

平滑约束的 OSEM 代数重建算法

张艳红, 盛亮, 李奎念, 李阳, 彭博栋, 张美, 赵吉祯, 袁媛

西北核技术研究所, 陕西 西安 710024

摘要 有序子集期望最大化(OSEM)迭代算法是近年来发展较快的一种迭代类算法。但该算法在迭代过程中容易产生条纹状伪影、金属伪影或者散射伪影。构造了平滑约束矩阵作为先验信息引入到重建迭代过程,建立了一种平滑约束 OSEM(SC-OSEM)迭代重建算法。分别将中值滤波、全变差最小(TVM)方法作为平滑约束条件,通过数值模拟,针对不完备理想投影数据、含金属不完备投影数据、含噪声不完备投影数据三种情况,重建出了与原始模型一致性较好的计算机层析成像技术(CT)图像,比单独 OSEM 迭代算法重建质量高,并且发现中值滤波约束重建图像的整体噪声较小,TVM 算法使金属边界更清晰,表明 SC-OSEM 迭代重建算法是一种精度高、适应性较强的 CT 重建算法。

关键词 图像处理; 有序子集期望最大化算法; 平滑约束; 中值滤波算法; 全变差最小算法

中图分类号 O434.11; TP391.7 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP54.021006

Smooth Constrained OSEM Iteration Reconstruction Algorithm

Zhang Yanhong, Sheng Liang, Li Kuinian, Li Yang,

Peng Bodong, Zhang Mei, Zhao Jizhen, Yuan Yuan

Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an, Shaanxi 710024, China

Abstract Order subset expectation maximization (OSEM) iterative algorithm is rapidly developed in recent years. But this algorithm is easy to generate some striation artifact, metal artifact or scattering artifact during iterative process. So a new iterative method named smooth constrained OSEM (SC-OSEM) is built, which utilizes smoothing constrained matrix as priori information in OSEM reconstruction. Median filtering algorithm and total variation minimization algorithm (TVM) are introduced as smoothing constrained conditions. The images reconstructed by computer tomography are consistent well with the initial model for the situations of incomplete projection data with ideal, metal, and noise, whose reconstruction qualities are better than only OSEM iterative algorithm. Median filtering constraint makes reconstructed image denoised, while TVM makes metal boundary clearer. These results manifest that SC-OSEM iterative algorithm is an adaptable and high precision CT reconstruction method.

Key words image processing; order subset expectation maximization algorithm; smoothing constrain; median filtering algorithm; total variation minimization algorithm

OCIS codes 100.2960; 110.3008; 170.6960; 170.7440

1 引言

计算机层析成像技术(CT)是一种无损检测技术,广泛应用于医学诊断和无损探伤中^[1-2]。其中有序子集期望最大化(OSEM)是应用前景较好的迭代类算法。最大似然期望法(MLEM)^[3-4]是一种图像重建的统

收稿日期: 2016-09-27; **收到修改稿日期:** 2016-10-18

基金项目: 国家自然科学基金(11275155)

作者简介: 张艳红(1990—),女,硕士研究生,主要从事辐射源三维图像诊断方面的研究。

E-mail: zhangyanhong@nint.ac.cn

导师简介: 盛亮(1979—),博士,副研究员,主要从事脉冲等离子体控制与诊断方面的研究。

E-mail: shengliang@tsinghua.org.cn(通信联系人)

迭代方法,其思想是使用测量的投影数据通过迭代不断更新像素的每一个像素点的值,使待重建图像的似然函数达到最大。该算法对噪声具有较强的抑制作用,但由于 MLEM 收敛速度慢,在实际应用中受限。1994 年, Hudson 等^[5]将有序子集的思想引入到 MLEM 中,建立了 OSEM 迭代算法,此后在 OSEM 算法中引入松弛因子^[6]。该算法每经历一次子集迭代,图像更新一次,所有的子集全部使用一遍后,完成一次迭代。因此 OSEM 算法能够在较少的迭代次数内得到具有较好视觉效果的复原图像,大大提高了图像的收敛速度。

在成像过程中任何的硬件或者软件问题都会使重建图像产生各种伪影,影响图像重建的质量。因此选择适当的校正方法消除重建图像中的伪影,是对被测物体进行可靠的质量密度评估必不可少的环节之一。本文主要针对 OSEM 迭代算法重建过程中存在的伪影问题,提出一种平滑约束的 OSEM 迭代重建算法(SC-OSEM)。该算法利用被重建物体相邻像素间灰度变化具有平滑性和连续性,构造平滑约束矩阵作为约束条件。引入平滑约束,类似于用一组适定问题的解去逼近原不适定逆问题的解^[7]。通过模拟仿真验证,表明在理想、噪声污染和含金属等非完备投影的情况下,图像重建质量明显得到改善。

2 OSEM 迭代算法

CT 图像重建是典型的逆问题,大多数的迭代算法是采用线性方程组来描述的,对图像离散化之后得到矩阵模型:

$$\mathbf{W}\mathbf{f} = \mathbf{P}, \quad (1)$$

式中 \mathbf{f} 为待重建物体灰度离散化后的矢量, \mathbf{P} 为投影向量, \mathbf{W} 为离散化的投影矩阵。当投影数据不完备或者稀少时, (1) 式对应的逆问题是不适定的。此类问题常通过迭代类重建算法求解。迭代法在投影度数较少的情况下仍能重建出较高质量的图像^[8]。

OSEM 算法每个子集的具体迭代公式如下:

$$f_j^{(k+1)} = f_j^k + \lambda \cdot \frac{\sum_{p_i \in P_m} \left| \frac{p_i - \mathbf{W}_i \mathbf{f}^k}{\sum_{n=1}^N \omega_{i,n}} \right| \omega_{i,j}}{\sum_{p_i \in P_m} \omega_{i,j}}, \quad (2)$$

式中 P_m 是第 m 个投影子集, p_i 对应第 i 条射线的投影数据, k 是迭代次数, λ 是松弛因子, \mathbf{W}_i 是第 i 行投影向量, $\omega_{i,j}$ 是投影矩阵第 i 行, j 列的值, N 代表了待重建图像的像素数量。

在 CT 成像系统中,投影矩阵是已知的,可利用重建 CT 图像与原始数据 \mathbf{f} 的均方根误差作为收敛条件和算法优劣的判据。关系为:

$$J_{\text{MSE}}(k) = \left\{ \frac{\sum_{n=1}^N [\mathbf{f}(n) - \mathbf{f}^k(n)]^2}{\sum_{n=1}^N [\mathbf{f}(n)]^2} \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

$$\Delta = |J_{\text{MSE}}(k) - J_{\text{MSE}}(k-1)|. \quad (4)$$

Δ 足够小说明迭代结果趋于稳定。通过 OSEM 迭代重建输出 \mathbf{f} , 具体步骤分为 3 步:

- 1) $k=0$, 并给定非负初值 \mathbf{f}^0, λ ;
- 2) 完成下列步骤,完成一次迭代,得到 $k=1$ 的迭代结果;
 - a) $m=1, \mathbf{f}^k$ 作为初值,采用(2)式实现一次更新,结果记为 $\mathbf{f}^{k(1)}$,对其进行正约束;
 - b) $m=2, \mathbf{f}^{k(1)}$ 作为初值,对第二个子集进行迭代,实现更新;
 - c) 以此类推,所有的子集迭代完,得到的 $\mathbf{f}^{k(M)}$,最终结果为完成第一次迭代的结果 \mathbf{f}^k ;
- 3) 重复步骤 2),直至 Δ 足够小。输出 \mathbf{f}^k 为重建结果。

λ 对图像重建的效果和收敛速度有很大的影响,在 OSEM 算法的基础上添加 λ 的缩小比例因子 λ_{red} ,每完成一次迭代, λ 缩小 λ_{red} 倍,在不影响收敛速度的基础上,抑制 OSEM 自身产生的噪声。

3 平滑约束的 OSEM 迭代重建算法

平滑约束考虑的是被检测物体本身在密度强度分布的连续性,防止了像素间发生大的突跳,对重建图像既可以去除图像的噪声又能保护图像的边缘。针对平滑约束的 OSEM 迭代重建算法,分别提出两种不同约束条件下的算法:基于中值滤波约束的 OSEM 迭代算法(MF-OSEM)和基于全变差最小的 OSEM 迭代算法(TVM-OSEM)。

3.1 MF-OSEM 迭代重建算法

中值滤波方法是一种经典的非线性平滑技术^[9],于 1971 年首次被提出并应用于信号处理,后来被广泛应用于图像噪声的消除^[10]。该算法属于空间域滤波,主要依赖于快速排序算法,基本思想是:采用一个含奇数点的移动窗口,把图像在这个窗口上扫描,将窗口内的像素点按灰度级排序,取其中间的灰度值作为窗口中心的灰度值。

中值滤波定义如下:设移动窗口 W 有 N 个元素(N 为奇数),图像 F 中 (x_0, y_0) 点的灰度值为 $f(x_0, y_0)$,像素 (x_0, y_0) 作为 W 的中心位置,对该邻域集合进行中值滤波采用 $S_{\text{Sort}}[\cdot]$ 排序, $M_{\text{median}}\{\cdot\}$ 求取中值,结果为: $\tilde{f}(x_0, y_0) = M_{\text{median}}\{S_{\text{Sort}}[f(x, y)]\}$, $\tilde{f}(x_0, y_0)$ 作为更新后的 (x_0, y_0) 点的灰度值。以椒盐噪声为例,噪声点在窗口内比较特殊,在排序过程中往往排在起始位置或者末端位置,通过取中值的方法能顺利将其过滤。

将中值滤波方法作为平滑约束的 OSEM 迭代算法,实现步骤如下:

- 1) $k=0$, 并给定非负初值 $f^0, \lambda, \lambda_{\text{red}}$;
- 2) 执行 OSEM 迭代算法的步骤 2), 得到图像离散化矢量结果 f^k ;
- 3) 对 f^k 进行重排得到二维矩阵, 记为 G ;
- 4) 对 G 做中值滤波平滑约束, 结果为 \tilde{G} ;
- 5) 对 \tilde{G} 执行一维重排, 得到的一维矢量代替 f^k ;
- 6) 重复步骤 2)~5), 直至 Δ 足够小。输出 f^k 为重建结果。

3.2 TVM-OSEM 迭代重建算法

全变分(TV)是 CT 重建中非常重要的优化约束条件。1992 年, Rudin 等^[11]提出了图像去噪的 TV 模型。2001 年, Persson M 等^[12]将图像 TV 作为正则化函数用于贝叶斯图像重建中; 2006 年, Candes 等^[13]首次提出的压缩感知(CS)为稀疏角度 CT 重建问题提供了理论依据; 2008 年, Sidky 等^[14-15]利用 CS 理论, 提出一种 ASD-POCS(adaptive steepest descent projection onto convex sets)迭代重建算法, 在稀疏投影数据 CT 重建中取得了较好的结果, 具体模型为:

$$f^* = \operatorname{argmin} |Wf - p| + \alpha \|f\|_{\text{TV}}, \quad (5)$$

式中, 离散化的图像 TV 变换的数学表达式为:

$$T_{\text{TV}}(f) = \sum_{s,t} |\nabla f_{s,t}| = \sum_{s,t} \sqrt{(f_{s,t} - f_{s-1,t})^2 + (f_{s,t} - f_{s,t-1})^2}. \quad (6)$$

从(6)式可知, 图像的 TV 变换其实是求梯度的 l_1 范数。基于全变差最小的 OSEM 迭代算法, 可通过以下过程实现:

- 1) $k=0$, 并给定非负初值 $f^0, \lambda, \lambda_{\text{red}}$;
- 2) 执行 OSEM 迭代算法的步骤 2), 得到图像离散化矢量结果 f^k ;
- 3) 对 f^k 进行重排得到二维矩阵, 记为 G ;
- 4) 当 $k \geq 2$ 时, 对 G 进行 TVM 平滑约束得到 \tilde{G} ;
- 5) 对 \tilde{G} 一维重排, 得到的一维矢量替代 f^k ;
- 6) 重复步骤 2)~5), 直至 Δ 足够小。输出 f^k 为重建结果。

对于步骤 4) 的 TVM 平滑约束过程, 采用最速下降法的求解过程为:

- 1) 最速下降法初始化: 设置 TV 下降步长 α , 控制 α 的演化参数 α_{red} , $d = |G^k - G^{k-1}|, \beta = \alpha d$;
- 2) 进行梯度下降法计算:

$$v_{s,t}^{(i)} = \frac{\partial(\mathbf{T}_{TV})}{\partial G_{s,t}} = \frac{G_{s,t} - G_{s-1,t}}{\sqrt{(G_{s,t} - G_{s-1,t})^2 + (G_{s,t} - f_{s,t-1})^2 + \epsilon}} + \frac{G_{s,t} - G_{s,t-1}}{\sqrt{(G_{s,t} - G_{s-1,t})^2 + (G_{s,t} - G_{s,t-1})^2 + \epsilon}} - \frac{G_{s+1,t} - G_{s,t}}{\sqrt{(G_{s+1,t} - G_{s,t})^2 + (G_{s+1,t} - G_{s+1,t-1})^2 + \epsilon}} - \frac{G_{s,t+1} - G_{s,t}}{\sqrt{(G_{s,t+1} - G_{s-1,t+1})^2 + (G_{s,t+1} - G_{s,t})^2 + \epsilon}}, \quad (7)$$

$$f^{TV-Grad} = f - \beta \cdot \frac{\mathbf{v}^{(i)}}{\|\mathbf{v}^{(i)}\|}; \quad (8)$$

3) 每迭代一次求得的 $f^{TV-Grad}$ 作为 f 变换后的结果, 当 TV 达到最小时, 停止迭代。

(7) 式中 ϵ 为特别引入的极小非零数, 主要作用是避免数值计算中出现分母为零的现象, 取值 10^{-8} , β 是控制步长。从(7)式可以看出, TV 最小化要求梯度幅值在尽量多的区域为零, 使图像变得尽量平坦。将 OSEM 迭代结果代入到(8)式进行迭代即可实现 TV 光滑处理。

4 模拟结果与分析

采用图 1 所示的 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ 的 Modified Shepp-Logan 数学模型。不同条件下的不完备投影数据, 再用 OSEM、MF-OSEM、TVM-OSEM 三种算法分别进行重建, 比较、评估重建结果。所有程序均采用 Matlab 2014B 软件编写, 并由 CPU 主频为 3 GHz、内存为 4 GB、Win7 操作系统的台式计算机执行。重建质量主要采用灰度曲线图和细节放大图以及均方误差(MSE)进行评估。图 1(a) 中第 128 列(图中实线位置)为灰度曲线的采集对象, 虚线内是边界复原放大图的采集部分。

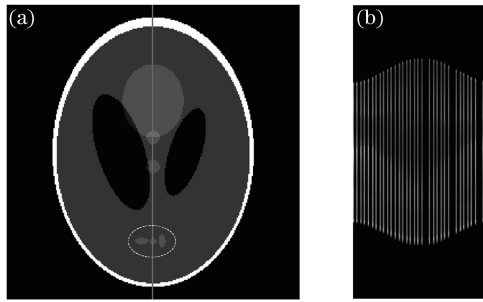


图 1 (a) Modified Shepp-Logan 模型图像; (b) 不完备投影数据

Fig. 1 (a) Modified Shepp-Logan model; (b) incomplete projection data

4.1 理想投影不完备投影数据重建

Modified Shepp-Logan 模型在 180° 范围内间隔 5° 的稀疏投影数据如图 1(b) 所示。将每个投影方向的数据作为一个子集, OSEM、MF-OSEM、TVM-OSEM 中松弛因子和缩小比例因子分别取 $\lambda = 0.95$, $\lambda_{red} = 0.95$; MF-OSEM 中滤波采用 3×3 的滑动窗口; TVM-OSEM 下降步长和演化参数分别为 $\alpha = 0.2$, $\alpha_{red} = 0.95$, TV 迭代次数的上限是 1000。OSEM、MF-OSEM、TVM-OSEM 迭代算法的重建结果分别如图 2 所示, 分别耗时 95.3, 98.2, 122.7 s。采用中值滤波方法和 TVM 最小化方法的平滑约束均抑制了 OSEM 迭代过程中产生的条纹状伪影、边缘模糊的现象, 视觉上 TVM 平滑效果更佳。图 3 采用 MSE 反映全局误差,

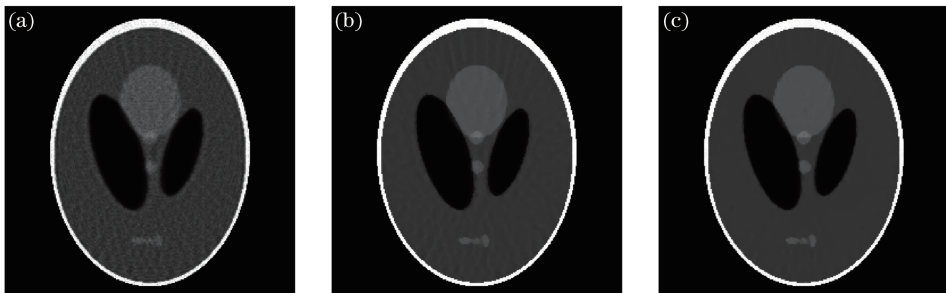


图 2 Modified Shepp-Logan 复原结果。(a) OSEM; (b) MF-OSEM; (c) TVM-OSEM

Fig. 2 Reconstruction images of Modified Shepp-Logan. (a) OSEM; (b) MF-OSEM; (c) TVM-OSEM

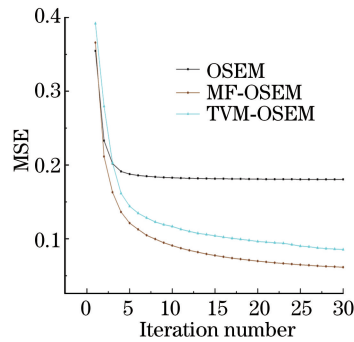


图3 重建图像的 MSE

Fig. 3 MSE of reconstructed images

OSEM 迭代次数在 5 左右基本稳定且误差较大,结果表明 MF-OSEM 整体误差最小。

图 4、图 5 是 OSEM、MF-OSEM、TVM-OSEM 迭代算法对比结果。灰度曲线图和细节放大图反映重建图像局部复原效果, MF-OSEM 和 TVM-OSEM 迭代算法重建图像具有密度差的边界更加清晰,不同的是 TVM 方法的复原的图像边界更加锐利。

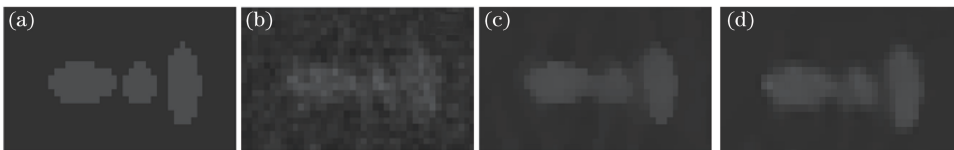


图4 边界放大图。(a)理想数据;(b) OSEM;(c) MF-OSEM;(d) TVM-OSEM

Fig. 4 Enlarged images of edge. (a) Ideal data; (b) OSEM; (c) MF-OSEM; (d) TVM-OSEM

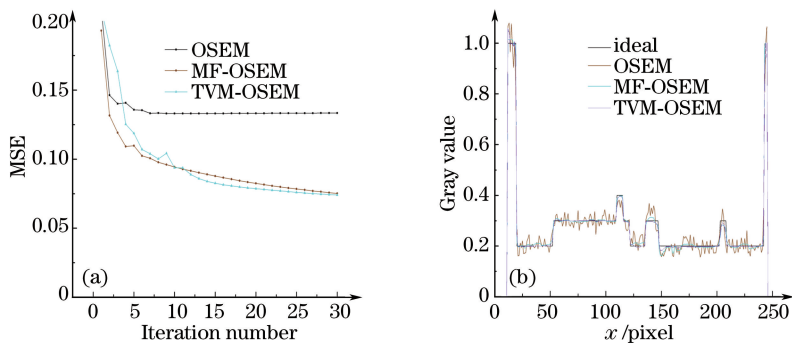


图5 细节复原效果比较。(a)图 4(b)~(d)的 MSE;(b)灰度曲线

Fig. 5 Reconstruction result of detail. (a) MSE of Fig.4(b)-(d); (b) gray curves

4.2 含金属不完备投影数据重建

在 Modified Shepp-Logan 模型中嵌入两个高密度相邻的金属区域,扫描投影方法与 4.1 节相同,参数设置相同。OSEM、MF-OSEM、TVM-OSEM 三种迭代算法的复原结果如图 6~10 所示,分别耗时 79.6,80.2,109.4 s。

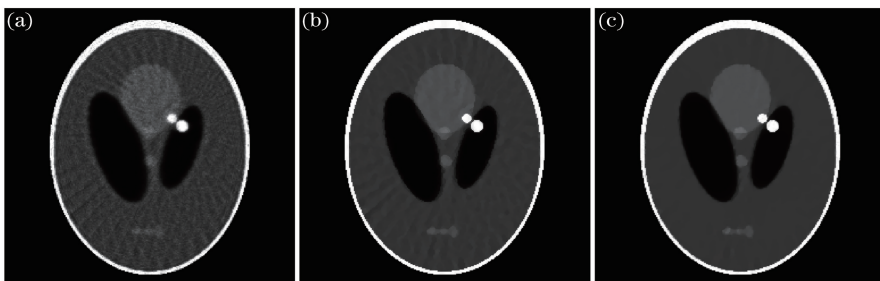


图6 含金属的 Modified Shepp-Logan 复原结果。(a) OSEM;(b) MF-OSEM;(c) TVM-OSEM

Fig. 6 Reconstruction of metal Modified Shepp-Logan. (a) OSEM; (b) MF-OSEM; (c) TVM-OSEM

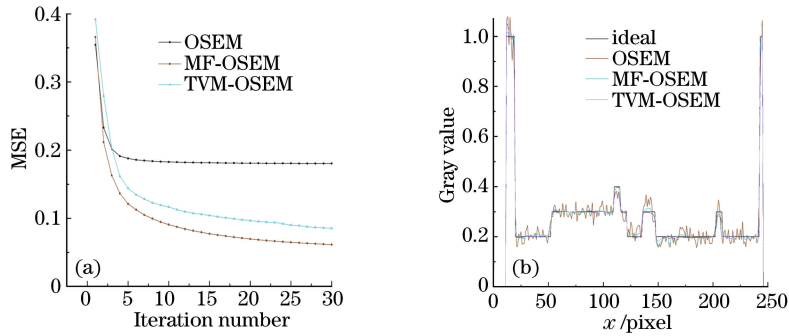


图 7 含金属的复原 MSE。(a)重建图像的 MSE;(b)灰度曲线

Fig. 7 MSE of reconstructed images with metal. (a) MSE of reconstructed images; (b) gray curves



图 8 边界放大图。(a) OSEM;(b) MF-OSEM;(c) TVM-OSEM

Fig. 8 Enlarged images of edge. (a) OSEM; (b) MF-OSEM; (c) TVM-OSEM

图 6(a)、图 8(a)的重建质量效果明显变差,原因是含高密度差的金属区存在,OSEM 存在金属区附近出现明显的伪影,并且辐射到整幅图像中^[16],MF-OSEM、TVM-OSEM 对其有明显的改善作用。

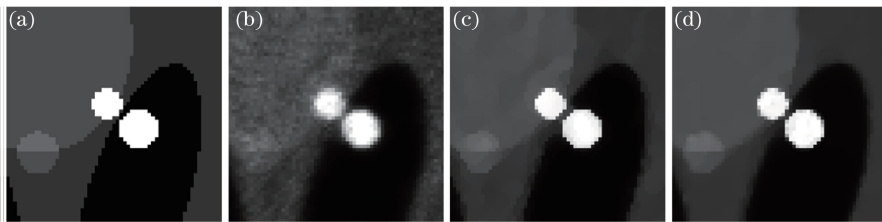


图 9 含金属边界的放大图。(a)理想数据;(b) OSEM;(c) MF-OSEM;(d) TVM-OSEM

Fig. 9 Enlarged images of edge with metal. (a) Ideal data; (b) OSEM; (c) MF-OSEM; (d) TVM-OSEM

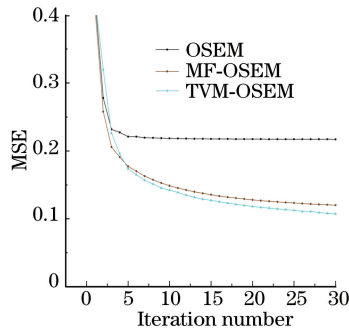


图 10 含金属的复原结果比较

Fig. 10 Reconstruction result of images with metal

从图 10 中看到中值滤波方法和 TVM 方法有约束金属边界范围,抑制金属的辐射作用,TVM 平滑约束对金属的边界复原更接近原始图像。

4.3 含噪声的不完备投影数据重建

在 4.1 节获取的投影数据基础上加入期望为原均值 5%、方差 1 的高斯噪声。因存在投影噪声,松弛因子取 $\lambda=0.4$,其他参数不变。OSEM、MF-OSEM、TVM-OSEM 的迭代时间分别为 98.8,100.5,128.5 s,重建结果如图 11、12 所示。

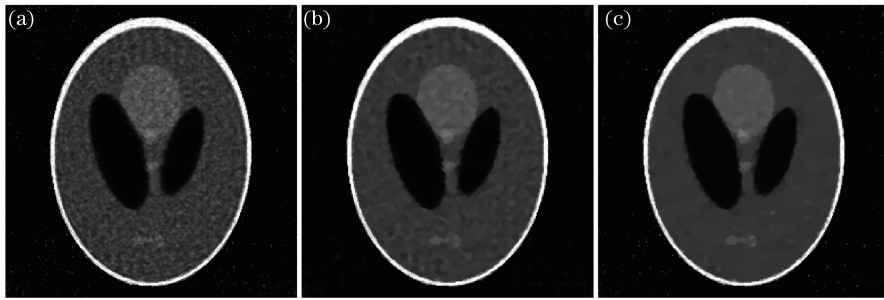


图 11 含噪声的 Modified Shepp-Logan 复原结果。(a) OSEM;(b) FM-OSEM;(c) TVM-OSEM

Fig. 11 Reconstruction of Modified Shepp-Logan with noise. (a) OSEM; (b) FM-OSEM; (c) TVM-OSEM

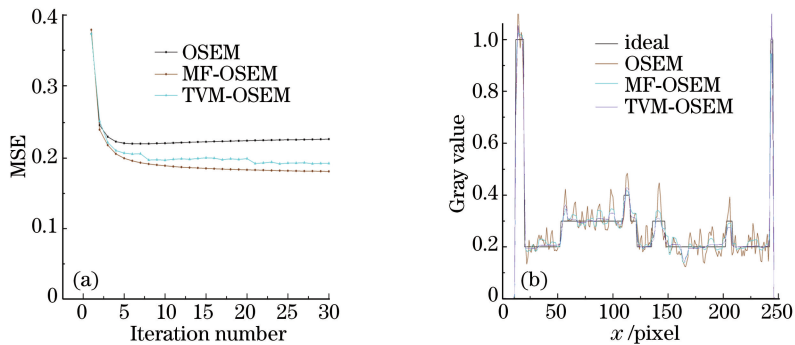


图 12 含噪声的复原结果比较。(a) MSE;(b) gray curves

Fig. 12 Reconstruction result with noise. (a) MSE; (b) gray curves



图 13 含噪声的边界放大图。(a) OSEM;(b) MF-OSEM;(c) TVM-OSEM

Fig. 13 Enlarged images of edge with noise. (a) OSEM; (b) MF-OSEM; (c) TVM-OSEM

OSEM 算法对噪声敏感, MF-OSEM、TVM-OSEM 降低了噪声的影响。对比发现 TVM 抑制噪声的能力比较强, 平滑作用较强, 图 12(b) 中灰度曲线图反映了 TVM 法对于细小的像素复原效果较差。噪声造成这两种平滑约束方法的重建图像边界模糊。

5 结 论

根据图像相邻像素密度具有连续性和光滑性, 对 OSEM 迭代算法进行平滑约束, 提出一种平滑约束自适应 OSEM 迭代重建算法, 数值模拟结果证实所提算法的可行性, 这种算法解决了 OSEM 迭代算法边缘模糊、对噪声敏感等问题, 提高了重建质量。同时分别将中值滤波方法和 TVM 方法分别作为平滑约束条件, 都提高了重建图像的质量。两种方法各有优缺点, 中值滤波平滑约束的 OSEM 算法整体误差较小, 而 TVM 方法平滑约束能很好地保持金属边界。

参 考 文 献

- [1] Tan Hai, Wang Dadong, Xue Yanling, *et al.* Parallelization of 3D thinning algorithm for extracting skeleton of micro-CT vasculature[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(11): 1117003.

谭海, 王大东, 薛艳玲, 等. 显微 CT 血管系统三维结构的骨架细化算法并行化设计实现[J]. 光学学报, 2015, 35(11): 1117003.

- [2] Liu Hao, Gao Wanrong, Chen Chaoliang. Handheld spectral domain optical coherence tomography for in vivo tooth imaging[J]. Chinese J Lasers, 2016, 43(2): 0204003.
刘浩, 高万荣, 陈朝良. 手持式牙齿在体谱域光学相干层析成像系统研究[J]. 中国激光, 2016, 43(2): 0204003.
- [3] Shepp L A, Vardi Y. Maximum likelihood reconstruction for emission tomography[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1982, 1(2): 113-122.
- [4] Lange K, Carson R. EM reconstruction algorithms for emission and transmission tomography[J]. Journal of Computer Assisted Tomography, 1984, 8(2): 306-316.
- [5] Hudson H M, Larkin R S. Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1994, 13(4): 601-609.
- [6] Li Jian, Wu Zhifang, An Hongzhen, *et al.* A relaxed OSEM algorithm applied in ^{60}Co container CT image reconstruction[J]. Nuclear Electronic & Detection Technology, 2007, 27(1): 45-49.
李建, 吴志芳, 安洪振, 等. 松弛系数-有序子集-最大似然期望算法在 ^{60}Co 集装箱 CT 检测中的应用[J]. 核电子学与探测技术, 2007, 27(1): 45-49.
- [7] Yu Wei. Investigation of reconstruction algorithms for incomplete CT projections [D]. Chongqing: Chongqing University, 2014.
余维. 不完备投影数据的 CT 重建算法研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2014.
- [8] Que Jiemin, Wang Yanfang, Sun Cuili, *et al.* Comparison of four iterative algorithm based on incomplete projection reconstruction[J]. CT theory and Application, 2012, 21(2): 169-178.
阙介民, 王燕芳, 孙燕丽, 等. 基于不完备投影数据重建的四种迭代算法比较研究[J]. CT 理论与应用研究, 2012, 21(2): 169-178.
- [9] Ko S J, Lee Y H. Center weighted median filters and their applications to image enhancement[J]. IEEE Transactions on Circuits and System, 1991, 38(9): 984-993.
- [10] Liu Shaoqiang, Chen Lei, Fan Xiaoping, *et al.* Combining pseudo-median filter and median filter to improve performance[C]. IEEE International Conference on Computer Science and Information Technology, 2010, 4: 513-517.
- [11] Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1992, 60(1-4): 259-268.
- [12] Persson M, Bone D, Elmqvist H. Total variation norm for three-dimensional iterative reconstruction in limited view angle tomography[J]. Physics in Medicine and Biology, 2001, 46(3): 853-866.
- [13] Candes E, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Trans Inf Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [14] Sidky E Y, Kao C M, Pan X C. Accurate image reconstruction from few-views and limited-angle data in divergent beam CT[J]. X-Ray Sci Technol, 2006, 14(2): 119-139.
- [15] Sidky E Y, Pan X C. Image reconstruction in circular cone-beam computed tomography by constrained, total-variation minimization[J]. Phys Med Biol, 2008, 53(17): 4777-4807.
- [16] Ma Jiming, Zhang Jianqi, Song Guzhou, *et al.* Total variation constrained iterative filtered backprojection CT reconstruction method[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(2): 0234002.
马继明, 张建奇, 宋顾周, 等. 全变分约束迭代滤波反投影 CT 重建[J]. 光学学报, 2015, 35(2): 0234002.