

# 非傍轴拉盖尔-高斯光束的轨道角动量密度特性

黎芳<sup>1</sup>, 宫瑞婷<sup>1</sup>, 刘慧<sup>2</sup>

<sup>1</sup>北京建筑大学理学院, 北京 102616;

<sup>2</sup>北京建筑大学电气与信息工程学院, 北京 102616

**摘要** 采用矢量瑞利-索末菲衍射理论推导了非傍轴近似条件下拉盖尔-高斯光束的电场解析表达式, 基于该表达式分别推导了傍轴近似和非傍轴近似条件下的轨道角动量密度解析表达式。通过数值仿真, 研究了傍轴和非傍轴近似条件下光束的轨道角动量密度分布特性, 并分析了拓扑荷、束腰半径、传输距离对轨道角动量密度分布的影响。研究表明, 非傍轴近似条件下轨道角动量密度分布与傍轴近似条件下不同, 但随着拓扑荷的增加, 其分布形状与傍轴近似条件下比较接近。傍轴近似条件下的拓扑荷、束腰半径、传输距离不会影响轨道角动量密度的分布形状, 而非傍轴近似条件下轨道角动量密度分布的形状、尺寸都会受上述参数的影响。

**关键词** 物理光学; 拉盖尔-高斯光束; 轨道角动量密度; 非傍轴近似

**中图分类号** O436      **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP54.032601

## Orbital Angular Momentum Density Characteristics of Nonparaxial Laguerre-Gaussian Beams

Li Fang<sup>1</sup>, Gong Ruiting<sup>1</sup>, Liu Hui<sup>2</sup>

<sup>1</sup> School of Science, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing 102616, China;

<sup>2</sup> School of Electrical and Information Engineering, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing 102616, China

**Abstract** The electric field analytical expression of Laguerre-Gaussian beam under nonparaxial approximation condition is derived based on the vectorial Rayleigh-Sommerfeld diffraction theory. According to this expression, analytical expressions of the orbital angular momentum density under paraxial and nonparaxial approximation conditions are deduced. Through the numerical simulation, the orbital angular momentum density distribution characteristics under paraxial and nonparaxial approximation conditions are studied, and then the effects of topological charge, waist radius and transmission distance on the orbital angular momentum density distribution are analyzed. It is shown that the orbital angular momentum density distribution under the nonparaxial approximation condition is different from that under the paraxial approximation condition, but the shape of the orbital angular momentum density distribution is close to that under the paraxial approximation with the increase of the topological charge. The result also shows that the topological charge, waist radius and transmission distance do not influence the shape of the orbital angular momentum density distribution under the paraxial approximation condition, while the shape and size of the orbital angular momentum density distribution under the nonparaxial approximation condition are affected by the parameters above.

**Key words** physical optics; Laguerre-Gaussian beams; orbital angular momentum density; nonparaxial approximation

**OCIS codes** 260.1960; 050.1940; 050.4865

## 1 引言

涡旋光束以其特有的轨道角动量特性成为近年来国际上研究的热点领域之一, 已经在光学微操纵、生物

收稿日期: 2016-10-07; 收到修改稿日期: 2016-11-08

基金项目: 北京建筑大学科学研究基金(00331616029)

作者简介: 黎芳(1984—), 女, 博士, 讲师, 主要从事涡旋光束轨道角动量特性方面的研究。E-mail: lifang@bucea.edu.cn

医学、量子信息编码、光学信息传输等领域得到了广泛的应用<sup>[1-5]</sup>。涡旋光束指的是一类光强为环状、波前结构为螺旋状的光束,更重要的是其具有确定的轨道角动量。目前针对涡旋光束的研究大多数是在傍轴近似条件下,而在非傍轴条件下的研究较少<sup>[6]</sup>。由于傍轴近似理论的不自洽性,并且在许多非傍轴场合,如高能量、高功率激光束带来的大发散角、强聚焦以及通过大数值孔径微光学元件,傍轴条件不再适用<sup>[7]</sup>,因此有必要对非傍轴的涡旋光束进行研究。

在众多涡旋光束中,拉盖尔-高斯(LG)光束是最典型也是最容易实现的一种,本研究将以 LG 光束为研究对象。以往对非傍轴 LG 光束的研究主要集中于其光强、功率、二阶矩、光束质量等特性<sup>[7]</sup>,而涡旋光束之所以受到众多研究者的青睐主要是因为其具有轨道角动量特性,因此本研究的侧重点在于其轨道角动量特性。

角动量包含轨道角动量和自旋角动量,轨道角动量来源于光场的螺旋波前结构,而自旋角动量与光波的偏振态有关,如光束为线偏振光时其自旋角动量为零<sup>[8]</sup>。本文只关注轨道角动量,因此研究对象为线偏振光束。文献[9]采用矢量角谱法推导了非傍轴 LG 光束的表达式、轨道角动量和自旋角动量密度以及总的角动量特性表达式,但是并没有分析 LG 光束的轨道角动量密度分布。本文将采用矢量瑞利-索末菲衍射积分法推导非傍轴 LG 光束的表达式,由此研究非傍轴 LG 光束的轨道角动量密度分布,并与傍轴 LG 光束进行对比。

## 2 非傍轴 LG 光束的光场表达式

在  $z=0$  处,线偏振 LG 光束的场分布为<sup>[9]</sup>

$$\mathbf{E}(r, \theta, 0) = E_x(x_0, y_0, 0)\mathbf{i} = E_0 \left( \frac{\sqrt{2}r}{w_0} \right)^s L_p^s \left[ \left( \frac{\sqrt{2}r}{w_0} \right)^2 \right] \exp \left[ - \left( \frac{r}{w_0} \right)^2 \right] \exp(-is\theta)\mathbf{i}, \quad (1)$$

式中  $s$  为拓扑荷,  $p$  为径向指数,  $w_0$  为束腰半径,  $E_0$  为系数,  $L_p^s$  为拉盖尔系数,  $\mathbf{i}$  为  $x$  方向的单位矢量,  $r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ ,  $\theta = \arctan(y_0/x_0)$ 。

由矢量瑞利-索末菲衍射积分公式可得非傍轴矢量光束的传输场分布为<sup>[7]</sup>

$$E_x(\rho, \varphi, z) = -\frac{iz}{\lambda R} \frac{\exp(-ikR)}{R} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty E_x(r, \theta, 0) \exp \left( -ik \frac{r^2 - 2\boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{r}}{2R} \right) r dr d\theta, \quad (2)$$

$$E_z(\rho, \varphi, z) = \frac{i}{\lambda R} \frac{\exp(-ikR)}{R} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty [E_x(r, \theta, 0)(x - x_0) + E_y(r, \theta, 0)(y - y_0)] \times \exp \left( -ik \frac{r^2 - 2\boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{r}}{2R} \right) r dr d\theta, \quad (3)$$

式中  $\mathbf{r}_0 = x_0\mathbf{i} + y_0\mathbf{j}$ ,  $\boldsymbol{\rho} = x_0\mathbf{i} + y_0\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{R} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  分别为  $y$ ,  $z$  方向的单位矢量,  $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  为波长,  $\varphi = \sqrt{\arctan(y/x)}$ 。

首先对  $x$  方向的电场表达式进行推导。将(1)式代入(2)式得

$$E_x(\rho, \varphi, z) = -E_0 \frac{iz}{\lambda R} \frac{\exp(-ikR)}{R} \int_0^\infty r L_p^s \left[ \left( \frac{\sqrt{2}r}{w_0} \right)^2 \right] \exp \left( -\frac{r^2}{w_0^2} - \frac{ikr^2}{2R} \right) \left( \frac{\sqrt{2}r}{w_0} \right)^s \times \int_0^{2\pi} \exp \left[ -is\theta + \frac{ik\rho r \cos(\theta - \varphi)}{R} \right] d\theta dr. \quad (4)$$

根据贝塞尔函数的性质有<sup>[10]</sup>

$$\exp \left[ i \frac{k\rho r}{R} \cos(\theta - \varphi) \right] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} i^l J_l \left( \frac{k\rho r}{R} \right) \exp [il(\theta - \varphi)], \quad (5)$$

$$\int_0^{2\pi} \exp [i(l - s)\theta] d\theta = \begin{cases} 2\pi (l = s) \\ 0 (l \neq s) \end{cases}, \quad (6)$$

式中  $J_l$  为  $l$  阶贝塞尔函数,可以解出(4)式中关于  $\theta$  的积分项为

$$\int_0^{2\pi} \exp \left[ -is\theta + \frac{ik\rho r \cos(\theta - \varphi)}{R} \right] d\theta = 2\pi i^s J_s \left( \frac{k\rho r}{R} \right) \exp(-is\varphi). \quad (7)$$

贝塞尔函数的定积分性质可表示为<sup>[10]</sup>

$$\int_0^{\infty} x^{v+1} \exp(-\beta x^2) L_n^v(\alpha x^2) J_v(yx) dx = 2^{-v-1} \beta^{-v-n-1} (\beta - \alpha)^n y^v \exp\left(-\frac{y^2}{4\beta}\right) L_n^v\left[\frac{\alpha y^2}{4\beta(\alpha - \beta)}\right], \quad (8)$$

式中  $\alpha, \beta$  为系数。(4)式可化简为

$$E_x(\rho, \varphi, z) = E_0 \frac{\omega_0 z}{wR} \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{w}\right)^s \exp\left(-\frac{\rho^2}{w^2}\right) \exp(-is\varphi) L_p^s\left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right) \times \exp\left[i(2p + s + 1)\arctan\frac{R}{z_0} + i\frac{z_0}{R}\frac{\rho^2}{w^2} - ikR\right], \quad (9)$$

式中  $w = \omega_0 \sqrt{1^2 + R^2/z_0^2}$ ,  $z_0 = k\omega_0^2/2$ 。

推导  $z$  方向的电场表达式,将(1)式代入(3)式得

$$E_z(\rho, \varphi, z) = E_0 \frac{i}{\lambda R} \frac{\exp(-ikR)}{R} x \int_0^{\infty} r L_p^s \left[ \left( \frac{\sqrt{2}r}{w_0} \right)^2 \right] \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2} - \frac{ikr^2}{2R}\right) \left( \frac{\sqrt{2}r}{w_0} \right)^s \times \int_0^{2\pi} \exp\left[-is\theta + \frac{ik\rho r \cos(\theta - \varphi)}{R}\right] d\theta dr - E_0 \frac{i}{\lambda R} \frac{\exp(-ikR)}{R} \int_0^{\infty} r^2 L_p^s \left[ \left( \frac{\sqrt{2}r}{w_0} \right)^2 \right] \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2} - \frac{ikr^2}{2R}\right) \left( \frac{\sqrt{2}r}{w_0} \right)^s \times \int_0^{2\pi} \cos\theta \exp\left[-is\theta + \frac{ik\rho r \cos(\theta - \varphi)}{R}\right] d\theta dr, \quad (10)$$

第一项积分式与  $E_x$  相似,可以得出  $E_z$  第一项结果为  $-xE_x/z$ 。第二项积分中,

$$\int_0^{2\pi} \cos\theta \exp\left[-is\theta + \frac{ik\rho r \cos(\theta - \varphi)}{R}\right] d\theta = \pi i^{s+1} J_{s+1}\left(\frac{k\rho r}{R}\right) \exp[-i(s+1)\varphi], \quad (11)$$

再根据拉盖尔函数的性质<sup>[10]</sup>,并利用(8)式和

$$L_p^s \left[ \left( \frac{\sqrt{2}r}{w_0} \right)^2 \right] = L_{p+1}^{s+1} \left[ \left( \frac{\sqrt{2}r}{w_0} \right)^2 \right] - L_{p-1}^{s+1} \left[ \left( \frac{\sqrt{2}r}{w_0} \right)^2 \right], \quad (12)$$

可得出

$$E_z(\rho, \varphi, z) = E_0 \frac{\omega_0}{wR} \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{w}\right)^s \exp\left(-\frac{\rho^2}{w^2}\right) \exp(-is\varphi) \exp\left[i(2p + s + 1)\arctan\frac{R}{z_0} + i\frac{z_0}{R}\frac{\rho^2}{w^2} - ikR\right] \times \left[ -\rho \cos\varphi L_p^s\left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right) + i\frac{k\rho}{R} L_{p+1}^{s+1}\left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right) \exp(-i\varphi) + i\frac{k\rho}{R} L_{p-1}^{s+1}\left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right) \exp(-i\varphi) \right]. \quad (13)$$

(9)式和(13)式是本文推导得到的重要结果,可以作为公式使用。如在傍轴近似条件下,  $R \approx z + (x^2 + y^2)/(2z)$ , (9)式和(13)式中指数项  $\exp(-ikR)$  的  $R$  用  $z + (x^2 + y^2)/(2z)$  代替,其余  $R$  用  $z$  代替,则(9)式和(13)式分别变为

$$E_x = E_0 \frac{\omega_0}{w_p} \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{w_p}\right)^s \exp\left(-\frac{\rho^2}{w_p^2}\right) L_p^s\left(\frac{2\rho^2}{w_p^2}\right) \exp(-is\varphi) \times \exp\left[i(2p + s + 1)\arctan\frac{z}{z_0} - i\frac{k\rho^2}{2Q_p(z)} - ikz\right], \quad (14)$$

$$E_z(\rho, \varphi, z) = E_0 \frac{\omega_0}{zw_p} \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{w_p}\right)^s \exp\left(-\frac{\rho^2}{w_p^2}\right) \exp(-is\varphi) \exp\left[i(2p + s + 1)\arctan\frac{z}{z_0} - i\frac{k\rho^2}{2Q_p(z)} - ikz\right] \times \left[ -\rho \cos\varphi L_p^s\left(\frac{2\rho^2}{w_p^2}\right) + i\frac{k\rho/z}{4(1/w_0^2 - ik/2z)} L_{p+1}^{s+1}\left(\frac{2\rho^2}{w_p^2}\right) \exp(-i\varphi) + i\frac{k\rho/z}{4(1/w_0^2 + ik/2z)} L_{p-1}^{s+1}\left(\frac{2\rho^2}{w_p^2}\right) \exp(-i\varphi) \right], \quad (15)$$

式中  $w_p = \omega_0 \sqrt{1^2 + z^2/z_0^2}$ ,  $z_0$  为瑞利距离,  $Q_p(z) = z [1 + (z_0/z)^2]$  为高斯光束的曲率半径,  $(2p + s + 1)\arctan(z/z_0)$  为古依相移。(14)式与(15)式相比可以忽略不计,(14)式所描述的光场与常见

傍轴近似条件下自由空间中传输的 LG 光束的光场完全一致,这也验证了通常对涡旋光束的研究是在傍轴近似条件下进行的<sup>[11]</sup>。

### 3 轨道角动量密度

在傍轴近似条件下  $z$  方向的轨道角动量密度分布公式为<sup>[11]</sup>

$$j_z = \frac{i\epsilon_0}{\omega'} \left[ x \left( u^* \frac{\partial u}{\partial y} - u \frac{\partial u^*}{\partial y} \right) - y \left( u^* \frac{\partial u}{\partial x} - u \frac{\partial u^*}{\partial x} \right) \right], \quad (16)$$

式中  $u$  满足  $E_x = u \exp(-ikz)$ ,  $\epsilon_0$  为真空介电常数,  $\omega'$  为角频率。将(16)式转化为极坐标下的公式:

$$j_z = \frac{i\epsilon_0}{\omega'} \left( u^* \frac{\partial u}{\partial \varphi} - u \frac{\partial u^*}{\partial \varphi} \right). \quad (17)$$

将(14)式代入(17)式可求得傍轴近似条件下轨道角动量密度为

$$j_z = \omega \epsilon_0 l |E_x|^2. \quad (18)$$

(16)式的前提是在傍轴近似条件下,且其光束的光场表达式中带有  $\exp(-ikz)$  这一项。而本研究内容为非傍轴近似条件,所得光束的光场表达式并不含有  $\exp(-ikz)$ ,而是含有  $\exp(-ikR)$ ,因此(16)式不适用非傍轴光束。

由光束的轨道角动量密度定义式出发并考虑  $E_y = 0$ ,可推得  $z$  方向的轨道角动量密度公式为

$$j_z = \frac{i\epsilon_0}{4\omega'} \left[ x \left( E_x^* \frac{\partial E_x}{\partial y} - E_x \frac{\partial E_x^*}{\partial y} + E_z^* \frac{\partial E_z}{\partial y} - E_z \frac{\partial E_z^*}{\partial y} \right) - y \left( E_z \frac{\partial E_x^*}{\partial z} - E_z^* \frac{\partial E_x}{\partial z} + E_x^* \frac{\partial E_z}{\partial x} - E_x \frac{\partial E_z^*}{\partial x} \right) \right] =$$

$$\frac{i\epsilon_0}{4\omega'} \left[ \cos^2 \varphi \left( E_x^* \frac{\partial E_x}{\partial \varphi} - E_x \frac{\partial E_x^*}{\partial \varphi} \right) + \left( E_z^* \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - E_z \frac{\partial E_z^*}{\partial \varphi} \right) + \right.$$

$$\left. \rho \sin \varphi \cos \varphi \left( E_x^* \frac{\partial E_x}{\partial \rho} - E_x \frac{\partial E_x^*}{\partial \rho} \right) + \rho \sin \varphi \left( E_z^* \frac{\partial E_x}{\partial z} - E_x \frac{\partial E_x^*}{\partial z} \right) \right], \quad (19)$$

式中  $E_x^*$ 、 $E_y^*$ 、 $E_z^*$  分别为  $E_x$ 、 $E_y$ 、 $E_z$  的共轭。为了简化计算,研究  $p=0$  时 LG 光束的轨道角动量密度分布,其光场表达式为

$$E_x(\rho, \varphi, z) = E_0 \frac{\omega_0 z}{\omega R} \left( \frac{\sqrt{2}\rho}{\omega} \right)^s \exp\left(-\frac{\rho^2}{\omega^2}\right) \exp(-is\varphi) \exp\left[ i(s+1)\arctan \frac{R}{z_0} + i \frac{z_0}{R} \frac{\rho^2}{\omega^2} - ikR \right], \quad (20)$$

$$E_z(\rho, \varphi, z) = -E_0 \frac{\omega_0}{\omega R} \left( \frac{\sqrt{2}\rho}{\omega} \right)^s \exp\left(-\frac{\rho^2}{\omega^2}\right) \exp(-is\varphi) \exp\left[ i(s+1)\arctan \frac{R}{z_0} + i \frac{z_0}{R} \frac{\rho^2}{\omega^2} - ikR \right] \times$$

$$\left[ \rho \cos \varphi - \frac{\rho \omega_0}{2\omega} \exp\left(-i\varphi + i\arctan \frac{R}{z_0}\right) \right] = u_{Ez} \left[ \rho \cos \varphi - \frac{\rho \omega_0}{2\omega} \exp\left(-i\varphi + i\arctan \frac{R}{z_0}\right) \right]. \quad (21)$$

将(20)、(21)式代入(19)式,经过推导可得

$$j_z = \frac{i\epsilon_0}{4\omega'} \left[ -i2s \cos^2 \varphi |E_x|^2 - i2s |E_z|^2 + i |u_{Ez}|^2 \frac{\rho^2 \omega_0^2}{2\omega^2} + \right.$$

$$\left. \rho \sin \varphi \cos \varphi \left( E_x^* \frac{\partial E_x}{\partial \rho} - E_x \frac{\partial E_x^*}{\partial \rho} \right) + \rho \sin \varphi \left( E_z^* \frac{\partial E_x}{\partial z} - E_x \frac{\partial E_x^*}{\partial z} \right) \right]. \quad (22)$$

(22)式中  $\partial E_x / \partial \rho$  和  $\partial E_x / \partial z$  的形式为解析表达式,样式非常繁杂,在此不再列出。

### 4 数值仿真

从(18)式可以看出,在傍轴近似条件下 LG 光束的轨道角动量密度分布图的形状与其光强形状相同,始终为圆环状,不受拓扑荷、束腰半径和传输距离的影响,如图 1 所示。拓扑荷  $s$  越大,圆环半径和最大强度值越大,如图 1(b)所示;束腰半径  $\omega_0$  增加,圆环半径也增加,最大强度几乎不变,如图 1(c)所示;而随着传输距离  $z$  增加,圆环半径也增加,但是最大强度值变小,如图 1(d)所示。

根据(22)式,对不同参数下非傍轴 LG 光束的轨道角动量密度分布进行数值仿真。图 2 为  $s$  发生变化时非傍轴 LG 光束的轨道角动量密度分布,可以看出当  $s$  较小时,非傍轴轨道角动量密度分布的形状与八卦

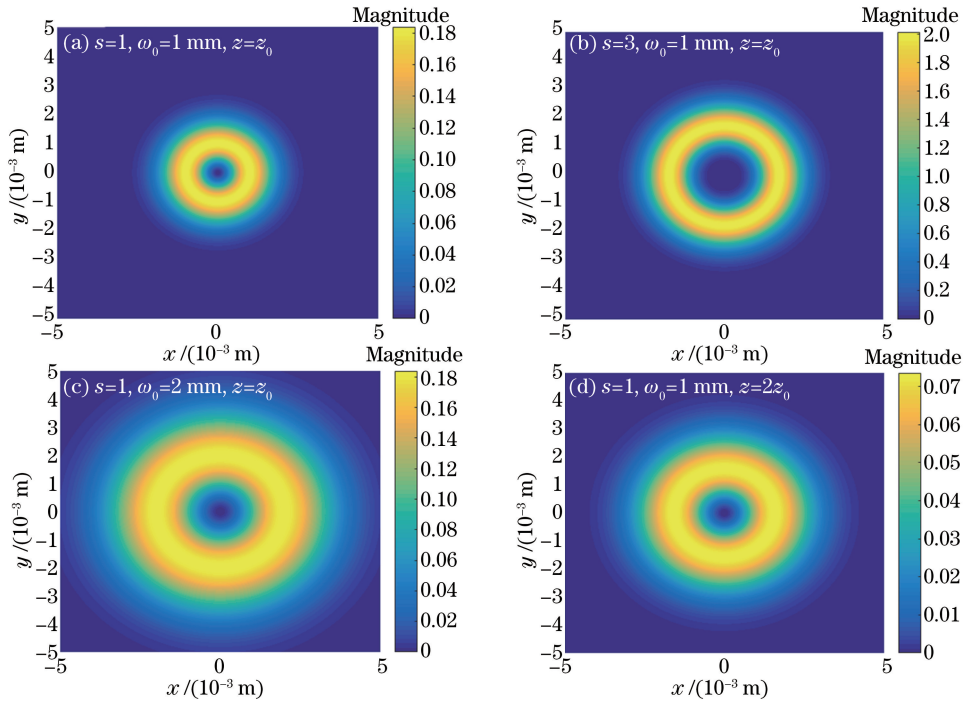
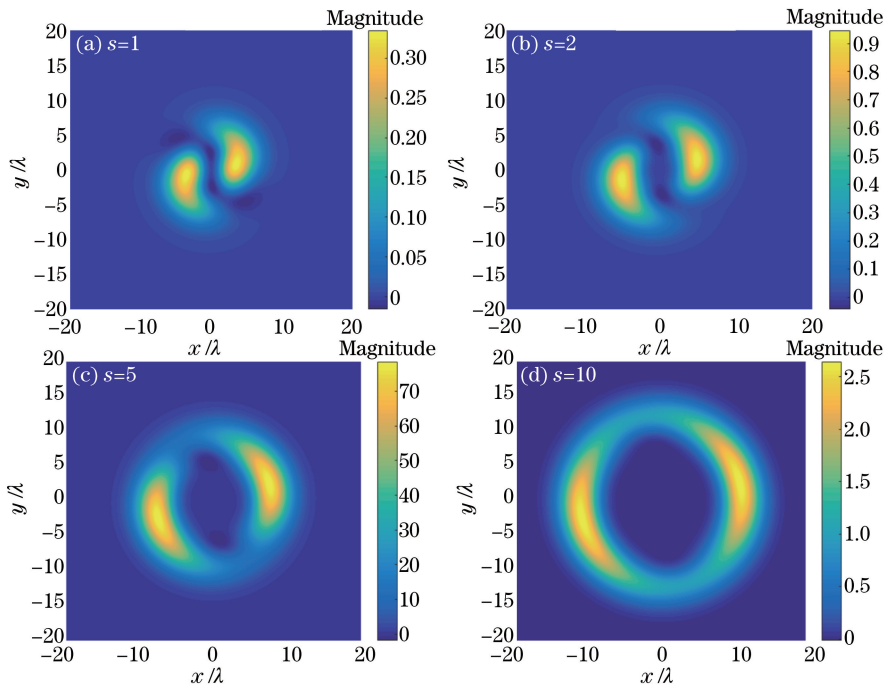


图 1 傍轴近似条件下 LG 光束的轨道角动量密度分布

Fig. 1 Orbital angular momentum density distributions of paraxial LG beams

图 2 不同拓扑荷取值时非傍轴近似条件下轨道角动量密度分布 ( $\omega_0 = 5\lambda, z = 10\lambda$ )Fig. 2 Orbital angular momentum density distributions of nonparaxial LG beams at different topological charges ( $\omega_0 = 5\lambda, z = 10\lambda$ )

图类似,分成两瓣,在两瓣中间位置还存在两处强度小于零的区域。随着  $s$  的增加,这两瓣逐渐相连,接近傍轴近似下的圆环状,强度小于零的区域也消失,只是其强度分布仍旧有些区别。在傍轴近似条件下光环上的轨道角动量强度处处相同,而非傍轴近似条件下会有两个强度极值点呈对称分布。另外,从图中发现  $s$  越大,轨道角动量密度的强度越大,且强度最大值点的半径越大,这与傍轴近似条件下 LG 光束的特性一致。

图 3 为不同  $\omega_0$  时非傍轴 LG 光束的轨道角动量密度分布,可以看出随着  $\omega_0$  的增大,轨道角动量密度分布

由开始相交的两瓣逐渐分离,相交处的两个强度小于零的区域强度绝对值变得更大,而最大强度几乎不发生变化。除此以外,随着 $\omega_0$ 增大,图形半径更大,与傍轴情况一致,这是由光束的束腰半径 $\omega_0$ 的意义所决定的。

图4为不同 $z$ 时非傍轴LG光束的轨道角动量密度分布图,可以看出传输距离 $z$ 的增加对轨道角动量密度形状的影响与束腰半径 $\omega_0$ 的影响相似,轨道角动量密度分布由开始相交的两瓣逐渐分离,相交处两个强度小于零的区域强度值变得更小。另外,随着 $z$ 增加,图形缓慢增大,与傍轴情况相似。与傍轴情况不同的是,轨道角动量密度的最大强度先增加后缓慢减小,变化趋势如图5所示。

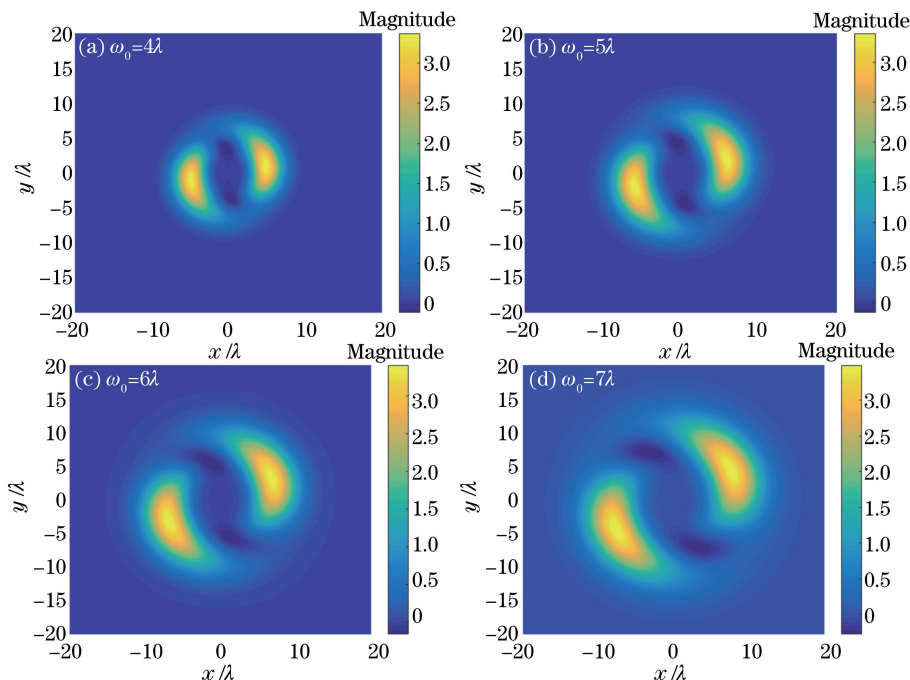


图3 不同束腰半径时非傍轴近似条件下的轨道角动量密度分布( $s=3, z=10\lambda$ )

Fig. 3 Orbital angular momentum density distributions of nonparaxial LG beams with different beam waists ( $s=3, z=10\lambda$ )

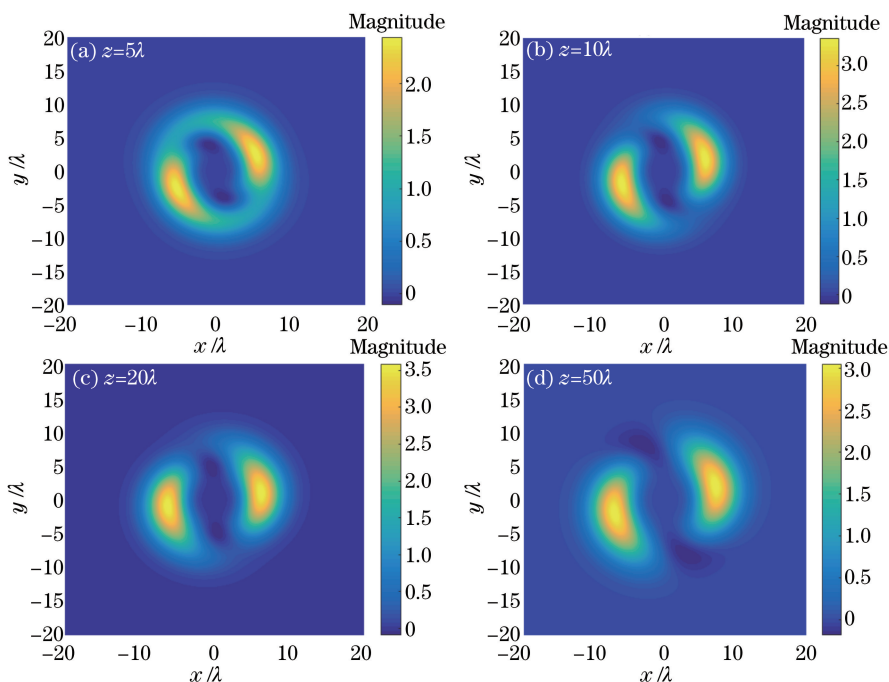


图4 不同传输距离时非傍轴近似条件下的轨道角动量密度分布( $s=3, \omega_0=5\lambda$ )

Fig. 4 Orbital angular momentum density distributions of nonparaxial LG beams at different distances ( $s=3, \omega_0=5\lambda$ )

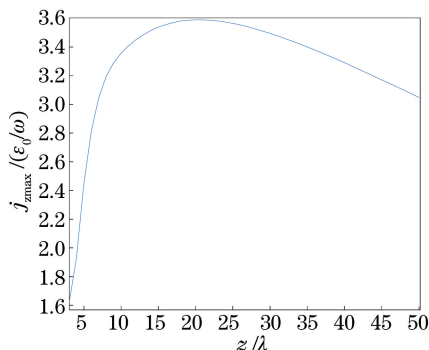


图 5 轨道角动量密度的最大值与传输距离的关系( $s=3, \omega_0=5\lambda$ )

Fig. 5 Relationship between maximum orbital angular momentum density and transmission distance ( $s=3, \omega_0=5\lambda$ )

## 5 结 论

推导了非傍轴近似条件下 LG 光束的电场传输解析表达式,根据该表达式得出 LG 光束的轨道角动量密度表达式,并通过数值仿真的方法分析了 LG 光束的轨道角动量密度分布特性。研究表明,非傍轴近似条件下轨道角动量密度分布与傍轴近似条件下不同。傍轴近似条件下的分布始终为环形,而非傍轴近似条件下基本分为两瓣,每瓣会有一个强度极大值点。随着拓扑荷的增加,非傍轴近似条件下的轨道角动量密度分布图形与傍轴近似条件下越来越接近。另外,在傍轴近似条件下拓扑荷、束腰半径、传输距离不会影响轨道角动量密度分布的形状,而非傍轴近似条件下轨道角动量密度分布的形状、尺寸和强度都会受上述参数的影响。其中,图形尺寸会随着三个参数值的增加而增大;形状会分别随着拓扑荷的减小,束腰半径或传输距离的增加而逐渐分离成两瓣,并且会出现强度绝对值越来越大的负值区域。对于其最大强度的变化,各参数的影响表现不一,拓扑荷越大,强度越大;传输距离增加,强度先增大后缓慢减小;束腰半径几乎不影响强度。

## 参 考 文 献

- [1] Anita G T, Umamageswari N, Prabakaran K, *et al.* Effect of coma on tightly focused cylindrically polarized vortex beams[J]. Optics & Laser Technology, 2016, 76: 1-5.
- [2] Padgett M, Courtial J, Allen L. Light's orbital angular momentum[J]. Physics Today, 2004, 57(5): 139-140.
- [3] Anguita J A, Neifeld M A, Vasic B V. Turbulence-induced channel crosstalk in an orbital angular momentum-multiplexed free-space optical link[J]. Applied Optics, 2008, 47(13): 2414-2429.
- [4] Molina-Terriza G, Rebane L, Torres J P, *et al.* Probing canonical geometrical objects by digital spiral imaging[J]. Journal of the European Optical Society Rapid Publications, 2007, 2(3): 07014.
- [5] Torner L, Torres J, Carrasco S. Digital spiral imaging[J]. Optics Express, 2005, 13(3): 873-881.
- [6] Barnett S M, Allen L. Orbital angular momentum and nonparaxial light beams[J]. Optics Communications, 1994, 110(5-6): 670-678.
- [7] Kang Xiaoping, He Zhong. Introduction to laser beam quality evaluation[M]. Shanghai: Shanghai Science and Technology Literature Publishing House, 2007: 3, 72, 140, 176, 185.  
康小平, 何 仲. 激光光束质量评价概论[M]. 上海: 上海科学技术文献出版社, 2007: 3, 72, 140, 176, 185.
- [8] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J, *et al.* Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. Physical Review A, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [9] Cerjan A, Cerjan C. Orbital angular momentum of Laguerre-Gaussian beams beyond the paraxial approximation[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2011, 28(11): 2253-2260.
- [10] Gradshteyn I S, Ryzhik I M. Table of integrals, series and products[M]. 7<sup>th</sup> edition. New York: Academic Press, 2007: 340.
- [11] Zhao C, Wang X, Zhao C, *et al.* Statistical properties of an anomalous hollow beam with orbital angular momentum [J]. Journal of Modern Optics, 2015, 62(3): 179-185.