Phase map wrapped by 2DSTR method; (b) reconstructed result by 2DSTR method; (c) phase map wrapped by 2DSTF method; (d) reconstructed result by 2DSTF method

采用两种方法对一个“三角物体”面形进行测量,图 7(a)和(b)分别为采用 2DSTR 方法处理后得到的截断相位分布和重建结果,图 7(c)和(d)分别为采用 2DSTF 方法处理后得到的截断相位分布和重建结果。三角形物体的高度变化引起的条纹变形量较大,导致 S 局部频谱混叠,2DSTF 方法在重建物体时出现了明显的错误。此时,2DSTR 方法依旧能够很好地恢复物体,具有比 2DSTF 方法更好的优势。

正如前面分析所示,2DSTR 和 2DSTF 方法用于三维面形测量时,各具特点。对于自由曲面测量,当物体的高度不是线性分布时,如果局部区域 S 变换系数中不存在频谱混叠,2DSTF 比 2DSTR 方法重建精度高;当然,如果物体是严格的线性分布,且不存在局部频谱混叠时,2DSTR 方法中未引入泰勒近似,其精度会略好于 2DSTF 方法。如果局部区域 S 变换系数中存在频谱混叠,在混叠区域 2DSTF 比 2DSTR 方法重建精度低;如果局部区域 S 变换系数中存在较为严重的频谱混叠,在混叠区域 2DSTF 方法会出现重建错误,而 2DSTR 方法具有更强的容错能力。

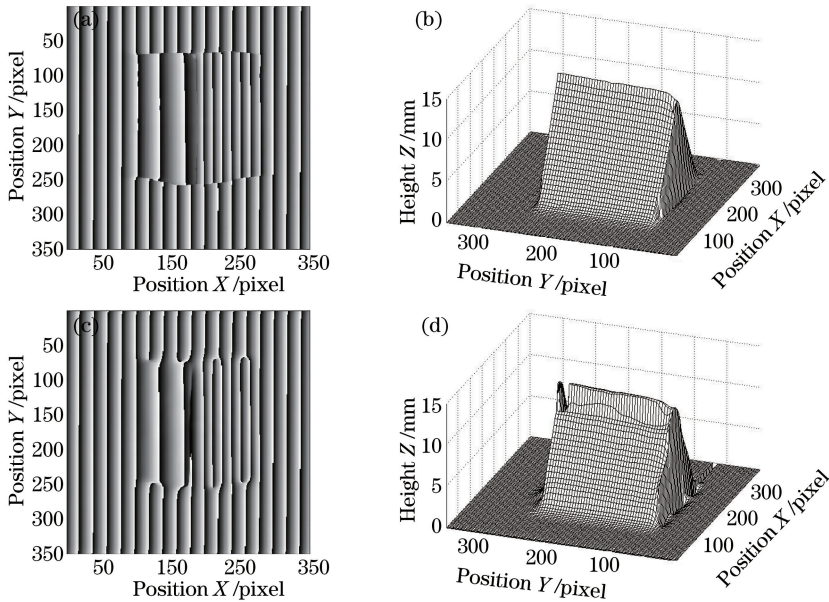


图 7 “三角物体”实验结果。(a) 2DSTR 方法计算的截断相位图;(b) 2DSTR 方法的重建结果;  
(c) 2DSTF 方法计算的截断相位图;(d) 2DSTF 方法的重建结果

Fig. 7 Experimental results of "triangle". (a) Phase map wrapped by 2DSTR method; (b) reconstructed result by 2DSTR method; (c) phase map wrapped by 2DSTF method; (d) reconstructed result by 2DSTF method

## 5 结 论

对 2DSTR 方法和 2DSTF 方法进行了深入的研究,对比了这两种方法的变形条纹相位解调结果。结果表明:对于自由曲面测量,只要物体的高度不是线性分布,在物体表面高度较为平缓时,局部 S 频谱未发生混叠,2DSTR 方法由于相位计算时引入的泰勒近似,精度低于 2DSTF 方法;当物体表面高度增大时,局部 S 频谱发生混叠,2DSTR 方法由于通过计算局部条纹的相似来确定对应的相位,只要没有引起“脊”值的错误判断,2DSTR 方法就依旧能够重建物体,而 2DSTF 方法会因频谱混叠导致重建物体出错。

## 参 考 文 献

- [1] Su Xianyu, Li Jitao. Information optics[M]. Beijing: Science Press, 1999: 306-338.  
苏显渝, 李继陶. 信息光学[M]. 北京: 科学出版社, 1999: 306-338.
- [2] Su Xianyu, Zhang Qican, Chen Wenjing. Structured light 3D imaging technology[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(2): 0209001.  
苏显渝, 张启灿, 陈文静. 结构光三维成像技术[J]. 中国激光, 2014, 41(2): 0209001.
- [3] Jin Guofan, Li Jingzhen. Laser metrology[M]. Beijing: Science Press, 1998: 337.



- 金国藩, 李景镇. 激光测量学[M]. 北京: 科学出版社, 1998: 337.
- [4] Takeda M, Mutoh K. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes[J]. Applied Optics, 1983, 22(24): 3977-3982.
- [5] Kemao Q. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis[J]. Applied Optics, 2004, 43(13): 2695-2702.
- [6] Kemao Q, Wang H, Gao W J. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis: theoretical analyses [J]. Applied Optics, 2008, 47(29): 5408-5419.
- [7] Weng Jiawen, Zhong Jin'gang. Application of dilating Gabor transform to three-dimensional shape analysis[J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24(6): 725-729.  
翁嘉文, 钟金钢. 伸缩窗口傅里叶变换在三维形貌测量中的应用[J]. 光学学报, 2004, 24(6): 725-729.
- [8] Weng Jiawen, Zhong Jin'gang. Apply wavelet transform to phase analysis of spatial carrier-fringe patterns[J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(4): 454-459.  
翁嘉文, 钟金钢. 小波变换在载频条纹相位分析法中的应用研究[J]. 光学学报, 2005, 25(4): 454-459.
- [9] Xu Dongying, Li Sikun, Wang Xiangchao, *et al.* Wavelet ridge extraction method employing a cost function in two-dimensional wavelet transform profilometry[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(4): 0412006.  
徐东瀛, 李思坤, 王向朝, 等. 基于评价函数的二维小波变换轮廓术小波脊提取方法[J]. 光学学报, 2016, 36(4): 0412006.
- [10] Stockwell R G, Mansinha L, Lowe R P. Localization of the complex spectrum: the S transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 44(4): 998-1001.
- [11] Zhong Min, Chen Wenjing, Jiang Mohua. S-transform profilometry eliminates nonlinear error in deformed fringe pattern[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(11): 1112003.  
钟 敏, 陈文静, 蒋模华. S变换轮廓术中消除条纹非线性影响的方法[J]. 光学学报, 2011, 31(11): 1112003.
- [12] Srinivasan V, Liu H C, Halioua M. Automated phase-measuring profilometry of 3-D diffuse objects [J]. Applied Optics, 1984, 23(18): 3105-3108.
- [13] Wang Tao, Chen Wenjing, Zhong Min, *et al.* 2D S-transform profilometry based on the structured light projection[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(12): 1207002.  
王 焘, 陈文静, 钟 敏, 等. 基于光结构投影的二维 S变换轮廓术[J]. 光学学报, 2012, 32(12): 1207002.
- [14] Shen Qiuju, Chen Wenjing, Zhong Min, *et al.* Method for improving the accuracy of S-transform profilometry [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(6): 0612009.  
湛秋菊, 陈文静, 钟 敏, 等. 提高 S变换轮廓术测量精度的方法[J]. 光学学报, 2013, 33(6): 0612009.