

转向棱镜引入的机床垂直度测量误差分析

梁允峰, 张 斌, 冯其波, 赵宇琼

北京交通大学发光与光信息技术教育部重点实验室, 北京 100044

摘要 采用自行研制的基于单根光纤耦合双频激光的6自由度(6DOF)误差同时测量系统测量了加工中心双轴直线度误差,通过对两轴直线度误差的线性拟合,得到两拟合轴的夹角,间接实现两轴的垂直度测量。利用光线矢量追迹方法建立相应的误差模型,分析了垂直度测量过程中五角棱镜的安装定位偏差以及加工误差对垂直度测量的影响。实验结果表明,本测量系统具有很好的准确性,与商用测量仪对比发现,两者测量偏差在1"以内。

关键词 测量; 数控机床; 垂直度; 光线矢量追迹; 反射矩阵; 五角棱镜

中图分类号 O436 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP54.021203

Analysis for Squareness Measurement Error of Machine Tool Introduced by Steering Prism

Liang Yunfeng, Zhang Bin, Feng Qibo, Zhao Yuqiong

Key Laboratory of Luminance and Optical Information Technology of Ministry of Education,

Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China

Abstract The biaxial straightness of a numerical control machine tool is measured by a self-developed 6-degree-of-freedom (6DOF) motion error simultaneous measurement system based on single fiber-coupled dual-frequency laser. Through the linear fitting of the two-axis straightness error, the angle between the two fitting axes is obtained, and the vertical measurement of the two axes is indirectly realized. The corresponding error model is established by using ray vector tracing method, and the influence of installation and processing error of the pentagonal prism on the measurement error are analyzed. The experimental results show that our system has high accuracy. Compared with commercial measuring instruments, the difference between the measured results is within 1".

Key words measurement; numerical control machine tool; squareness; light vector trace; reflection matrix; pentagonal prism

OCIS codes 120.4640; 000.3110; 140.3510

1 引言

作为制造业中极为重要的设备,加工中心和数控机床的加工轴几何精度直接影响着加工工件的精度。对于单一加工轴,其几何误差有定位误差、水平和垂直直线度误差、偏摆角、俯仰角和滚转角^[1-2]。三轴加工中心则共有21项几何误差,除3个单轴各自的上述6种共计18项误差外,增加了轴与轴之间的3项垂直度误差。垂直度反映了机床加工轴之间的垂直状态,决定了机床的性能,是机床的重要参数。由于机床本身的安装不当或长期运行时的振动等内力和外力的作用,导轨的垂直度误差逐渐超出设计允许的范围^[3],因此需要定期对机床的垂直度进行测量。目前对于垂直度的测量一般采用间接测量法,通过对测得的单轴直线度数据进行线性拟合得到拟合轴,再计算拟合轴之间的夹角得到垂直度^[4]。但是转向系统存在的安装及加工

收稿日期: 2016-08-09; **收到修改稿日期:** 2016-10-17

基金项目: 国家自然科学基金重大项目(51527806)

作者简介: 梁允峰(1986—),男,硕士研究生,主要从事光电检测方面的研究。E-mail: 14121611@bjtu.edu.cn

导师简介: 张 斌(1972—),女,博士,副教授,主要从事光电检测方面的研究。

E-mail: bzhang@bjtu.edu.cn(通信联系人)

误差将影响垂直度测量的精度。本文利用自行研制的单轴 6 自由度(6DOF)误差同时测量系统,结合五角棱镜,测量分析了双轴垂直度,利用光线矢量追迹方法分析了五角棱镜安装定位的平移、转动偏差对垂直度测量所产生的随机误差,分析了在数据拟合中五角棱镜加工偏差对垂直度测量所引入的系统误差,给出了相应的误差补偿模型。在对大河 TH5656 立式加工中心的实际测量中,本测量系统与商用仪器比对,测量结果相差在 1"以内。

2 测量原理

如图 1 所示,两导轨垂直度测量的本质是两轴直线度误差的测量。由两轴的直线度拟合得到拟合轴,则垂直度为

$$s_{xy} = \theta - 90^\circ, \quad (1)$$

式中 θ 为拟合轴的夹角, s_{xy} 为两轴垂直度。

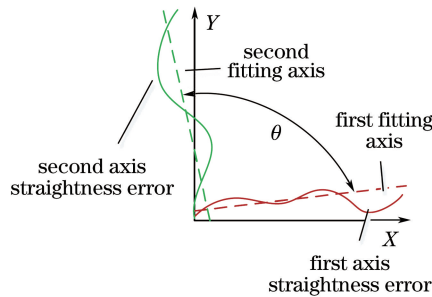


图 1 垂直度计算原理图

Fig. 1 Squareness calculate schematic

利用自行研制的导轨 6 自由度误差同时测量系统进行双轴直线度测量,该系统可以安装一次,同时测量机床单轴导轨 6 个自由度误差,包括位置误差、两个方向直线度误差、俯仰角、偏摆角以及滚转角^[5-6]。对于三轴机床,则需要使用转向棱镜进行光线 90°折转进行测量。通过对系统所测的两轴直线度数据进行分析,进而得到两轴垂直度误差,如图 2 所示。

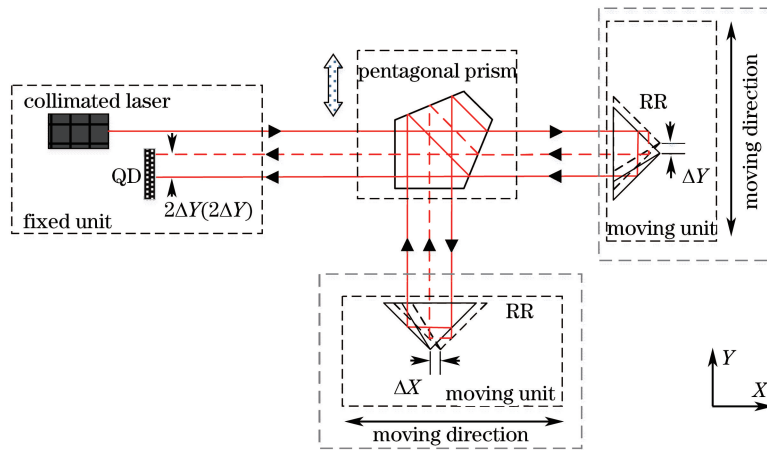


图 2 两轴直线度误差测量原理图

Fig. 2 Two-axis straightness error measurement schematic

测量 X 轴直线度时,五角棱镜移出光路,由角锥棱镜(RR)构成的靶镜沿直线导轨移动时,导轨的二维直线度误差 ΔX 和 ΔY 使得测量光斑在四象限探测器(QD)上的位置发生改变,通过计算可得到 X 轴直线度误差。测量 Y 轴直线度误差时,五角棱镜移入光路,将光线旋转 90°,角锥棱镜沿 Y 轴导轨移动,完成 Y 轴的直线度误差的测量。

测量过程中,光源的稳定性、转向棱镜的误差定位与加工偏差以及角锥棱镜的抖动与加工精度都影响了直线度误差的测量结果,其中转向棱镜的误差定位与加工偏差对垂直度测量的影响更加突出,需对其进行分析消除。

3 转向棱镜误差分析

3.1 五角棱镜定位误差

理想情况下,光线在五角棱镜中的路径如图 3 所示。

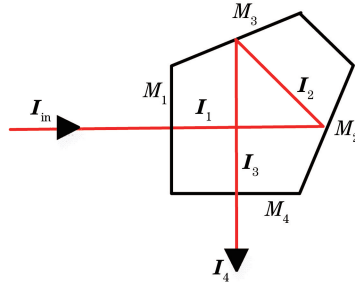


图 3 五角棱镜中光路图

Fig. 3 Pentagonal prism optical path diagram

各面的法向量 \mathbf{N}_i 为

$$\mathbf{N}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{N}_2 = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{8} \\ 0 \\ \sin \frac{\pi}{8} \end{bmatrix}, \mathbf{N}_3 = \begin{bmatrix} -\sin \frac{\pi}{8} \\ 0 \\ -\cos \frac{\pi}{8} \end{bmatrix}, \mathbf{N}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

M_1 、 M_4 为折射面,设 \mathbf{x} 为入射光单位矢量, \mathbf{x}' 为折射光单位矢量,折射矢量为^[7]

$$\mathbf{x}' = f(\mathbf{x}) = \frac{n_1}{n_2} [\mathbf{x} - N(\mathbf{x} \cdot N)] - N \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 + \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 (\mathbf{x} \cdot N)^2}, \quad (3)$$

M_2 、 M_3 为反射面,反射矩阵为^[7]

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} 1 - 2N_{ix}^2 & -2N_{ix}N_{iy} & -2N_{ix}N_{iz} \\ -2N_{ix}N_{iy} & 1 - 2N_{iy}^2 & -2N_{iy}N_{iz} \\ -2N_{ix}N_{iz} & -2N_{iy}N_{iz} & 1 - 2N_{iz}^2 \end{bmatrix}, (i = 2, 3), \quad (4)$$

当入射光线 $\mathbf{I}_{in} = [-1 \ 0 \ 0]^T$ 时,透射光线为

$$\mathbf{I}_4 = f(\mathbf{I}_3) = f(\mathbf{B}_3 \mathbf{I}_2) = f(\mathbf{B}_3 \mathbf{B}_2 \mathbf{I}_1) = f[\mathbf{B}_3 \mathbf{B}_2 f(\mathbf{I}_{in})] = [0 \ 0 \ -1]^T, \quad (5)$$

设空气折射率为 1,五角棱镜玻璃折射率为 n ,其中:

$$\begin{cases} \mathbf{I}_1 = \frac{1}{n} [\mathbf{I}_{in} - N_1 (\mathbf{I}_{in} \cdot N_1)] - N_1 \sqrt{1 - \left(\frac{1}{n}\right)^2 + \left(\frac{1}{n}\right)^2 (\mathbf{I}_{in} \cdot N_1)^2} = [-1 \ 0 \ 0]^T \\ \mathbf{I}_2 = \mathbf{B}_2 \mathbf{I}_1 = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \ 0 \ \frac{\sqrt{2}}{2} \right]^T, \mathbf{I}_3 = \mathbf{B}_3 \mathbf{I}_2 = [0 \ 0 \ -1]^T \\ \mathbf{I}_4 = n [\mathbf{I}_3 - N_4 (\mathbf{I}_3 \cdot N_4)] - N_4 \sqrt{1 - n^2 + n^2 (\mathbf{I}_3 \cdot N_4)^2} = [0 \ 0 \ -1]^T \end{cases}, \quad (6)$$

此时 \mathbf{I}_{in} 与 \mathbf{I}_4 的夹角为

$$\omega = \arccos \frac{\mathbf{I}_{in} \cdot \mathbf{I}_4}{|\mathbf{I}_{in}| |\mathbf{I}_4|} = 90^\circ. \quad (7)$$

五角棱镜的定位偏差可分解为沿三个坐标轴的平移及旋转。平移只对光线的空间位置产生影响,对光线角度无影响,即对垂直度无影响。旋转则会使透射光线产生角度偏差,如图 4 所示。

$\mathbf{S}_{X,\alpha}$ 、 $\mathbf{S}_{Y,\beta}$ 、 $\mathbf{S}_{Z,\gamma}$ 分别为五角棱镜绕 X、Y、Z 轴旋转 α 、 β 、 γ 角时的旋转矩阵,

$$\mathbf{S}_{X,\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{Y,\beta} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{Z,\gamma} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

此时五角棱镜各面的法向量为

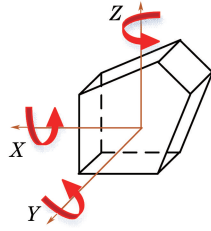


图4 五角棱镜旋转

Fig. 4 Pentagonal prism rotation

$$\mathbf{N}'_i = \mathbf{S}_{X,\alpha} \mathbf{S}_{Y,\beta} \mathbf{S}_{Z,\gamma} \mathbf{N}_i, (i = 1, 2, 3, 4), \quad (9)$$

再次根据反射矩阵及折射矢量公式,可获得此时的透射光线 \mathbf{I}'_4 为

$$\mathbf{I}'_4 = f [\mathbf{B}'_3 \cdot \mathbf{B}'_2 \cdot f(\mathbf{I}_i)], \quad (10)$$

由于 \mathbf{I}'_4 解析解的计算过于复杂,这里只以(10)式的函数形式表示,此时透射光线与入射光线的夹角为

$$\omega' = \arccos \frac{\mathbf{I}_{in} \cdot \mathbf{I}'_4}{|\mathbf{I}_{in}| |\mathbf{I}'_4|}. \quad (11)$$

利用 Matlab 编写五角棱镜光线矢量追迹函数,则可得到五角棱镜绕 X、Y、Z 轴旋转时,透射光线与入射光线的夹角与转动量的关系,分别如图 5(a)、(b)、(c)所示。可以看出五角棱镜绕 X、Y 轴旋转时,透射光线与入射光线的夹角保持 90° ;但是,当五角棱镜绕 Z 轴旋转 γ 角时,透射光线与入射光线的夹角与旋转角度成二次曲线关系。

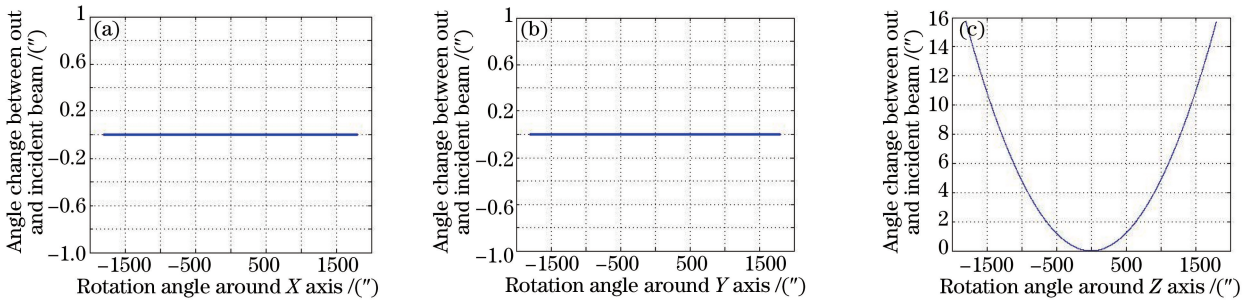


图5 五角棱镜绕(a) X、(b) Y、(c) Z 轴旋转时透射光线与入射光线的夹角变化

Fig. 5 Angle changes between out and incident light when pentagonal prism rotates around the (a) X、(b) Y and (c) Z axis

此时透射光线与入射光线的夹角变化量的关系为

$$\Delta\gamma = 4.84803 \times 10^{-6} \times \gamma^2, \quad (12)$$

当五角棱镜绕 Z 轴旋转 5° 时,透射光线与入射光线夹角的变化量为 $0.43''$,所以采用适当的方法调整五角棱镜的位置使其转动角度在 5° 以内时,由此产生的对垂直度的影响可以忽略。

3.2 五角棱镜加工误差

五角棱镜在测量系统中提供标准的 90° 转向,但是,由于五角棱镜加工误差的存在,转向角 ϕ 实际为

$$\phi = 90^\circ + \Delta\phi, \quad (13)$$

式中 $\Delta\phi$ 为五角棱镜的转向角度误差,其对直线度误差测量的影响为

$$(x_i + y_i \cdot \Delta\phi, y_i), i = 1, 2, \dots, n, \quad (14)$$

在最小二乘拟合过程中,拟合直线的斜率为

$$k = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{l_{xy}}{l_{xx}}, \quad (15)$$

式中

$$l_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}), l_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad (16)$$

由于五角棱镜加工误差的存在,两轴拟合直线的斜率变化为

$$k' = \left(k + \Delta\phi \frac{l_{yy}}{l_{xx}} \right) / \left(1 + 2\Delta\phi k + \Delta\phi^2 \frac{l_{yy}}{l_{xx}} \right), \quad (17)$$

式中

$$l_{yy} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2, \quad (18)$$

则此时拟合轴的角度变化量为

$$\Delta\phi = \arctan \left(\left| \frac{k - k'}{1 + kk'} \right| \right) = \arctan \left[\left| \left(\frac{l_{yy}}{l_{xx}} - 2k^2 - \Delta\phi \frac{l_{yy}}{l_{xx}} k \right) / \left[1 + \left(2 + \frac{l_{yy}}{l_{xx}} \right) \Delta\phi k + \Delta\phi^2 \frac{l_{yy}}{l_{xx}} + k^2 \right] \right| \right]. \quad (19)$$

通过 Matlab 编写计算程序迭代得到:

$$\Delta\varphi = \Delta\phi, \quad (20)$$

由以上分析可知,两轴垂直度为:

$$s_{xy} = \theta - 90^\circ - \Delta\phi. \quad (21)$$

4 测量结果

利用自准直仪与分光光楔对五角棱镜加工误差进行测量^[8],如图 6 所示。

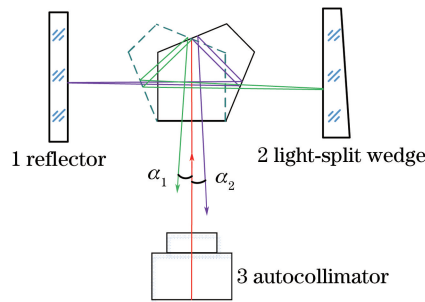


图 6 五角棱镜测量原理图

Fig. 6 Pentagonal prism measurement schematic

五角棱镜的转向角误差 $\Delta\phi$ 为^[8]

$$\Delta\phi = \frac{|\alpha_1 - \alpha_2|}{4}, \quad (22)$$

式中 α_1 为分光光楔反射光线与自准直仪入射光线的夹角, α_2 为反射镜的反射光线与自准直仪透射光线的夹角,经测量,本实验所使用的五角棱镜加工误差为 $2.7''$ 。

利用本测量系统对大河 TH5656 立式加工中心进行了 X、Y 双轴垂直度测量,如图 7 所示,两轴直线度

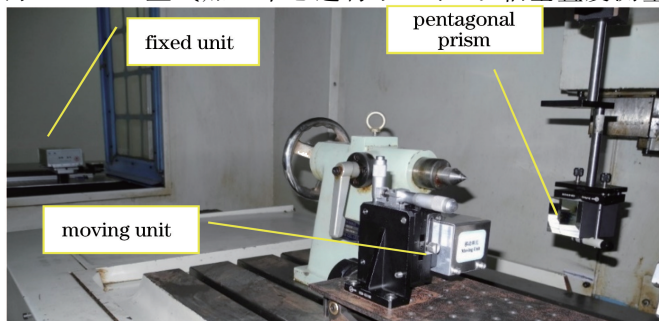


图 7 实际应用

Fig. 7 Practical application

拟合后的测量结果如图 8 所示。由于测量精度为秒级,因此拟合轴斜率的有效数字取 8 位方能满足需要。则第一轴拟合轴斜率 $k = -0.00044783$,第二轴拟合轴斜率 $k' = 3001.62173825$,结合 (20) 式可得测量结果为 $20.9''$ 。

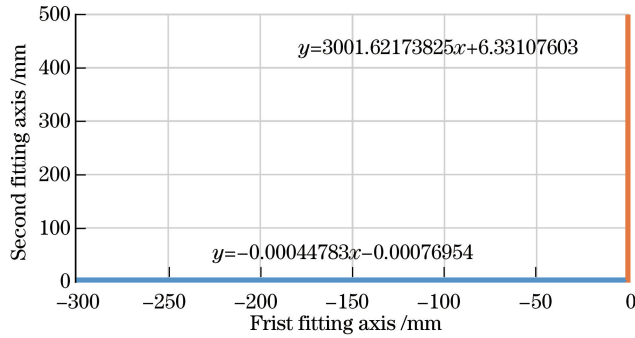


图 8 测量结果

Fig. 8 Measurement result

将本测量系统与商用仪器 API 5D 测量仪进行了 5 次测量对比如图 9 所示,右侧坐标为两系统测量结果偏差,左侧坐标为两系统测量结果。可以看到两系统测量结果最大偏差为 $0.8''$ 。

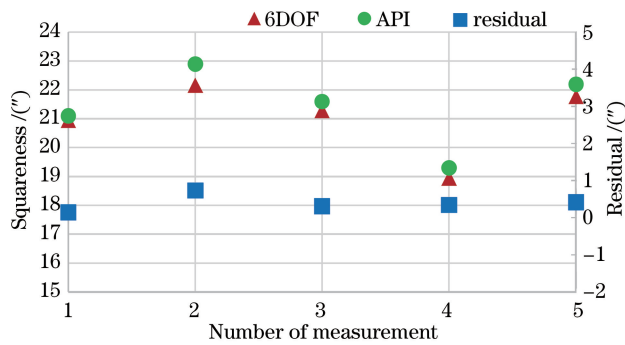


图 9 测量结果对比

Fig. 9 Measurement results comparison

5 结 论

利用自行研制的 6 自由度误差同时测量系统结合五角棱镜测量了双轴垂直度,利用光线矢量追迹方法分析了五角棱镜的安装定位以及加工偏差对垂直度测量的影响,与商用测量仪对比发现,两系统测量结果最大偏差在 $1''$ 以内,说明本系统具有很好的准确性。

参 考 文 献

- [1] Zhai Yusheng, Zhang Zhifeng, Su Yuling, *et al.* A Multi-degree-of-freedom geometric errors measurement method[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(8): 081203.
翟玉生, 张志峰, 苏玉玲, 等. 一种多自由度误差同时测量方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2014, 51(8): 081203.
- [2] Cao Rui, Zhang Bin, Feng Qibo, *et al.* A method for roll-angle measurement in multi-degree-of-freedom measuring system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(12): 2344-2348.
曹睿, 张斌, 冯其波, 等. 多自由度误差同时测量中的滚转角测量方法[J]. *光学学报*, 2008, 28(12): 2344-2348.
- [3] Chen An, Xie Minghong. NC machine tool perpendicularity error analysis and software compensation[J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2008(1): 61-64.
陈安, 谢明红. 数控机床垂直度误差分析与软件补偿[J]. *组合机床与自动化加工技术*, 2008(1): 61-64.
- [4] Lee D M, Lee H H, Yang S H. Analysis of squareness measurement using a laser interferometer system [J]. *International Journal of Precision Engineering & Manufacturing*, 2013, 14(10): 1839-1846.
- [5] Cui Cunxing, Feng Qibo, Zhang Bin. Compensation for straightness measurement systematic errors in six degree-of-freedom motion error simultaneous measurement system[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(11): 3122-3131.

- [6] Cui Cunxing, Feng Qibo, Zhang Bin, *et al.* System for simultaneously measuring 6DOF geometric motion errors using a polarization maintaining fiber-coupled dual-frequency laser[J]. *Optics Express*, 2016, 24(6): 6735-6748.
- [7] Lian Tongshu. Mirror and prism systems—adjustment and image stabilization of optical instruments [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2014: 51-52.
连铜淑. 反射棱镜与平面镜系统—光学仪器的调整与稳像[M]. 北京: 国防工业出版社, 2014: 51-52.
- [8] Dong Yanling, Li Dacheng, Cao Mang. A high accuracy method for measuring 90 degrees angle deviation of pentagonal prism[J]. *Optical Instruments*, 1988, 10(5): 32-35.
董艳玲, 李达成, 曹 芒. 五角棱镜 90°偏转角的高精度测量[J]. *光学仪器*, 1988, 10(5): 32-35.