

圆环标识的离心偏差校正方法与评价

安晶晶, 高楠*, 陈超, 刘茜阳, 张宗华

河北工业大学机械工程学院, 天津 300130

摘要 圆环标识在目标识别及定位中应用广泛,其定位精度很大程度上决定了三维测量系统的精度。为了消除由透视投影变换产生的离心偏差,提高圆环标识的定位精度,对圆环的离心偏差校正展开研究,根据已有的空间投影推导给出校正方法。首先同心圆环经过透视投影变换,得到中心分离的双椭圆,由双椭圆的中心和同心圆环半径信息,得到圆心的实际位置。然后进行同心圆环投影仿真实验,根据圆心定位结果分析偏心误差与圆环半径以及旋转角度的关系。最后利用显示器作为物平面显示不同参数的同心圆环,与相机构成实验系统对圆心测量精度进行评价。结果表明:此方法可以准确地获取圆环标识的真实投影点,且校正后,经标定的相机平均反投影误差减小为原来的50%。利用显示器验证圆环定位精度,与以前的标定板验证方法相比,圆环标定在操作上具有更好的灵活性与实用性。

关键词 机器视觉; 光学检测; 圆心定位; 离心校正; 标定板; 同心圆环

中图分类号 TH741 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP54.041203

Correcting Method and Evaluation of Eccentricity Error of Circle Target

An Jingjing, Gao Nan, Chen Chao, Liu Xiyang, Zhang Zonghua

School of Mechanical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China

Abstract Circular target has been widely used in object recognition and localization, and its localization precision largely determines the precision of the 3D measurement system. In order to eliminate the eccentricity error generated by perspective projection transformation and improve the location precision of circular target, the eccentricity error correction of circles target has been researched, and a correction method based on the existing derivation of spatial projection is proposed. Firstly, through perspective projection transformation, the concentric circle is changed to two different ellipses with separate centers. According to the centers of two ellipses and the radius of concentric circle, the actual position of the center is calculated. Then, a concentric circle projection simulation experiment is carried out, and the relationships between eccentricity error and radius of circle as well as the rotation angle are analyzed according to the result of circle central location. Finally, a monitor is used as object plane to display the concentric circles with different parameters. And together with a camera, they constitute the experiment system to evaluate the measurement precision of circle center. The results show that this method can accurately obtain the actual projection point of concentric circular target, and the average back-projection error of the calibrated camera can be reduced to 50% after correction. Compared with previous verification methods using calibration board, the proposed method using monitor to verify the concentric circle location precision has better flexibility and practicality in operation.

收稿日期: 2016-09-06; **收到修改稿日期:** 2016-12-05

基金项目: 国家自然科学基金(51675160,61171048)、教育部“创新团队发展计划”(IRT1232)、河北省应用基础研究计划重点基础研究资助项目(15961701D)、河北省高层次人才资助项目(NGCC2014049)、河北省人才工程培养经费资助项目(A201500503)、天津市科技计划项目(15PTSJYC00260)

作者简介: 安晶晶(1992—),女,硕士研究生,主要从事光学检测和三维成像方面的研究。E-mail: anjing0326@126.com

导师简介: 张宗华(1974—),男,博士,教授,主要从事光学检测、三维数字成像和造型、条纹自动分析和三维生物测定等方面的研究。E-mail: zhzhang@hebut.edu.cn

* **通信联系人.** E-mail: ngao@hebut.edu.cn

Key words machine vision; optical inspection; center location of circle; eccentricity correction; calibration board; concentric circle

OCIS codes 150.1488; 120.4630; 330.5000

1 引言

圆环标识广泛应用于各种三维光学测量中,例如相机标定^[1-2]、摄影测量^[3-4]及结构光投影测量^[5-6]等。其中,圆环标识的圆心是非常重要的特征点,其定位精度直接影响系统的测量精度。对于不平行于像平面的空间圆,在经过透视投影变换后蜕变成椭圆中心并非空间圆的圆心在图像中的真实的投影点^[7],二者存在一定偏差,因此准确获取空间圆心在图像上的真实投影点具有十分重要的意义。

目前,圆环投影中心定位方法主要有以下几种:Ahn等^[8]根据相机成像模型,给出了圆形目标偏心误差的完整数学描述,是一个与相机、成像系统及圆半径都有关的表达式;该表达式为实际测量提供了理论依据,但其形式复杂,计算量大。He等^[9]对Ahn等^[8]的数学模型进行简化,提出一种基于同心圆环模型的补偿方法,利用同心圆环的内外半径及投影后的椭圆中心得到校正后的真实圆心。Jiang等^[10]针对同心圆提出了一种从圆内任意初始点开始迭代并收敛于圆心真实投影点的几何方法,并利用同源性约束进行非线性优化,但是由于需要精确提取出椭圆边缘并且使用迭代方法,因此在计算效率和稳定性上有待验证。邢德奎等^[11]建立了一种使用同心圆补偿镜头畸变的方法,在确定内外椭圆圆心的情况下利用交比不变确定圆心的真实投影点。陈新禹等^[12]将交比不变与配极对应原理结合在一起,通过将直接求取投影点的过程转换为求取与无穷远直线的映射问题,并且在求取直线的过程中使用最优化方法,从而提高了算法的抗噪性能,但此算法对图像的边缘提取精度有一定的依赖。陈天飞等^[13]提出了一种基于射影变换的圆阵靶标中心像点计算方法。该方法在获取退化的椭圆边缘的亚像素坐标后,通过迭代的方式计算射影变换,将退化的椭圆边缘映射成较规则的圆,之后剔除异常点并拟合圆心,最终收敛的点即为圆心的投影。但是迭代的运算增加了算法的复杂性。

上述方法的实物实验都是基于半径固定的圆环标定板所实现的,标定板的价格昂贵且制作过程复杂。本文采用了一种简单、快速、准确定位同心圆环圆心真实投影点的实用方法,对透视投影变换中的离心偏差校正展开研究。使用同心圆环模型快速、准确地获取圆心点在图像中的投影点位置,并以显示器为物平面拍摄不同半径及不同角度的圆环,来验证实验精度。利用显示器设置不同半径比及不同朝向的圆环验证实验,与以前的固定半径的标定板验证方法相比具有更好的灵活性和实用性。下面首先介绍相关基本原理及算法的具体实现过程,然后介绍仿真和显示器验证实验,最后分析方法的精度和有效性。

2 基本原理

2.1 空间圆的圆心偏差及校正

在圆所在平面与相机成像平面不平行时,由于相机的透视投影变换,圆环在相机成像平面上的投影一般为椭圆,并将椭圆的中心作为圆心的投影点。如图1所示,物平面 π_1 上有一半径为 r 、圆心为点 C 的圆,经相机拍摄后,在相机成像平面 π_2 上呈椭圆,其中心为点 B' ,而圆心 C 的投影点为 C' ,故投影的椭圆中心与圆心投影点并不重合,上述方法存在投影误差。

Ahn等^[8]利用一个简单的数学模型分析离心误差,通过计算得到图像坐标系中的椭圆中心投影点 C' 的坐标 $(u_{C'}, \nu_{C'})$ 和椭圆中心 B' 的坐标 $(u_{B'}, \nu_{B'})$ 得到离心偏差,如下式所示:

$$\begin{cases} \epsilon_u = u_{B'} - u_{C'} = \frac{f(x_p/l) \sin^2 \omega}{(l/r)^2 - \sin^2 \omega} \\ \epsilon_\nu = \nu_{B'} - \nu_{C'} = \frac{-f(d/l) \sin \omega \cos \omega}{(l/r)^2 - \sin^2 \omega} \end{cases} \quad (1)$$

式中 f 为相机镜头的焦距, x_p 为物平面上圆心 C 的横坐标, d 为两个坐标系之间的距离 OO' , r 为空间圆的半径, ω 为相机光轴与物平面 Z 轴的夹角, α 为 Z 轴与 OO' 之间的夹角, $\omega - \alpha$ 为 Z_C 与 OO' 之间的夹角, $l = d \cos(\omega - \alpha)$ 是 OO' 沿光轴方向的投影。

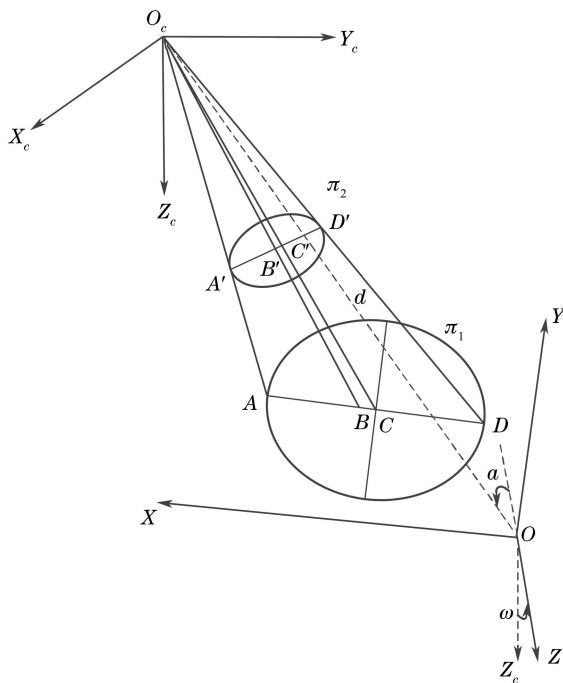


图 1 空间圆的透视投影变换

Fig. 1 Perspective projection transformation of space circle

由(1)式可知,要得到离心偏差需要知道系统的一些几何参数,例如 f 、 d 、 ω 、 α 、 x_p 等,而这些参数在实际中是很难准确测得的。因此,本研究采用同心圆环模型来解决这一问题。

2.2 空间圆环的圆心偏差及校正

He 等^[9]对上述数学模型进行了简化。对于同心圆环,根据小孔成像和透视投影变换原理^[14],平面内同心圆环在经过摄像机拍摄后的图像中表现形式为两个中心分离的椭圆,如图 2 所示。

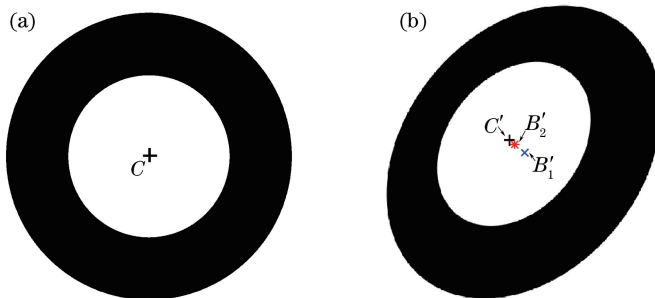


图 2 空间同心圆环的透视投影变换。(a)物平面的同心圆环;(b)成像平面的同心圆环

Fig. 2 Perspective projection transformation of space concentric circle. (a) Concentric circle of object plane; (b) concentric circle of imaging plane

C' 为要求的圆心投影点, B_1' 和 B_2' 分别为两个椭圆的中心,由(1)式可知,同心圆环离心误差的几何参数除了半径外其他都是相同的。而在实际的相机成像系统中, $l \gg r$ 且 $\sin^2 \omega < 1$,因此 $(l/r)^2 \gg \sin^2 \omega$,可以将(1)式分母中的 $\sin^2 \omega$ 忽略不计,得到下式:

$$\begin{cases} \epsilon_u = u_{B'} - u_{C'} \approx \frac{f(x_p/l) \sin^2 \omega}{(l/r)^2} = K_u \cdot r^2 \\ \epsilon_v = v_{B'} - v_{C'} \approx \frac{-f(d/l) \sin \omega \cos \omega}{(l/r)^2} = K_v \cdot r^2 \end{cases}, \tag{2}$$

式中 $K_u = f x_p \sin^2 \omega / l^3$, $K_v = -f d \sin \omega \cos \omega / l^3$, 两者均为与半径无关的参量,因此对于同心圆环的两个圆来说, K_u 和 K_v 相同。

由(2)式得到两个椭圆的离心偏差如(3)、(4)式所示:

$$\begin{cases} \varepsilon_{u_1} = u_{B'_1} - u_{C'} = K_u \cdot r_1^2 \\ \varepsilon_{v_1} = v_{B'_1} - v_{C'} = K_v \cdot r_1^2 \end{cases}, \quad (3)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{u_2} = u_{B'_2} - u_{C'} = K_u \cdot r_2^2 \\ \varepsilon_{v_2} = v_{B'_2} - v_{C'} = K_v \cdot r_2^2 \end{cases}, \quad (4)$$

式中 r_1, r_2 分别为同心圆环的大圆和小圆半径。联立(3)、(4)式得到校正后的中心:

$$\begin{cases} u_{C'} = k_1 u_{B'_2} - k_2 u_{B'_1} \\ v_{C'} = k_1 v_{B'_2} - k_2 v_{B'_1} \end{cases}, \quad (5)$$

式中 $k_1 = r_1^2 / (r_1^2 - r_2^2)$, $k_2 = r_2^2 / (r_1^2 - r_2^2)$, 两者只与同心圆环的内外半径有关。两个椭圆的中心 $(u_{B'_1}, v_{B'_1})$ 和 $(u_{B'_2}, v_{B'_2})$ 可以通过图像处理得到, 则同心圆环的投影中心 $(u_{C'}, v_{C'})$ 用(5)式可求。

3 离心偏差校正仿真

按照空间圆的透视投影模型, 设 $\mathbf{p} = [X_w, Y_w, Z_w, 1]^T$ 为空间圆上一点的齐次坐标, $\mathbf{p}' = [u, v, 1]^T$ 为对应投影点的齐次坐标, 像点坐标与物体世界坐标的转换关系用转换矩阵可以表示为下式:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & \alpha_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{T} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中 $\alpha_x = \frac{f}{dx}$ (f 是摄像机焦距, dx 是每一像素在 x 轴方向上的物理尺寸), $\alpha_y = \frac{f}{dy}$ (dy 是每一像素在 y 轴方向上的物理尺寸); u_0, v_0 是在图像坐标系中的中心点坐标值(也是摄像机光轴与图像坐标平面的交点)。 \mathbf{R} 和 \mathbf{T} 分别为相机的旋转矩阵和平移向量。

用计算机产生仿真的椭圆图像, 设空间物平面上同心圆的圆心为 $(0, 0)$, $\alpha_x = 1200$, $\alpha_y = 1200$, $u_0 = 1280$, $v_0 = 960$, 则摄像机内参矩阵为

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1200 & 0 & 640 \\ 0 & 1200 & 480 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

摄像机相对空间同心圆的位置参数为: 绕 x 轴旋转角 $\alpha = \pi/12$, 绕 y 轴旋转角 $\beta = -\pi/6$, 绕 z 轴旋转角 $\gamma = \pi/9$; 沿 x 方向偏移 $t_x = 0$, 沿 y 方向偏移 $t_y = 0$, 沿 z 方向偏移 $t_z = 600$ 。求解过程中采用小孔成像模型, 在上述参数下, 求得空间同心圆环图像所成的中心分离的双椭圆图像, 利用边缘检测技术及椭圆拟合得到内外椭圆的圆心, 再根据(5)式计算得到校正后的圆心坐标。图 3 为实际半径分别为 50 pixel 和 100 pixel 的圆环所产生的椭圆图像。图中, 大的黑色背景“+”为同心圆环的实际中心, “×”为椭圆拟合得到的外椭圆中心, “*”为椭圆拟合得到的内椭圆中心, 小的红色“+”为计算得到的校正之后的中心。通过图像可以看到,

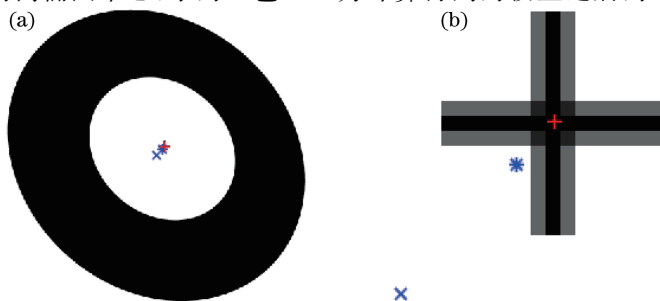


图 3 仿真校正效果图。(a) 仿真图; (b) 中心校正结果

Fig. 3 Simulation correction effect. (a) Simulation diagram; (b) center correction result

采用本研究所述的方法,所求得的圆心投影点与设定的“+”重合度很高,而单纯采用椭圆拟合法所求得的拟合圆心却有着很大的偏差。

下面从圆环半径比变化、圆环半径比不变及圆环的旋转角度三个方面来校正圆心偏差,使用计算的投影点与真实圆心投影点的欧式距离作为偏心误差。

3.1 圆环半径比变化时,投影点位置的修正补偿效果

设定同心圆环内圆的半径 r_2 为 20 pixel,外圆半径 r_1 的变化范围是 30~200 pixel,步长为 10 pixel;则圆环半径比的变化范围为 1.5~10。按照上述参数及方法求解圆心投影点,实验结果如图 4 所示,其中图 4(a)为校正前后离心偏差的对比结果,图 4(b)为校正后的结果。

从图 4 可以看出,本算法的定位精度要高于直接椭圆拟合法。椭圆拟合法的定位偏差随着外圆半径的增加而显著增加;本算法定位精度随着外圆半径的增加而缓慢增加,且能够始终保持很高的精度,无论是内外圆半径接近,或是内外圆半径相差 10 倍,本算法的定位误差均可优于 0.05 pixel。

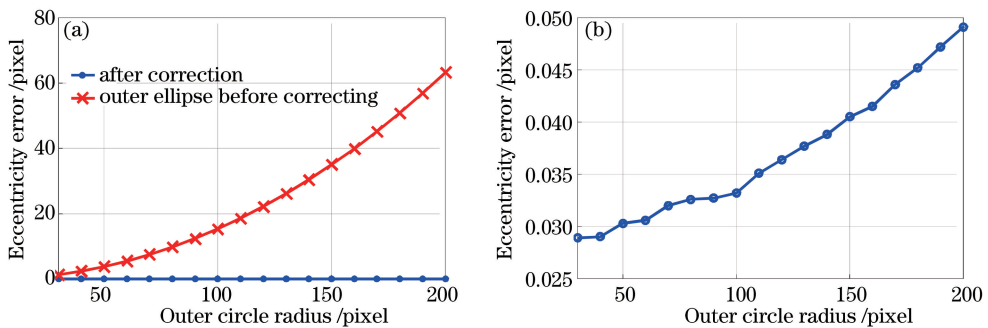


图 4 圆环半径比变化时的离心偏差校正结果。(a)离心偏差对比图;(b)校正后的结果

Fig. 4 Correction results of the eccentricity error when the ratio of circle radius is changed.

(a) Comparison of the eccentricity errors; (b) corrected results

3.2 圆环半径比一定时,投影点位置的修正补偿效果

设定同心圆环的半径的比为 $r_1/r_2=2$,其中 r_1 为外圆的半径, r_2 为内圆的半径。设定空间物体平面上内圆的半径变化范围为 10~65 pixel,步长为 5 pixel,则对应的外圆半径的变化范围是 20~130 pixel。按照上述参数及方法求解圆心投影点。实验结果如图 5 所示,其中图 5(a)图为校正前后离心偏差的对比结果,图 5(b)为校正后的结果。

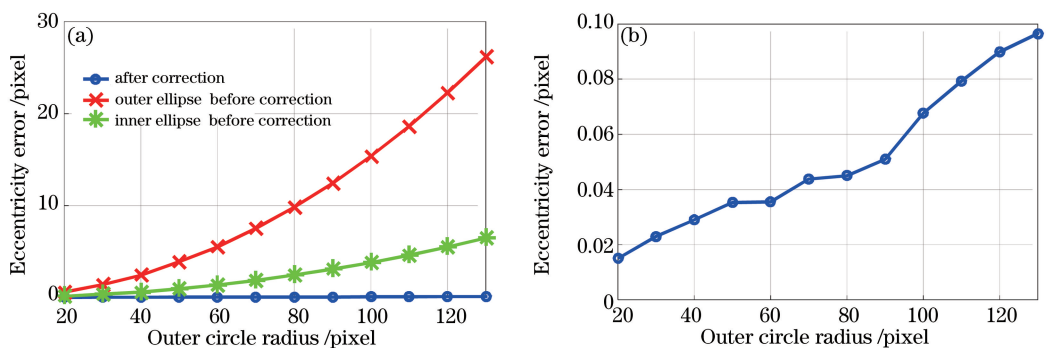


图 5 圆环半径比一定时的离心偏差校正结果。(a)离心偏差对比图;(b)校正后的结果

Fig. 5 Correction results of the eccentricity error when the ratio of circle radius is constant.

(a) Comparison of the eccentricity errors; (b) corrected results

从图 5 可以看出,本算法的定位精度要远高于直接椭圆拟合法,当圆环半径比一定时,椭圆拟合法的定位精度随着圆半径的增加而急剧增加;本算法定位精度随着圆半径的增加而缓慢增加,其定位误差均可优于 0.1 pixel。

3.3 旋转角度变化时,投影点位置的修正补偿效果

设定同心圆环的内外圆半径分别为 $r_2=16$ pixel, $r_1=32$ pixel,变化摄像机绕 y 轴旋转角,变化范围为

0~1.4 rad,按照上述参数及方法求解圆心投影点。图 6(a)为校正前后离心偏差的对比结果,图 6(b)为校正后的结果。

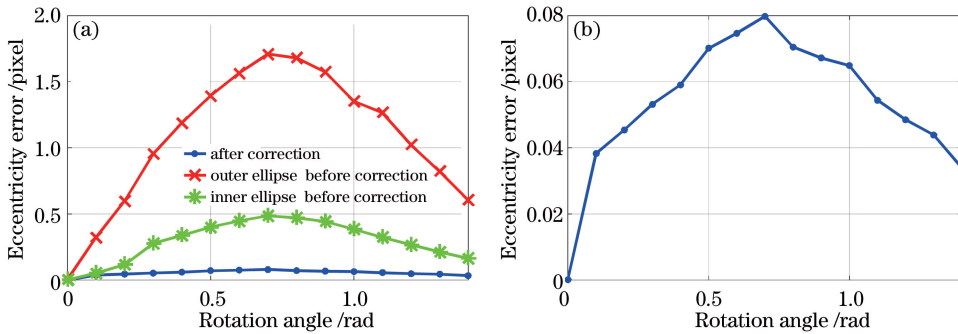


图 6 旋转角度变化时的离心偏差校正结果。(a)离心偏差对比图;(b)校正后的结果

Fig. 6 Correction results of the eccentricity error when the rotation angle is changed.

(a) Comparison of the eccentricity errors; (b) corrected results

从图 6 可以看出,本算法的定位精度要优于直接椭圆拟合法方法,椭圆拟合法的定位精度受旋转角度的影响较大,本方法具有较好的稳定性,能够始终保持很高的精度,定位误差始终优于 0.08 pixel。

4 圆心偏差校正效果的实物实验验证

以分辨率为 1440 pixel×900 pixel,单个像素大小为 0.2835 mm 的显示器作为物平面,显示用电脑软件生成的同心圆环。圆心位置加标识点亮“+”号,并使用分辨率为 2448 pixel×2050 pixel 的 CCD 摄像机和焦距为 8 mm 的 computer 镜头,对实际同心圆环进行拍摄,由于实验室条件及相机景深的限制,显示器与摄像机光心的距离定为 400 mm,实验装置如图 7 所示。其中可变参数为内外圆半径比、显示器的朝向,对圆环分别作上述圆心的提取,分析不同参数下,本研究所提校正方法的误差。由文献[7]可知,相机畸变对本方法没有影响,因此这里不考虑畸变。

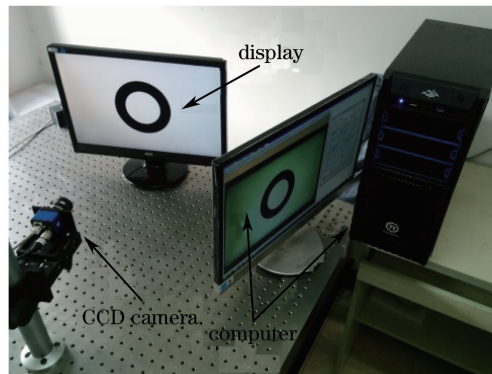


图 7 实验装置图

Fig. 7 Experiment setup

4.1 圆环半径比变化时,投影点位置的校正效果

设定内圆的半径 r_2 为 20 pixel,外圆半径 r_1 的变化范围是 30~100 pixel,步长为 10 pixel,则圆环半径比的变化范围为 1.5~5,显示器偏转角度约为 30° 。按照实际参数及补偿方法求解圆心投影点,实验结果如图 8 所示,其中图 8(a)为校正前后圆心偏差的对比结果,图 8(b)为校正后的结果。

从图 8 可以看出,本算法的定位精度要高于直接椭圆拟合法,本算法的定位误差均可优于 0.2 pixel。

4.2 圆环半径比一定时,投影点位置的校正效果

设定显示器上同心圆环半径比为: $r_1/r_2=2$,其中 r_1 为大圆的半径, r_2 为小圆的半径。小圆的半径变化范围为 5~50 pixel,步长为 5 pixel,则对应的大圆半径的变化范围是 10~100 pixel,显示器偏转角度约为 30° 。按照实际参数及补偿方法求解圆心投影点,实验结果如图 9 所示,其中图 9(a)为校正前后圆心偏差的

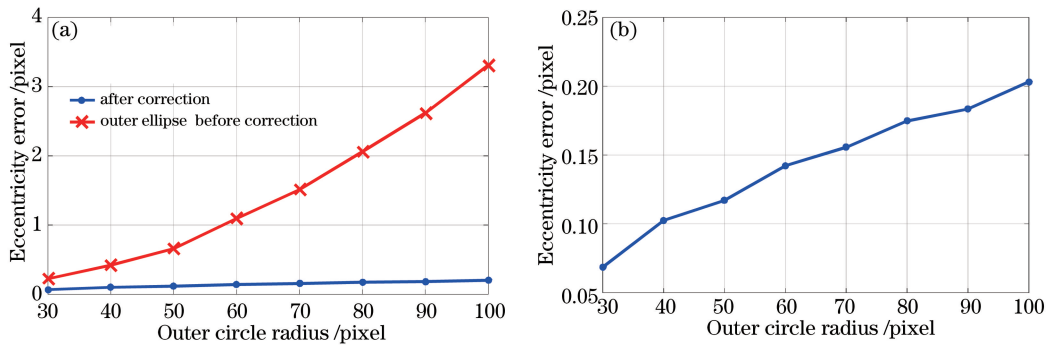


图 8 圆环半径比变化时的离心偏差校正结果。(a) 离心偏差对比图;(b)校正后的结果

Fig. 8 Correction results of the eccentricity error when the ratio of circle radius is changed.

(a) Comparison of the eccentricity errors; (b) corrected results

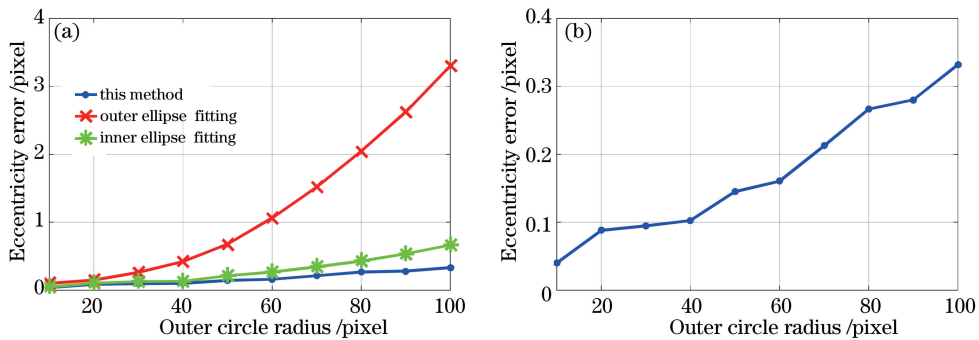


图 9 圆环半径比一定时的离心偏差校正结果。(a) 离心偏差对比图;(b)校正后的结果

Fig. 9 Correction results of the eccentricity error when the ratio of circle radius is constant.

(a) Comparison of the eccentricity errors; (b) corrected results

对比结果,图 9(b)为校正后的结果。

从图 9 可以看出,本算法的定位精度要远高于直接椭圆拟合法,在外圆半径在 100 pixel 以内时,圆心定位误差可优于 0.4 pixel。

4.3 显示器的朝向对投影点位置的校正效果

设定同心圆环的内外圆半径分别为 $r_2 = 40$ pixel, $r_1 = 60$ pixel,使显示器中心绕 y 轴旋转,角度变化范围为 $0^\circ \sim 80^\circ$,按照实际参数及补偿方法求解圆心投影点,图 10 为校正前后圆心偏差的对比结果。

从图 10 可以看出,本算法的定位精度要高于直接椭圆拟合法,本方法定位误差始终优于 0.5 pixel。

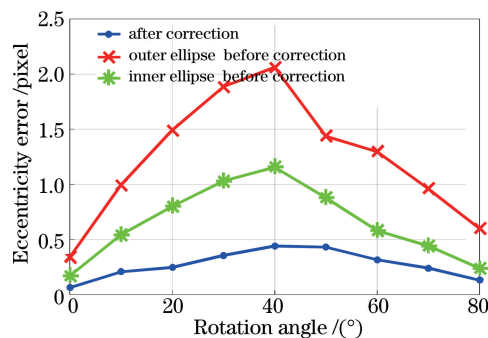


图 10 旋转角度变化时的离心偏差校正结果

Fig. 10 Correction results of the eccentricity error when the rotation angle is changed

4.4 多个圆环校正结果

为了进一步验证本方法在实际测量应用中的有效性及精度,制定如图 11 所示 5×9 的圆环标定模板,其中,圆环的内外半径分别为 20 pixel 和 40 pixel。将此模板显示在显示器上,用同一 CCD 相机拍摄不同朝向

的显示器,得到如图 12 所示的 11 幅不同视角的同心圆环图像。分别利用本研究所提中心校正方法与直接对外圆进行椭圆拟合方法提取圆心,并使用 Zhang^[15]的方法进行相机标定。得到的相机反投影误差分布对比如图 13 所示。

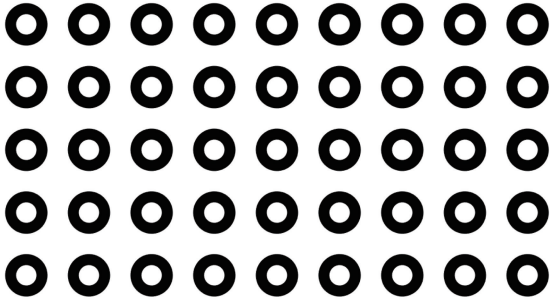


图 11 5×9 的同心圆环图像

Fig. 11 5×9 concentric circle images

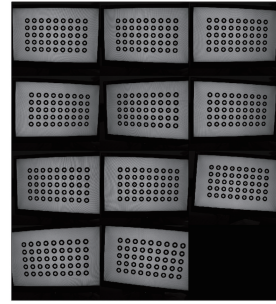


图 12 11 幅不同视角的 5×9 同心圆环图像

Fig. 12 5×9 concentric circle images from eleven perspectives

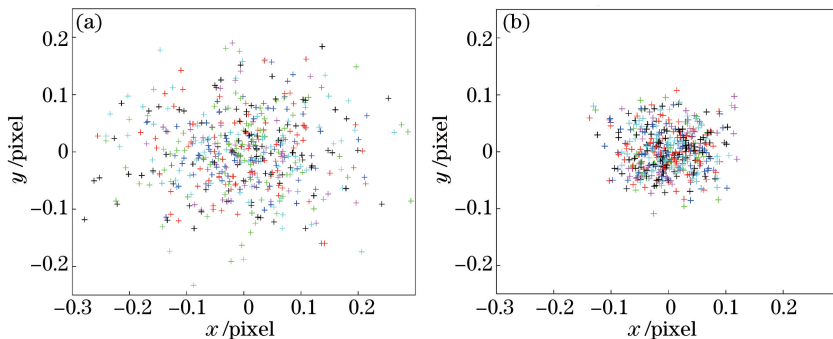


图 13 反投影误差分布对比图。(a)校正前;(b)校正后

Fig. 13 Comparison of reprojection error distribution. (a) Before correction; (b) after correction

校正前平均反投影误差为(0.09082,0.07465),校正后减小为(0.04792,0.03802),对比较正前后的结果发现反投影误差减小为原来的 50%。由此可见,本算法可以提高相机标定结果,进而提高测量精度。

5 结 论

基于同心圆环模型,利用边缘检测、椭圆拟合等原理及偏心误差校正公式实现了圆心投影点的精确定位。首先仿真实验验证了模型的正确性,然后利用显示器为物平面搭建实验系统,从圆环半径比、旋转角度方面校正圆心偏差,并给出了对应的结论。仿真实验以及实物实验表明该方法可以准确补偿透视投影变换过程中所产生的圆心偏差,从而获得图像中圆环标识圆心的真实投影点。该方法耗费时间短,且校正前后标定相机的平均反投影误差结果可减小 50%,另外采用显示器为物平面对圆环中心进行校正的方法,省去了标定板的制作过程,为圆心定位提供了一种可行的校正方法与技术手段。

本方法只需知道内外圆半径的值即可对圆心投影点进行精确定位,具有应用范围较广、通用性较强的优点。而且该方法可以推广至视觉检测和摄像机参数标定中,具有一定的理论意义与工程实际应用价值。但本算法仍然是在求取图像上椭圆方程的基础上实现的,因此对图像的提取精度有一定的依赖。进一步减小或消除对椭圆提取精度的依赖,是下一步研究的目标。

参 考 文 献

- [1] Wu Fanlu, Liu Jianjun, Ren Xin, *et al.* Deep space exploration panoramic camera calibration technique based on circular markers[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(11): 1115002.
吴凡路, 刘建军, 任 鑫, 等. 基于圆形标志点的深空探测全景相机标定方法[J]. 光学学报, 2013, 33(11): 1115002.
- [2] Zhu Weidong, Cao Lianghong, Mei Biao, *et al.* Calibration of industrial cameras using asymmetric circle center

- projection[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2014, 22(8): 2267-2273.
- 朱伟东, 曹良洪, 梅 标, 等. 利用圆心不对称投影精确标定工业相机[J]. *光学 精密工程*, 2014, 22(8): 2267-2273.
- [3] Tang Zhengzong, Liang Jin, Guo Cheng. Slant-axis digital image correlation method based on photogrammetric correction[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(11): 1112007.
- 唐正宗, 梁 晋, 郭 成. 基于摄影测量校正的斜光轴数字图像相关方法[J]. *光学学报*, 2011, 31(11): 1112007.
- [4] Li Zhanli, Liu Mei, Sun Yu. Research on calculation method for the projection of circular target center in photogrammetry[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2011, 32(10): 2235-2241.
- 李占利, 刘 梅, 孙 瑜. 摄影测量中圆形目标中心像点计算方法研究[J]. *仪器仪表学报*, 2011, 32(10): 2235-2241.
- [5] Zhang Z H, Huang S J, Meng S S. A simple, flexible and automatic 3D calibration method for a phase calculation-based fringe projection imaging system[J]. *Optics Express*, 2013, 21(10): 12218-12227.
- [6] Li Zhongwei, Shi Yusheng, Zhong Kai, *et al.* Projector calibration algorithm for the structured light measurement technique[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(11): 3061-3065.
- 李中伟, 史玉升, 钟 凯, 等. 结构光测量技术中的投影仪标定算法[J]. *光学学报*, 2009, 29(11): 3061-3065.
- [7] Heikkil A J, Silven O. A four-step camera calibration procedure with implicit image correction[C]. San Juan: IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 1997: 1106-1112.
- [8] Ahn S J, Warnecke H J, Kotowski R. Systematic geometric image measurement errors of circular object targets: mathematical formulation and correction[J]. *Photogrammetric Record*, 1999, 16(93): 485-502.
- [9] He D, Liu X, Peng X. Eccentricity error identification and compensation for high-accuracy 3D optical measurement[J]. *Measurement Science & Technology*, 2013, 24(7): 660-664.
- [10] Jiang G, Quan L. Detection of concentric circles for camera calibration[C]. Tenth IEEE International Conference on Computer Vision, 2005, 1(1): 333-340.
- [11] Xing Dekui, Da Feipeng, Zhang Hu. Research and application of locating of circular target with high accuracy[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2009, 30(12): 2593-2598.
- 邢德奎, 达飞鹏, 张 虎. 圆形目标精密定位方法的研究与应用[J]. *仪器仪表学报*, 2009, 30(12): 2593-2598.
- [12] Chen Xinyu, Ma Zi, Hu Ying, *et al.* A new method for accurate location of concentric circles in visual measurement [J]. *Journal of Optoelectronics • Laser*, 2013, 24(8): 1524-1528.
- 陈新禹, 马 孜, 胡 英, 等. 视觉测量中圆形标记点的高精度定位[J]. *光电子 • 激光*, 2013, 24(8): 1524-1528.
- [13] Chen Tianfei, Zhao Jibin, Wang Yinling, *et al.* Calculation for imaging center of circular array targetbased projective transform[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2015, 36(4): 895-902.
- 陈天飞, 赵吉宾, 王银灵, 等. 基于射影变换圆阵靶标中心像点的计算[J]. *仪器仪表学报*, 2015, 36(4): 895-902.
- [14] Wei Zhenzhong, Zhang Guangjun. Adistortion error model of the perspective projection of ellipse center and its simulation[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2003, 24(2): 160-164.
- 魏振忠, 张广军. 透视投影变换中椭圆中心畸变误差模型及其仿真研究[J]. *仪器仪表学报*, 2003, 24(2): 160-164.
- [15] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.