

# 海面泡沫对偏振光子的散射影响

徐华彬, 周媛媛, 周学军

海军工程大学电子工程学院, 湖北 武汉 430033

**摘要** 采用空心分层粒子模型,并基于 Mie 散射理论分析了海面泡沫的各项相关参量对光子的偏振散射作用;对量子误码率和光子偏振保真度公式进行了推导,运用蒙特卡罗法模拟了光子穿越泡沫层的整个过程。讨论了量子误码率与泡沫散射系数、泡沫吸收系数、泡沫层厚度以及泡沫粒子尺度参数等参量的关系。结果表明:泡沫散射系数和泡沫层厚度的增大都会增加光子的散射次数,从而加剧光子的退偏程度,降低光子偏振保真度。当泡沫散射系数超过  $0.5 \text{ cm}^{-1}$ 、泡沫层厚度超过 6 cm 时,泡沫引起的量子误码率可达 6.5%;泡沫吸收增大了传输损耗,降低了量子密钥生成率;在泡沫尺度参数的经典取值范围内,量子误码率会随着尺度参数的增大而减小。

**关键词** 散射;海面泡沫;蒙特卡罗法;Mie 散射

**中图分类号** O436 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP54.122901

## Effect of Sea Foam on Polarized Photons Scattering

Xu Huabin, Zhou Yuanyuan, Zhou Xuejun

*Electronic Engineering College, Naval University of Engineering, Wuhan, Hubei 430033, China*

**Abstract** Based on the Mie scattering theory, the scattering effect of related parameters of sea foam on photon polarization scattering is analyzed with the hollow layered particle model. The equations of quantum bit error rate and photon-polarization fidelity are deduced. The whole process of photons passing through a foam layer is simulated with the Monte Carlo method. The relationships among the quantum bit error rate, foam scattering coefficient, foam absorption coefficient, thickness of foam layer and scale parameter of foam particles are discussed. The simulation results show that the increasing of the foam scattering coefficient and the thickness of foam layer may result in the increasing of the scattering times, which strengthens the depolarization degree of photons and reduces the photon-polarization fidelity. When scattering coefficient of foam is over  $0.5 \text{ cm}^{-1}$  and the thickness of the foam layer is over 6 cm, the quantum bit error rate caused by the foam reaches to 6.5%. The foam absorption increases the transmission loss and decreases the quantum key generation rate. Within the classical value range of the foam scale parameter, the quantum bit error rate decreases with the increase of the scale parameter.

**Key words** scattering; sea foam; Monte Carlo method; Mie scattering

**OCIS codes** 290.5855; 270.5585; 240.3695

## 1 引言

近年来,基于光纤通信和自由空间的量子通信技术已经日趋成熟<sup>[1-5]</sup>。前期关于量子通信的研究基本都是基于单一介质或相对均匀的介质。随着量子通信技术的不断革新,在不同介质间进行量子通信研究成为新的发展趋势。Lanzagorta<sup>[6]</sup>于2012年提出了在卫星与水下航行器之间实现量子通信的设想,将量子通信研究范围延伸到水下。海面泡沫常存在于通信链路中,其对光子的偏振散射不可忽视。自由空间中的量子通信通常利用光子的偏振态进行编码,光子偏振的保真度势必会影响光子检测器对光子的探测,提高错误量子比特数,从而使量子误码率有所增加。目前海面泡沫的相关研究主要以经典激光为对象。Manahan等<sup>[7]</sup>

**收稿日期:** 2017-06-06; **收到修改稿日期:** 2017-06-28

**基金项目:** 国家自然科学基金(61302099)

**作者简介:** 徐华彬(1993—),男,硕士研究生,主要从事量子通信方面的研究。E-mail: xhb332526@outlook.com

**导师简介:** 周媛媛(1978—),女,博士,副教授,主要从事量子通信方面的研究。E-mail: zyy-hjgc@aliyun.com

的相关研究表明,海面泡沫主要由水气泡组成,不能单纯看成是球形粒子。Akyuz 等<sup>[8]</sup>基于随机水气泡层来模拟海面泡沫,并运用微扰法研究了粗糙海面的双站散射。梁玉等<sup>[9]</sup>提出了泡沫-海面复合模型,研究了泡沫的微结构散射特性,分析了不同风速及入射角对激光散射系数的影响。纪延俊等<sup>[10]</sup>研究了散射光强与舰艇尾流气泡尺寸分布的关系。上述基于海面泡沫的研究主要集中在光子光强变化及矢量传输等方面,并没有对量子通信过程中海面泡沫对单个光子偏振态的影响进行研究,目前国内关于光子偏振态改变的研究还很少。

本文采用空心分层的泡沫微结构,分析了海面泡沫的主要相关参量(包括海面泡沫层厚度  $d$ 、泡沫的散射系数和吸收系数、泡沫粒子的尺寸参数)对光子偏振散射的影响,研究了海面泡沫引起的量子误码率变化。采用蒙特卡罗法<sup>[11]</sup>模拟了整个光子穿越泡沫层的过程。

## 2 理论分析

### 2.1 光子的 Stokes 矢量表示法

选用 Stokes 矢量<sup>[12-13]</sup>来表示光子态,其表达式为

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle |E_H(t)|^2 + |E_V(t)|^2 \rangle \\ \langle |E_H(t)|^2 - |E_V(t)|^2 \rangle \\ \langle 2E_H(t)E_V(t)\cos\delta \rangle \\ \langle 2E_H(t)E_V(t)\sin\delta \rangle \end{pmatrix}, \quad (1)$$

式中  $I$  表示光强, $Q$  表示线偏振光水平分量与垂直分量的差值, $U$  表示线偏振光  $45^\circ$ 分量与  $135^\circ$ 分量的差值, $V$  表示圆偏振光左旋光强度与右旋光强度的差值, $E_H(t)$ 、 $E_V(t)$  分别表示电场矢量  $\mathbf{E}(r,t)$  的水平分量和垂直分量, $\delta_H$ 、 $\delta_V$  分别表示电场矢量  $\mathbf{E}(r,t)$  水平、垂直两个分量的相位角, $\delta = \delta_H - \delta_V$  表示电场矢量水平、垂直两个分量的相位差。对  $E_H(t)$  求时间平均可得

$$\langle E_H^2(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T E_H^2(t) dt. \quad (2)$$

由光子偏振态变化引起的量子误码率定义为  $Q_{\text{BER}}$ 。光子偏向角  $\theta$  是指初始光子与到达探测器之前的光子的 Stokes 矢量的夹角。对于光子而言,利用检偏器进行检测时,光子以  $\cos^2(\theta/2)$  的概率通过检偏器<sup>[14]</sup>,则量子误码率与光子偏向角的关系为

$$Q_{\text{BER}} = 1 - \cos^2(\theta/2), \quad 0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ. \quad (3)$$

线偏振度的表达式为

$$D_{\text{OLP}} = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2}}{I}. \quad (4)$$

由于散射光为线偏振光,故将(4)式作为光子偏振保真度的一个考量参数。

### 2.2 Mie 散射理论

光子在传输过程中遇到泡沫粒子时会发生散射,其传播方向、偏振态以及振幅相位均会发生变化,目前普遍采用一个  $4 \times 4$  的 Mueller 矩阵<sup>[15]</sup>来表示其散射作用,即

$$\mathbf{S}' = \mathbf{M}\mathbf{S}, \quad (5)$$

式中  $\mathbf{M}$  为 Mueller 矩阵。如图 1 所示,将泡沫粒子看作空心分层球形粒子,图中  $a$ 、 $b$  分别为泡沫粒子的内、外半径,实际海面泡沫粒径分布基本服从泊松分布,即

$$P(r=k) = \frac{\lambda_i^k}{k!} e^{-\lambda_i}, \quad k=0,1,2,\dots, \quad (6)$$

式中  $\lambda_i$  为泡沫外半径的平均值,其取值范围为  $200 \sim 300 \mu\text{m}$ ,  $r$  为泡沫粒子的半径。

运用近似 Mie 散射理论分析泡沫粒子的散射特性<sup>[15]</sup>。对于球形散射粒子而言, Mueller 矩阵可以简化为

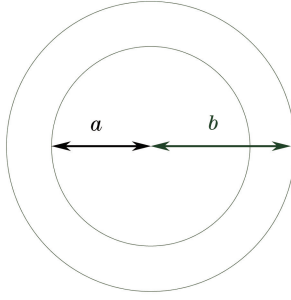


图 1 泡沫粒子微结构示意图

Fig. 1 Diagram of micro-structure of foam particle

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_1 & m_2 & 0 & 0 \\ m_2 & m_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & m_4 \\ 0 & 0 & -m_4 & m_3 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

式中  $m_1 = (|S_2|^2 + |S_1|^2)/(2k^2)$ ,  $m_2 = (|S_2|^2 - |S_1|^2)/(2k^2)$ ,  $m_3 = (S_2^* S_1 + S_1^* S_2)/(2k^2)$ ,  $m_4 = (S_2^* S_1 - S_1^* S_2)/(2k^2)$ ,  $k$  为介质波数,  $S_1$  和  $S_2$  为关于散射角的散射振幅函数, \* 表示复共轭。  $S_1$  和  $S_2$  可分别表示为

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \pi_n + b_n \tau_n), \quad (8)$$

$$S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \tau_n + b_n \pi_n), \quad (9)$$

式中  $a_n$  和  $b_n$  为 Mie 散射系数;  $\pi_n$  和  $\tau_n$  为关于  $\theta$  的函数, 可分别表示为

$$\pi_n = \frac{dP_n(\cos \theta)}{d \cos \theta}, \quad (10)$$

$$\tau_n = \frac{dP_n^{(1)}(\cos \theta)}{\theta}, \quad (11)$$

式中  $P_n(\cos \theta)$  为第一类 Legendre 函数,  $P_n^{(1)}(\cos \theta)$  为一阶  $n$  次连带 Legendre 函数。

球形散射粒子的  $a_n$  和  $b_n$  的表达式分别为

$$a_n = \frac{[\sigma j_n(\sigma)]' [j_n(\zeta) + B_n(\zeta, \chi) y_n(\zeta)] - \{ [\zeta j_n(\zeta)]' + B_n(\zeta, \chi) [\zeta y_n(\zeta)]' \} j_n(\sigma)}{[\sigma h_n(\sigma)]' [j_n(\zeta) + B_n(\zeta, \chi) y_n(\zeta)] - \{ [\zeta j_n(\zeta)]' + B_n(\zeta, \chi) [\zeta y_n(\zeta)]' \} h_n(\sigma)}, \quad (12)$$

$$b_n = \frac{[\sigma j_n(\sigma)]' \zeta [j_n(\zeta) + A_n(\zeta, \chi) y_n(\zeta)] - \{ [\zeta j_n(\zeta)]' + A_n(\zeta, \chi) [\zeta y_n(\zeta)]' \} \sigma^2 j_n(\sigma)}{[\sigma h_n(\sigma)]' \zeta^2 [j_n(\zeta) + B_n(\zeta, \chi) y_n(\zeta)] - \{ [\zeta j_n(\zeta)]' + B_n(\zeta, \chi) [\zeta y_n(\zeta)]' \} h_n(\sigma)}, \quad (13)$$

式中  $\sigma = k\alpha$ , 其中  $\alpha = 2\pi r/\lambda_p$  为泡沫尺度参数,  $\lambda_p$  为入射光波长;  $\zeta = k_a a$ ,  $\chi = k_b b$ , 其中  $k_a$ 、 $k_b$  分别为壳、核波数;  $j_n(\cdot)$ 、 $h_n(\sigma)$  分别为第一类 Bessel 球函数和半整数阶第二类 Hankel 函数;  $A_n(\zeta, \chi)$ 、 $B_n(\zeta, \chi)$  已由相关文献给出<sup>[16-17]</sup>;  $y_n(\cdot)$  为 Neumann 函数。

球形粒子发生散射时, 散射角可由散射相位函数确定, 采用 Henyey-Greenstein 函数<sup>[18]</sup>可近似表示泡沫粒子的散射相位函数, 即

$$F(\theta) = \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g \cos \theta)^{3/2}}, \quad (14)$$

式中  $g$  为非对称因子, 表示前、后向散射不对称的程度,  $g \in [0, 1]$ 。

对散射相位函数进行抽样可得到  $\theta = \arccos \left\{ \frac{1}{2g} \left[ (1 + g^2) - \frac{(1 - g^2)^2}{(1 + g - 2g\omega_1)^2} \right] \right\}$ , 方位角  $\varphi = 2\pi\omega_2$ , 其中  $\omega_1$ 、 $\omega_2$  均为  $[0, 1]$  内均匀分布的随机数。

### 3 数值结果与分析

仿真参数主要来自文献[19],设定泡沫膜厚度为  $20\ \mu\text{m}$ ,泡沫层厚度  $d$  分别为 2, 4, 6 cm,海水的蓝绿窗口为  $450\sim 570\ \text{nm}$ ,初始光子 Stokes 矢量为  $(1, 1, 0, 0)^\text{T}$ ,  $g=0.3$ ,发射光子数为  $10^4$ 。

图 2 和图 3 分别为在预先设定光波长为  $500\ \text{nm}$ 、泡沫平均外半径  $\lambda_f=250\ \text{nm}$  条件下的量子误码率和光子偏振保真度与泡沫散射系数  $\mu_s$  的关系图。可以看出,当泡沫层厚度一定时,量子误码率会随着泡沫散射系数的增大而增大,最高可达  $6.5\%$ ,同时接收到的光子偏振保真度也会随之下降。此外,泡沫层厚度对量子误码率以及光子偏振保真度也有很大影响,泡沫层厚度越大,量子误码率越高,光子偏振保真度越低。这主要是因为散射系数的增大使得光子的随机步长减小、泡沫层的厚度增大、光子的碰撞次数增加,从而增强了散射作用。

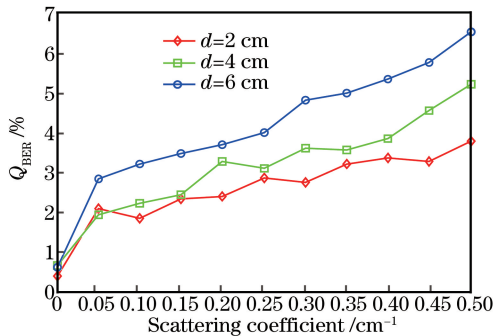


图 2 不同  $d$  值下量子误码率随散射系数的变化  
Fig. 2 Variation in  $Q_{\text{BER}}$  with scattering coefficient under different  $d$

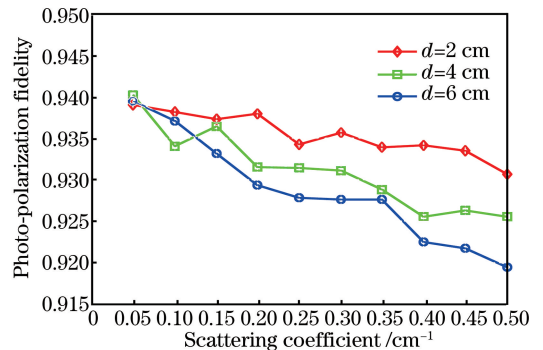


图 3 不同  $d$  值下光子偏振保真度随散射系数的变化  
Fig. 3 Variation in photon-polarization fidelity with scattering coefficient under different  $d$

图 4 为光子的碰撞次数随泡沫散射系数和泡沫层厚度的变化。由图 4 可以看出,泡沫散射系数的增大和泡沫层厚度的增加确实会导致光子碰撞次数的增加,从而增强了散射作用。当泡沫层厚度大于 4 cm 后,平均碰撞次数将会超过 2 次。

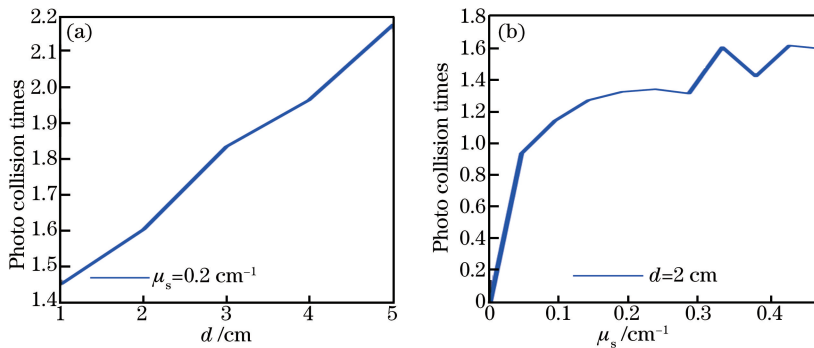


图 4 光子碰撞次数随(a)泡沫层厚度  $d$  和(b)散射系数  $\mu_s$  的变化

Fig. 4 Variation in photo collision times with (a) foam layer thickness  $d$  and (b) scattering coefficient  $\mu_s$

图 5 为光子偏振保真度以及接收光子数与泡沫吸收系数  $\mu_a$  的关系。从图 5(a)可以看出,泡沫的吸收系数几乎不会影响光子的偏振态,光子的偏振保真度基本维持在  $94\%$  以上。从图 5(b)可以看出,泡沫吸收系数的增大会增加光子被泡沫吸收的概率,导致接收到的光子数减少、传输损耗增大和量子误码率降低。

图 6 为泡沫散射系数、吸收系数分别为  $0.5\ \text{cm}^{-1}$  和  $0.02\ \text{cm}^{-1}$  且泡沫层厚度为 2 cm 时,量子误码率与入射光波长的关系。从图 6 中可以看出,在  $\lambda_f$  确定的情况下,随着  $\lambda_p$  的增大,量子误码率出现了明显的上升趋势,基本与  $\lambda_p$  成正比。 $\lambda_f$  越大,量子误码率越小。总体而言, $\lambda_f$  的增加以及  $\lambda_p$  的减小均会导致  $\alpha$  的增加,这说明在  $\alpha$  的经典取值区间内,量子误码率随  $\alpha$  的增加而降低。

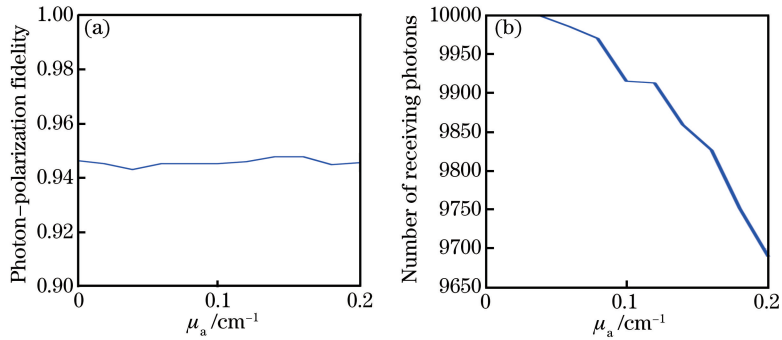


图 5 (a)光子偏振保真度和(b)接收光子数随吸收系数  $\mu_a$  的变化

Fig. 5 Variations in (a) photon-polarization fidelity and (b) number of receiving photons with absorption coefficient  $\mu_a$

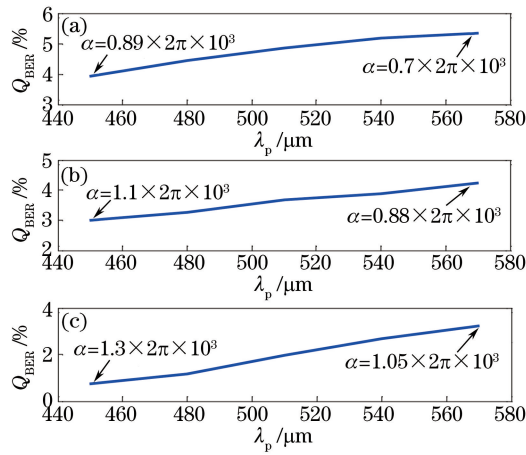


图 6 不同  $\lambda_f$  下  $Q_{BER}$  随波长的变化。(a)  $\lambda_f = 200 \mu\text{m}$ ; (b)  $\lambda_f = 250 \mu\text{m}$ ; (c)  $\lambda_f = 300 \mu\text{m}$

Fig. 6 Variation in  $Q_{BER}$  with wavelength under different  $\lambda_f$ . (a)  $\lambda_f = 200 \mu\text{m}$ ; (b)  $\lambda_f = 250 \mu\text{m}$ ; (c)  $\lambda_f = 300 \mu\text{m}$

## 4 结 论

运用 Mie 散射理论,分析了在光子穿越海面泡沫层的过程中海面泡沫对光子偏振的影响。特别考虑了泡沫粒子与实心粒子存在的散射特性差异,引入了空心粒子的 Mie 散射系数,更加符合实际情况。推导了光子穿过泡沫层后的量子误码率和光子偏振保真度的计算公式,运用蒙特卡罗法模拟了光子在泡沫层的整个传输过程。仿真结果表明:泡沫散射系数和泡沫层厚度的增大都会加大光子的退偏效应,从而导致量子误码率升高;泡沫吸收系数对光子偏振态的影响很小,主要会减少被探测到的光子数,引起量子密钥生成率的降低;泡沫粒子的尺度参数也是影响量子误码率的一个重要因素,随着泡沫尺度参数的增大,量子误码率降低。因此在海水对光的损耗能接受的波长范围内,尽量采用波长较短的发射光,以降低量子误码率。

## 参 考 文 献

- [1] Bennett C H. Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing[C]. IEEE International Conference on Computers Systems and Signal Processing, 1984: 175-179.
- [2] Hwang W Y. Quantum key distribution with high loss: Toward global secure communication[J]. Physical Review Letters, 2003, 91(5): 057901.
- [3] Tang Y L, Yin H L, Chen S J, *et al.* Measurement-device-independent quantum key distribution over 200 km[J]. Physical Review Letters, 2014, 113(19): 190501.
- [4] Yin H L, Chen T Y, Yu Z W, *et al.* Measurement-device-independent quantum key distribution over a 404 km optical fiber[J]. Physical Review Letters, 2016, 117(19): 190501.
- [5] Zhang Liang, Wang Jianyu, Jia Jianjun, *et al.* Design and performance of fine tracking system based on CMOS for quantum communication[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(2): 0205008.

- 张亮, 王建宇, 贾建军, 等. 基于 CMOS 的量子通信精跟踪系统设计及检验[J]. 中国激光, 2011, 38(2): 0205008.
- [6] Lanzagorta M. Quantumradar[J]. Underwater communications[M]. Vermont: Morgan & Claypool, 2012.
- [7] Monahan E C, Spiel D E, Davidson K L. A model of marine aerosol generation via whitecaps and wave disruption[M]. Netherlands: Springer, 1986: 167-174.
- [8] Akyuz E, Celik E. A modified human reliability analysis for cargo operation in single point mooring (SPM) off-shore units[J]. Applied Ocean Research, 2016, 58: 11-20.
- [9] Liang Yu, Guo Lixin. Study of the electromagnetic scattering from the rough sea surface with bubbles/foams by the modified two-scale method[J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(9): 6158-6166.  
梁玉, 郭立新. 气泡/泡沫覆盖粗糙海面电磁散射的修正双尺度法研究[J]. 物理学报, 2009, 58(9): 6158-6166.
- [10] Ji Yanjun, He Junhua, Chen Liangyi. Scatter light of bubble and the distribution of the bubble size[J]. Laser Technology, 2004, 28(4): 414-416.  
纪延俊, 何俊华, 陈良益. 气泡的散射光与气泡尺寸分布[J]. 激光技术, 2004, 28(4): 414-416.
- [11] Du Yongcheng, Yang Li. Confirm of scattering direction and comparison of two modes in Monte Carlo photons tracking [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(8): 0829002.  
杜永成, 杨立. 蒙特卡罗追踪光子的散射方向确定及两种追踪模式比较[J]. 光学学报, 2013, 33(8): 0829002.
- [12] Xiao Yueyu, Yang Huixiang, Xu Huaibao, *et al.* Measuring Jones matrix of arbitrary orthogonal basic vectors based on Stokes space[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(9): 092604.  
肖悦娱, 杨辉祥, 徐怀宝, 等. 基于斯托克斯空间的任意正交基矢下琼斯矩阵的测量[J]. 激光与光电子学进展, 2016, 53(9): 092604.
- [13] He Xianqiang, Pan Delu, Bai Yan, *et al.* Rough sea-surface model for vector radiative transfer of coupled ocean-atmosphere system[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(3): 618-624.  
何贤强, 潘德炉, 白雁, 等. 海洋大气耦合矢量辐射传输粗糙海面模型[J]. 光学学报, 2010, 30(3): 618-624.
- [14] Shi Xueshun, Liu Changming, Zhao Kun, *et al.* Measurement system for quantum efficiency of the single photon detector based on correlated photons[J]. Acta Photonica Sinica, 2017, 46(3): 0304001.  
史学舜, 刘长明, 赵坤, 等. 基于相关光子的单光子探测器量子效率测量系统[J]. 光子学报, 2017, 46(3): 0304001.
- [15] Zhang Wei, Lu Yuan, Du Shiming, *et al.* Analysis of characteristics of Mie scattering[J]. Optical Technique, 2010, 36(6): 936-939.  
张伟, 路远, 杜石明, 等. 球形粒子 Mie 散射特性分析[J]. 光学技术, 2010, 36(6): 936-939.
- [16] Tsang L, Ding K H, Zhang G, *et al.* Backscattering enhancement and clustering effects of randomly distributed dielectric cylinders overlying a dielectric half space based on Monte-Carlo simulations[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 1995, 43(5): 488-499.
- [17] Rapsomanikis A N, Eleftheriou A, Mikeli M, *et al.* A Monte Carlo simulator dedicated to a time-resolved optical tomographic modality based on the Henyey-Greenstein phase function[C]. IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference, 2015: 16356874.
- [18] Wei Anhai, Zhao Wei, Han Biao, *et al.* Simulative study of optical pulse propagation in water based on Fournier-Forand and Henyey-Greenstein volume scattering functions[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(6): 0601003.  
魏安海, 赵卫, 韩彪, 等. 基于 Fournier-Forand 和 Henyey-Greenstein 体积散射函数的水中光脉冲传输仿真分析[J]. 光学学报, 2013, 33(6): 0601003.
- [19] Camps A, Vall-Llossera M, Villarino R, *et al.* The emissivity of foam-covered water surface at L-band: Theoretical modeling and experimental results from the Frog 2003 field experiment [J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2005, 43(5): 925-937.