

# 局部高密度残差点包裹相位的解包方法

郭媛, 杨震\*, 吴全

齐齐哈尔大学计算机与控制工程学院, 黑龙江 齐齐哈尔 161006

**摘要** 为了解决在用(0-1)掩膜和最小二乘迭代法处理局部高密度残差点包裹相位解包时,由于真实相位丢失、误差传递和过度平滑作用引起的相位解包精度低的问题,提出一种新的解包方法。采用 $(2k+1) \times (2k+1)$ 维亚像素离散高斯卷积核对高密度残差点区域进行掩膜处理,有效保留该区域真实相位信息。再利用调节度-最大相位梯度质量图定义四向最小二乘迭代法的权值,改善最小二乘迭代法的过度平滑作用,抑制误差在残差点区域的传递,有效提高该区域解包的精确性。实验结果表明,该方法能很好地解决局部存在高密度残差点的解包裹问题,快速有效地还原高密度残差点区域的原始相位。与传统最小二乘迭代法相比,在相同的迭代次数下,该方法高密度残差点区域的平均误差仅为最小二乘迭代法的10%,更适合于高密度残差点较为集中的包裹相位精确解包。

**关键词** 测量; 相位解包; 高密度残差点; 高斯卷积核; 质量图; 四向最小二乘法

**中图分类号** O436.1 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP54.041202

## Unwrapping Method for Local High Density Residual Point Wrapped Phase

Guo Yuan, Yang Zhen, Wu Quan

College of Computer and Control Engineering, Qiqihar University, Qiqihar, Heilongjiang 161006, China

**Abstract** In order to solve the problems of phase unwrapping low precision induced by real phase loss, error transmission, and excessive smoothing while we use (0-1) mask and least square iterative method to deal with phase unwrapping of local high density residual point wrapped phase, a new phase unwrapping method is presented. By using  $(2k+1) \times (2k+1)$  sub pixel discrete Gaussian convolution kernel to mask the high density residual point region, the true phase information of the region is effectively preserved. The weight of the four directions least square iterative method is set by adjusting degree-maximum phase gradient deviation. Therefore, the over-smoothing of the least square iterative method is improved and the error propagation in the mask area is restrained. The accuracy of the phase unwrapping of the high density residual point area is effectively improved. The experimental results show that this method can solve the phase unwrapping problem of high density residual point in the local region effectively and the original phase of high density residual point can be restored quickly and effectively. Compared with the traditional least square iterative method, the average error of the high residual point region of the proposed method is only 10% comparing to least square iterative method under the same iteration times. This method is more suitable for accurate phase unwrapping of high density residual point region.

**Key words** measurement; phase unwrapping; high density residual point; Gaussian convolution kernel; quality map; four directions least square method

**OCIS codes** 120.4630; 100.3010; 100.2650

**收稿日期:** 2016-11-02; **收到修改稿日期:** 2016-12-08

**基金项目:** 国家自然科学基金(61100103)、黑龙江省自然科学基金(F201219)、黑龙江省教育厅科研面上支持项目(12521600)、齐齐哈尔大学青年重点基金(2011K-02)、教育部留学回国人员科研启动基金、齐齐哈尔大学2015年研究生创新科研项目(YJSCX2015-034X)

**作者简介:** 郭媛(1974—),女,博士,教授,硕士生导师,主要从事光学信息处理、光学检测与传感器技术等方面的研究。  
E-mail: guoyuan171@126.com

\* **通信联系人.** E-mail: qqwx2001@126.com

# 1 引言

由于阴影、条纹断裂、局部镜面反射、采样不足以及外来噪声等因素的影响,相位图像中会出现大块残差点密集区域,这种情况的解包裹一直是个难题<sup>[1-13]</sup>。目前解决残差点问题的方法大致可分3种:一种是在解包裹过程中避开数据中的残差点,在完成解包裹后进行平滑处理<sup>[1-2]</sup>。如 Huntley J M 等<sup>[1]</sup>提出的“噪声免疫相位解包裹法”,该方法虽能限制误差的传播,却容易造成高密度残差点区域被隔离形成斑块,而无法解包裹。另一种是先对包裹相位图进行滤波,然后再解包裹<sup>[3-4]</sup>。如 Qian K 等<sup>[3]</sup>提出的“基于加窗傅里叶变换滤波法”,该方法虽能在一定程度上解决残差点问题,但这种滤波方法时间太长。还有一种是基于最优估计的相位解缠方法<sup>[5-13]</sup>。如 Costantini M<sup>[5]</sup>提出的“基于网络规划的算法”,虽然能够有效抑制误差传递,也不需要识别残差点,但是理论复杂,计算量大,运算时间长。钱晓凡等<sup>[14]</sup>又提出了基于(0-1)掩膜和最小二乘迭代的解包裹方法,这种方法虽然对前面方法出现的问题有所改善,但是这种解包裹方法需要迭代次数多,而且由于最小二乘法本身的特点,会使掩膜区域解包裹相位出现峰削尖、谷添底、陡坡变缓的情况,更无法抑制误差在掩膜区域的传递,降低了掩膜区域解包裹结果的精确性。

本文提出基于高斯卷积核的局部高密度残差点相位解包方法,采用 $(2k+1) \times (2k+1)$ 维高斯卷积核对高密度残差点区域进行掩膜滤波处理,再利用调节度-最大相位梯度构造新的质量图,将其作为权值改进四向最小二乘迭代法,有效改善了两向最小二乘法的过度平滑作用,抑制误差在掩膜区域的传递,同时保证残差点外区域不参与迭代,避免残差点外区域误差放大。经实验验证,该方法仅需较少的迭代次数,就可以精确地还原高密度残差点区域的包裹相位。

## 2 高斯卷积核掩膜原理

### 2.1 高斯核函数

高斯核函数在图像处理的降噪、平滑滤波中被广泛应用<sup>[15]</sup>,是一种有效的图像处理工具,它的一般表达式为

$$G(x) = A \exp\left[-\frac{(x - \mu)^2}{\sigma^2}\right], \quad (1)$$

式中  $A$  为常数,  $\mu$  为服从正态分布的随机变量的均值,参数  $\sigma$  为高斯分布标准差,决定图像的平滑程度,  $\sigma$  越大,高斯滤波器的频带就越宽,平滑程度就越好。通过调节平滑程度参数  $\sigma$ ,可以补偿图像中噪声和细纹理引起的灰度突变。

### 2.2 高斯卷积核掩膜滤波

包裹相位图的相位灰度曲线峰值点即为真实相位<sup>[16]</sup>,如图1所示。由于近似相位抛物线的极大值点与实际灰度曲线的极大值点相同,并且两曲线的宽度相等,近似相位抛物线能够反映实际相位灰度曲线的特征。

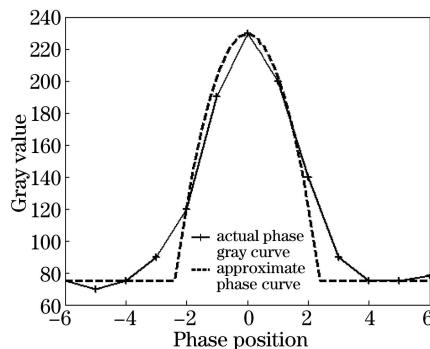


图1 实际相位灰度曲线与近似相位曲线对比图

Fig. 1 Comparison of actual phase gray curve and approximate phase curve

近似相位抛物线的一般表达式为

$$\psi(x) = \begin{cases} \alpha \left[ 1 - \left( \frac{x}{\omega} \right)^2 \right], & |x| < \omega, \\ 0, & |x| > \omega \end{cases}, \quad (2)$$

式中  $\omega$  表示近似相位灰度曲线的宽度,  $\alpha$  表示近似相位灰度曲线的极大值。

由(2)式可知,通过近似相位灰度曲线抛物线对称轴的位置可得到真实相位的位置。即计算出曲线  $\psi(x)$  一阶导数的零值点或二阶导数的极小值点。该方法在残差点少、对比度高的情况下检测真实相位能产生较好效果,但当含高密度残差点、对比度较低的包裹相位图时,误差较大。因此,利用高斯核函数与图像卷积可去除高密度残差点,增加真实相位对比度,提高解包的精确性。高斯核函数与灰度曲线作高斯卷积核运算为

$$I(x, \sigma, \omega, a) = G_\sigma(x) \otimes \psi(x), \quad (3)$$

式中

$$G_\sigma(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right). \quad (4)$$

通过判断  $I'(x, \sigma, \omega, a)$  零值点处  $I''(x, \sigma, \omega, a)$  的大小可检测真实相位。

$$I'(x, \sigma, \omega, a) = G'_\sigma(x) \otimes \psi(x), \quad (5)$$

$$I''(x, \sigma, \omega, a) = G''_\sigma(x) \otimes \psi(x), \quad (6)$$

式中

$$G'_\sigma(x) = -\frac{x}{\sqrt{2\pi}\sigma^3} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad (7)$$

$$G''_\sigma(x) = -\frac{x^2 - \sigma^2}{\sqrt{2\pi}\sigma^5} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right). \quad (8)$$

高斯核函数是连续函数,而数字散斑包裹相位图是不连续的,故将连续的高斯核函数转化为离散的高斯卷积核。图像在  $x=n$  处的像素点,其灰度变化可以看作曲线  $z(x)=z_n$ , 定义域为  $(n, n+1)$ , 离散高斯卷积核公式为

$$G_{n,\sigma}(x) = \varphi_\sigma(n) - \varphi_\sigma(n+1), \quad (9)$$

$$G'_{n,\sigma}(x) = G_\sigma(n) - G_\sigma(n+1), \quad (10)$$

$$G''_{n,\sigma}(x) = G'_\sigma(n) - G'_\sigma(n+1), \quad (11)$$

式中  $n$  为整数,  $\varphi_\sigma(x) = \int_{-\infty}^x G_\sigma(x) dx$ 。为了提高解包的精确性,需要计算亚像素高斯卷积核表达式。将一个像素插值为  $(2n+1) \times (2n+1)$  的亚像素区域,亚像素点的灰度曲线满足  $z(x)=z_n$ , 定义域为  $[n - (1/2m), n + (1/2m)]$ 。  $(2n+1) \times (2n+1)$  的亚像素离散高斯卷积核公式为

$$G_{n,\sigma}(x) = \varphi_\sigma\left(n - \frac{1}{2m}\right) - \varphi_\sigma\left(n + \frac{1}{2m}\right), \quad (12)$$

$$G'_{n,\sigma}(x) = G_\sigma\left(n - \frac{1}{2m}\right) - G_\sigma\left(n + \frac{1}{2m}\right), \quad (13)$$

$$G''_{n,\sigma}(x) = G'_\sigma\left(n - \frac{1}{2m}\right) - G'_\sigma\left(n + \frac{1}{2m}\right), \quad (14)$$

式中  $m$  为整数。

由于判断一阶导数零值点与二阶导数极值点的真实相位解包的精确度取决于图像插值精度,为此采用泰勒多项式代替灰度曲线表达式的方法来进一步提高真实相位解包的精确度。泰勒多项式的表达式为

$$p(x) = I + I'x + \frac{I''x^2}{2}, \quad (15)$$

式中  $I, I', I''$  表示在图像上  $x=n$  点处,高斯卷积核  $G, G', G''$  分别与灰度曲线卷积的值。利用灰度曲线检测的判别式  $p'(x)=0$  求得

$$x = -\frac{I'}{I''}. \quad (16)$$

(16)式即为滤波后所保留的真实相位点判别表达式。

为了对含有高密度残差点的包裹相位进行解包裹,首先采用 $3 \times 3$ 维亚像素离散高斯卷积核作为模板对高密度残差点区域进行掩膜滤波处理,相比较与用(0-1)掩膜方法的直接完全覆盖清零,该方法有效保留了原包裹相位图的真实相位信息。

### 3 基于调节度-最大相位梯度质量图加权的四向最小二乘相位解包裹原理

#### 3.1 四向最小二乘相位解包裹算法

最小二乘法相位解包相位的主要原理是基于水平方向和垂直方向的解包相位的梯度与包裹相位的梯度差的平方最小。由于残差点的影响,在解包过程中会穿过相位不一致区域而不是绕过它们进行解包,从而导致误差的传递,还存在平滑真实相位的缺点,使解包相位出现峰削尖,陡坡变缓的趋势。为了解决误差传递和补偿平滑作用,在文献[17]中提出四向最小二乘法进行相位解包,即在两向最小二乘法的基础上加上 $p, q$ 两个方向,如图2所示。

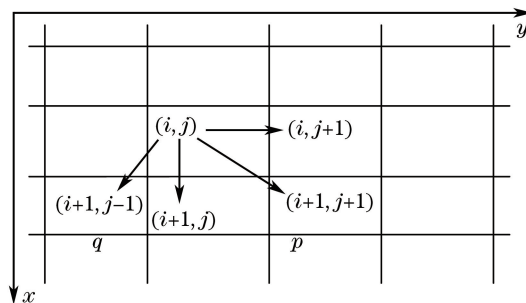


图2 干涉图在 $x, y, p, q$ 4个方向的相位差分

Fig. 2 Phase difference in four directions of  $x, y, p$  and  $q$  of interferogram

四向最小二乘的思想,是让各方向上解包裹相位的一阶差分 and 包裹相位一阶差分的差值绝对值最小:

$$\min(J) = \min\left(\sum_{i=0}^{M-2} \sum_{j=0}^{N-1} |\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j} - \Delta_{i,j}^x|^2 + \sum_{i=0}^{M-2} \sum_{j=0}^{N-1} |\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j} - \Delta_{i,j}^y|^2 + \sum_{i=0}^{M-2} \sum_{j=0}^{N-1} |\phi_{i+1,j+1} - \phi_{i,j} - \Delta_{i,j}^p|^2 + \sum_{i=0}^{M-2} \sum_{j=0}^{N-1} |\phi_{i+1,j-1} - \phi_{i,j} - \Delta_{i,j}^q|^2\right). \quad (17)$$

此问题为求最小值问题,对上式求离散偏导,并令偏导数为0,推导出 $\phi_{i,j}$ 在四向最小二乘意义下的求解公式

$$\rho_{i,j} = (\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}) + (\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}) + (\phi_{i+1,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}) + (\phi_{i+1,j-1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j+1}), \quad (18)$$

式中

$$\rho_{i,j} = \Delta_{i,j}^x - \Delta_{i-1,j}^x + \Delta_{i,j}^y - \Delta_{i,j-1}^y + \Delta_{i,j}^p - \Delta_{i-1,j-1}^p + \Delta_{i,j}^q - \Delta_{i-1,j-1}^q. \quad (19)$$

#### 3.2 基于调节度-最大相位梯度作为权值的改进四向最小二乘算法

两束干涉光叠加形成的合成光强分布为

$$I_i(x, y) = I_0(x, y) + \{1 + k \cos[\phi(x, y) + \Delta\phi_i]\}, \quad (20)$$

式中 $I_i$ 为第 $i$ 步移相时合成光强, $i=1, 2, \dots, N$ , $I_0$ 为背景光强, $k$ 为调节度, $\phi(x, y)$ 为两干涉光初始相位差, $\Delta\phi_i$ 为相移量。

针对三步( $\alpha_0=0, \alpha_1=2\pi/3, \alpha_2=4\pi/3$ ), 四步( $\alpha_0=0, \alpha_1=\pi/2, \alpha_2=\pi, \alpha_3=3\pi/2$ ), 五步( $\alpha_0=-\pi, \alpha_1=-\pi/2, \alpha_2=0, \alpha_3=\pi/2, \alpha_4=\pi$ )相移法,推导出调节度 $k$ 分别为

$$k_3 = \frac{\sqrt{3(I_1 - I_3)^2 + (I_1 - 2I_2 + I_3)^2}}{I_1 + I_2 + I_3}, \quad (21)$$

$$k_4 = \frac{2\sqrt{(I_1 - I_3)^2 + (I_4 - I_2)^2}}{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}, \quad (22)$$

$$k_5 = \frac{3\sqrt{(I_1 + I_5 - 2I_3)^2 + 4(I_2 - I_4)^2}}{2(I_1 + I_2 + 2I_3 + I_4 + I_5)}. \quad (23)$$

可见,调节度  $k$  是调节控制包裹相位图每个像素数据质量好坏的一个重要参考量,调节度  $k$  的大小反映相位数据的好坏,而相邻像素调节度的不同能反映出相位数据质量的差异,也即调节度  $k$  能反映相位梯度的分布。因此,在有残差点的区域,调节度梯度也相应大。调节度梯度定义为

$$\Delta k_{i,j}^x = k_{i+1,j} - k_{i,j}, \quad (24)$$

$$\Delta k_{i,j}^y = k_{i,j+1} - k_{i,j}, \quad (25)$$

$$\Delta k_{i,j}^p = k_{i+1,j+1} - k_{i,j}, \quad (26)$$

$$\Delta k_{i,j}^q = k_{i+1,j-1} - k_{i,j}, \quad (27)$$

式中  $\Delta k_{i,j}^x, \Delta k_{i,j}^y, \Delta k_{i,j}^p, \Delta k_{i,j}^q$  为沿  $x, y, p, q$  4 个方向上的调节度梯度,根据统计分布规律,定义调节度梯度偏差  $\delta k_{ij}$  为

$$\delta k_{ij} = \frac{\gamma_{ij}^x + \gamma_{ij}^y + \gamma_{ij}^p + \gamma_{ij}^q}{k^2}, \quad (28)$$

式中

$$\gamma_{ij}^x = \sqrt{\sum_{i=m-k/2}^{m+k/2} \sum_{j=n-k/2}^{n+k/2} (\Delta k_{i,j}^x - \bar{\Delta k}_{m,n}^x)^2}, \quad (29)$$

$$\gamma_{ij}^y = \sqrt{\sum_{i=m-k/2}^{m+k/2} \sum_{j=n-k/2}^{n+k/2} (\Delta k_{i,j}^y - \bar{\Delta k}_{m,n}^y)^2}, \quad (30)$$

$$\gamma_{ij}^p = \sqrt{\sum_{i=m-k/2}^{m+k/2} \sum_{j=n-k/2}^{n+k/2} (\Delta k_{i,j}^p - \bar{\Delta k}_{m,n}^p)^2}, \quad (31)$$

$$\gamma_{ij}^q = \sqrt{\sum_{i=m-k/2}^{m+k/2} \sum_{j=n-k/2}^{n+k/2} (\Delta k_{i,j}^q - \bar{\Delta k}_{m,n}^q)^2}, \quad (32)$$

式中  $\bar{\Delta k}_{m,n}^x, \bar{\Delta k}_{m,n}^y, \bar{\Delta k}_{m,n}^p$  和  $\bar{\Delta k}_{m,n}^q$  是以点  $(m, n)$  为中心的  $k \times k$  窗口内调节度梯度的均值。

根据(28)式结合最大相位梯度质量图,定义新的相位质量图为调节度-最大相位梯度质量图

$$q_{m,n} = \delta k_{ij} \times q'_{m,n}, \quad (33)$$

式中

$$q'_{m,n} = \max [\max (|\Delta_{i,j}^x|)_{(k \times k)}, \max (|\Delta_{i,j}^y|)_{(k \times k)}, \max (|\Delta_{i,j}^p|)_{(k \times k)}, \max (|\Delta_{i,j}^q|)_{(k \times k)}]. \quad (34)$$

上述质量图中  $\delta k_{ij}$  是由原干涉图直接得到,所以具有更高的可靠度。而  $q'_{m,n}$  质量图能够识别出的残差点相对较多。

因此,权重采用调节度-最大相位梯度质量值进行加权修正的四向最小二乘法,(17)式整理化简为

$$\rho'_{i,j} = (1 + \delta k_{ij} \times q'_{m,n}) \rho_{i,j}. \quad (35)$$

对(35)式采用离散余弦变换(DCT)求解,就可以得到解包裹后的真实相位。

## 4 实验与讨论

用(0-1)掩膜和最小二乘迭代的方法处理局部含有高密度残差点的解包裹问题,因为存在误差传播和平滑作用的问题,掩膜区域会出现一定的误差,影响解包裹的精确性。采用新方法,得到了解决该问题的优化结果。用 Matlab 软件中 2 倍寻找峰值函数(512 pixel  $\times$  512 pixel),高密度残差点区域为(第 100~180 行、第 300~350 列),实验结果如图 3 所示。

由图 3(c)可以明显看出,经过 3 次迭代,最小二乘迭代法因为无法抑制误差传播和存在过度平滑作用,导致高密度残差点区域的解包裹结果误差很大,说明最小二乘迭代法不能精确地解决局部存在高密度残差点的解包裹问题。对比图 3(c)和图 3(d)可以看出,经过 3 次迭代,提出的方法在高密度残差点区域的解包裹效果上要远远好于最小二乘迭代法。再对比图 3(e)和图 3(f)可以看出,提出的方法极大地降低了高密度残差点区域的相位解包裹误差。说明采用的亚像素离散高斯卷积核掩膜是在保留一部分真实相位信息的条

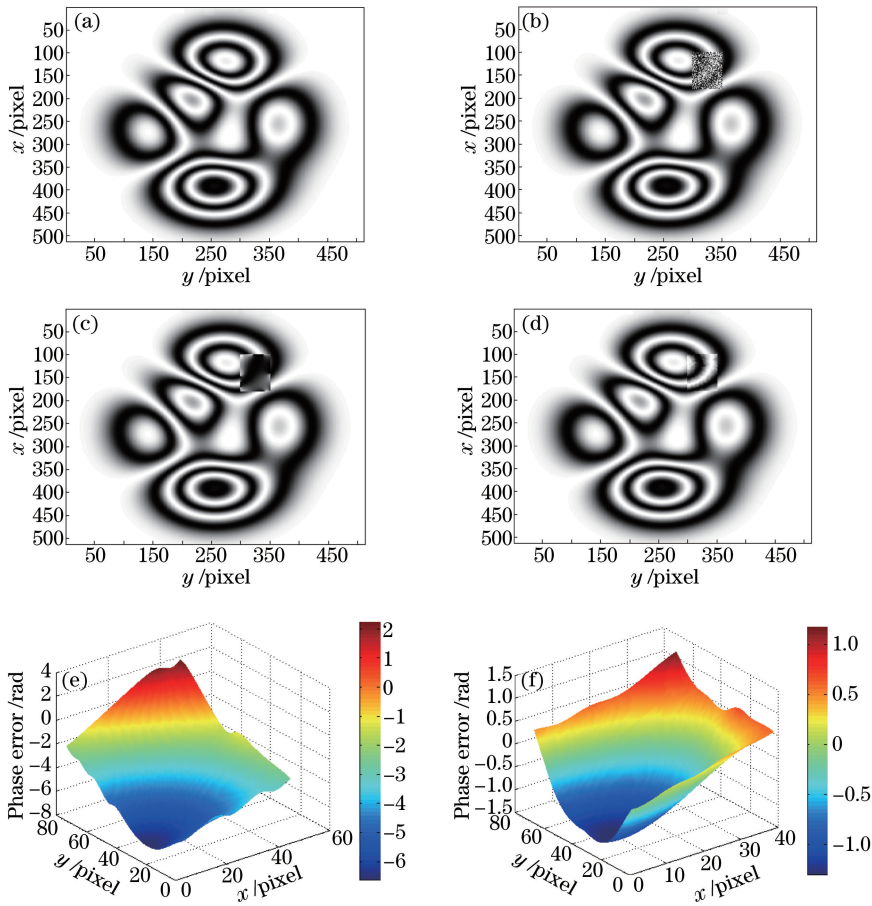


图3 3次迭代后相位解包效果比较。(a)原始条纹图;(b)存在高密度残差点的原始条纹图;(c)(0-1)掩膜后最小二乘法3次迭代的条纹图;(d)新方法3次迭代后的条纹图;(e)(0-1)掩膜后最小二乘法3次迭代后的相位误差;(f)新方法3次迭代后的相位误差

Fig. 3 Comparison of effect of phase unwrapping after three iterations. (a) Original fringe pattern image;

(b) original fringe pattern image with high density residual point; (c) fringe pattern image after 3 iterations of least square method by (0-1) mask treatment; (d) fringe pattern image after 3 iterations of new method; (e) phase error of 3 iterations of least square method by (0-1) mask treatment; (f) phase error of 3 iterations of new method

件下滤除高密度残差点,而不是完全覆盖清零,使得该方法能够保证在较高精确性的前提下,较好地解决局部高密度残差点的解包裹问题。提出的基于调节度—最大相位梯度加权是通过调节度  $k$  来判断相位数据好坏,并结合最大相位梯度质量图,能够有效识别残差点,可有效抑制误差传播。四向最小二乘迭代法因为添加了两个对角线方向上的相位梯度信息,又进一步提高了解包裹精度。再对比图 3(a)和图 3(d),可以看出提出的方法在 3 次迭代后就取得了比较理想的解包裹效果。

3 次迭代后高密度残差点区域误差比较如表 1 所示。从表中可以看出,新方法在高密度残差点区域的最小误差、最大误差和平均误差均比最小二乘迭代法小。其中最小误差不到最小二乘迭代法的 5%,最大误差也不到最小二乘迭代法的 17%,平均误差仅为最小二乘迭代法的 10%。从而验证了该方法相比较与最小二乘迭代法的精确性和可靠性。

表 1 3 次迭代后高密度残差点区域误差比较

Table 1 Comparison of error of high density residual point area after 3 iterations

Method	Minimum error (abs) /rad	Maximum error (abs) /rad	Mean error (abs) /rad
Least square method	$3.4 \times 10^{-3}$	6.7246	5.7576
New method	$0.0162 \times 10^{-3}$	1.1315	0.5216

为了验证新方法在工程实践中的可行性和有效性,选取增加一倍条纹密度的 4 倍寻找峰值 (512 pixel  $\times$  512 pixel) 函数做进一步仿真实验,高密度残差点区域同上,实验结果如图 4 所示。

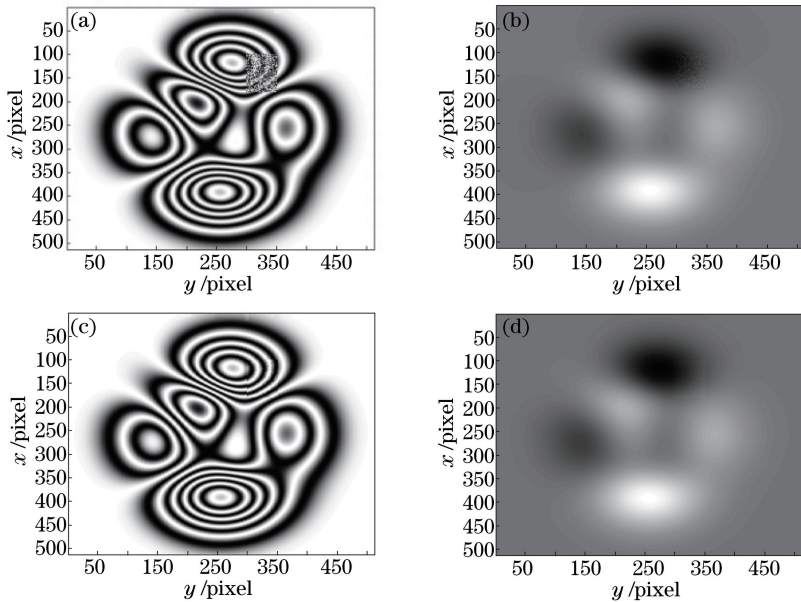


图4 新方法6次迭代后的仿真图。(a)存在高密度残差点原始条纹图;(b)存在高密度残差点原始相位图;  
(c)新方法6次迭代后的条纹图;(d)新方法6次迭代后的解包裹图

Fig. 4 Simulation image after 6 iterations of new method. (a) Original fringe pattern image with high density residual point; (b) original phase image with high density residual point; (c) fringe pattern image after 6 iterations of new method; (d) unwrapped phase image after 6 iterations of new method

由图4(c)、图4(d)可以看出,经过6次迭代,提出的方法在高密度残差点区域取得了比较理想的解包裹效果。再对比图4(a)和图4(c)、图4(b)和图4(d)可以分析得出,尽管条纹密度增加一倍,提出的方法仍能在6次迭代后,较好地完成解包裹任务,从而验证了该方法在工程实践中的可行性和有效性。

为进一步验证新方法的精确性,选取高密度残差点区域数据(第140行,第300~350列),与原相位曲线进行拟合曲线的比较,仿真实验结果如图5所示。

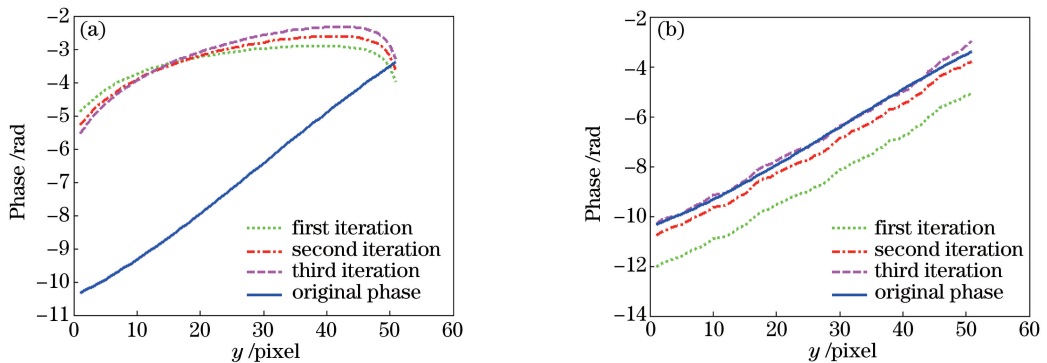


图5 拟合曲线。(a) 2倍寻找峰值函数最小二乘法3次迭代;(b) 2倍寻找峰值函数新方法3次迭代

Fig. 5 Fitting curves. (a) 3 iterations of least square method of 2 times peaks function; (b) 3 iterations of new method of 2 times peaks function

对比图5(a)和图5(b)可以看出,对于2倍寻找峰值函数,3次迭代后,最小二乘迭代法的拟合曲线误差比较大,高密度残差点区域的拟合曲线出现较大的整体偏差,而新方法的拟合曲线效果要远远好于最小二乘迭代法,高密度残差点区域的拟合曲线已经基本完全拟合。

## 5 结 论

针对局部存在高密度残差点的解包问题,采用离散的高斯卷积核描述连续高斯核函数,用泰勒多项式描述灰度曲线表达式,建立真实相位检测的判别表达式,并用 $(2k+1) \times (2k+1)$ 维亚像素离散高斯卷积核对

高密度残差点区域进行掩膜滤波处理,有效抑制或消除相位图中高密度残差点。同时,从原始干涉图出发来推导出调节度  $k$ ,结合最大相位梯度构造出新的质量图作为权值来改进四向最小二乘相位解包裹算法,改善最小二乘迭代法的过度平滑作用,抑制误差在残差点区域的传递,有效解决了最小二乘法的过度平滑作用,能够较好地完成高密度残差点区域的解包裹,获得比较精确的解包相位,从而很好地解决了局部相位噪声较大导致不可靠数据点较为集中很难获得较好的解缠相位这一难题。

### 参 考 文 献

- [1] Huntley J M. Noise-immune phase unwrapping algorithm[J]. *Applied Optics*, 1989, 28(16): 3268-3270.
- [2] Schajer G S, Zhang Y, Melamed S. In-plane ESPI using an achromatic interferometer with low-coherence laser source [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2015, 67: 116-121.
- [3] Qian K, Soon S H, Asundi A. A simple phase unwrapping approach based on filtering by windowed Fourier transform [J]. *Optics & Laser Technology*, 2005, 37(6): 458-462.
- [4] Lee Y, Ito Y, Tahara T, *et al.* Single-shot dual-wavelength phase unwrapping in parallel phase-shifting digital holography[J]. *Optics letters*, 2014, 39(8): 2374-2377.
- [5] Costantini M. A novel phase unwrapping method based on network programming[J]. *IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing*, 1998, 36(3): 813-821.
- [6] Guo Yuan, Wu Quan, Chen Xiaotian, *et al.* Phase retrieval method of single interference fringe pattern based on shearing interferometry[J]. *Chinese J Lasers*, 2015, 42(12): 1208003.  
郭媛, 吴全, 陈小天, 等. 基于剪切干涉的单幅干涉条纹相位恢复算法[J]. *中国激光*, 2015, 42(12): 1208003.
- [7] Guo Yuan, Mao Qi, Chen Xiaotian, *et al.* Study of a fast windowed Fourier filtering method for interference fringes [J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(4): 0612008.  
郭媛, 毛琦, 陈小天, 等. 干涉条纹快速加窗傅里叶滤波方法的研究[J]. *光学学报*, 2014, 34(4): 0612008.
- [8] Wu Jie, Zhou Hao, Wu Dan, *et al.* Study of phase unwrapping algorithm from the undersampled phase[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(5): 051003.  
吴杰, 周皓, 吴丹, 等. 欠采样条件下相位解包裹算法的研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(5): 051003.
- [9] Xu Fuchao, Xing Tingwen. Unwrapping algorithm with high noise immunity[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, 48(1): 011001.  
徐富超, 邢廷文. 抑制大噪声的解包算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2011, 48(1): 011001.
- [10] Fu Shiqiang, Liao Wenhe, Cui Haihua, *et al.* Modulation-Roberts gradient amplitude variance quality map for phase unwrapping[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(3): 727-732.  
傅世强, 廖文和, 崔海华, 等. 用于相位展开的调制度-罗伯特梯度幅值方差质量图[J]. *光学学报*, 2010, 30(3): 727-732.
- [11] Xiong Liudong, Jia Shuhai, Du Yanfen. A novel algorithm for phase retrieval from a single carrier-frequency fringe pattern[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(1): 123-126.  
熊六东, 贾书海, 杜艳芬. 单幅载频条纹图的相位恢复新算法[J]. *光学学报*, 2010, 30(1): 123-126.
- [12] Guo Yuan, Chen Xiaotian. Study of improved phase unwrapping algorithm based on least squares[J]. *Chinese J Lasers*, 2014, 41(5): 0508005.  
郭媛, 陈小天. 基于最小二乘相位解包裹改进算法的研究[J]. *中国激光*, 2014, 41(5): 0508005.
- [13] Guo Y, Chen X, Zhang T. Robust phase unwrapping algorithm based on least squares [J]. *Optics & Lasers in Engineering*, 2014, 63(4): 25-29.
- [14] Qian Xiaofan, Zhang Yong'an, Li Xinyu, *et al.* Phase unwrapping algorithm based on mask and least-squares iteration [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(2): 440-444.  
钱晓凡, 张永安, 李新宇, 等. 基于掩膜和最小二乘迭代的相位解包裹方法[J]. *光学学报*, 2010, 30(2): 440-444.
- [15] Cortes C, Mohri M, Rostamizadeh A. Algorithms for learning kernels based on centered alignment [J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2012, 13(Mar): 795-828.
- [16] Chen B, Liu H, Bao Z. Optimizing the data-dependent kernel under a unified kernel optimization framework [J]. *Pattern Recognition*, 2008, 41(6): 2107-2119.
- [17] Guo Yuan, Wu Quan, Mao Qi, *et al.* Phase retrieval method of single interference fringe pattern based on shearing interferometry[J]. *Journal of Optoelectronics • Laser*, 2015, 26(10): 1953-1959.  
郭媛, 吴全, 毛琦, 等. 基于横向剪切的四向最小二乘相位解包裹算法[J]. *光电子 • 激光*, 2015, 26(10): 1953-1959.