

基于小波阈值消噪的激光多普勒速度信号处理

刘让雷¹, 张达², 姚静¹, 张明¹

¹青岛科技大学机电工程学院, 山东 青岛 266061;

²青岛科技大学自动化与电子工程学院, 山东 青岛 266061

摘要 针对实际激光多普勒速度信号中混有大量噪声信号、难以找到所需多普勒频移的问题,提出了一种小波阈值消噪方法。根据多普勒信号的特点,通过选取合适的小波分解层数、小波基函数、阈值函数和阈值估计方法,实现小波阈值消噪的最优效果。Matlab 仿真和实验结果表明,小波阈值消噪可以快速有效地消除多普勒信号中的噪声信号,提高信噪比,得到有用信号,有助于准确地寻找到所需的多普勒频移。小波阈值消噪方法中的分层阈值消噪效果优于全局阈值消噪。

关键词 信号处理; 阈值函数; 多普勒频移; 小波基函数; 阈值消噪

中图分类号 TN247 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP54.120701

Processing of Laser Doppler Velocity Signal Based on Wavelet Threshold De-Noiseing

Liu Ranglei¹, Zhang Da², Yao Jing¹, Zhang Ming¹

¹College of Electromechanical Engineering, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266061, China;

²College of Automation and Electronic Engineering, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266061, China

Abstract The actual laser Doppler velocity signal is always mixed with noise, which leads to great difficulty to find required Doppler frequency shift. In view of this problem, a wavelet threshold de-noising method is presented. According to the characteristics of the Doppler signal, the optimal effect of wavelet threshold de-noising is obtained when we choose proper wavelet decomposition layer number, wavelet basis function, threshold function and threshold estimation method. Results of Matlab simulations and experiments show that the wavelet threshold de-noising method can eliminate the noise in Doppler signals quickly and effectively, so that the signal to noise ratio is improved and the useful signal is obtained. In addition, the method is helpful to find required Doppler frequency shift more accurately, and the hierarchical threshold de-noising effect in wavelet threshold de-noising method is better than the global threshold de-noising effect.

Key words signal processing; threshold function; Doppler frequency shift; wavelet basis function; threshold de-noising

OCIS codes 070.1170; 070.2615; 070.4340

1 引言

激光多普勒测速系统是利用激光的多普勒效应来测量运动物体速度的实时测量系统,具有非接触性、可测体积小、响应速度快、测量精度高、测量量程大和可进行多维测量等特点^[1-2],因此对激光多普勒测速系统进行研究具有重要意义。对多普勒速度信号的处理是激光多普勒测速的一个重要环节,目前主要采用快速傅里叶变换(FFT)的方法进行信号处理。但由于FFT丢掉了时间信息,无法对某一时间段所对应的频域信

收稿日期: 2017-06-06; 收到修改稿日期: 2017-07-10

作者简介: 刘让雷(1993—),男,硕士研究生,主要从事精密与特种加工技术方面的研究。E-mail: 519032757@qq.com

导师简介: 张明(1960—),男,博士,教授,主要从事精密与特种加工技术方面的研究。E-mail: zhangming60@163.com

息或者某一频段所对应的时间信息进行分析,因此利用 FFT 分析非平稳信号会存在不足^[3]。此外,建立在 FFT 中的短时傅里叶变换虽然可以反映信号的局部特性,但由于其窗函数为固定窗函数,因此采用大时间窗函数对低频信号进行分析的同时无法采用小时间窗函数对高频信号进行分析^[4]。小波变换是一种时间窗和频率窗都可以改变的时频分析方法,该方法在低频部分具有较高的频率分辨率和较低的时间分辨率,在高频部分具有较高的时间分辨率和较低的频率分辨率^[5-8]。本文通过对小波分解层数和小波基函数的选取以及对阈值函数和阈值估计方法的确定,实现了小波阈值消噪的最优效果。

2 激光多普勒测速原理与信号的仿真

2.1 多普勒测速原理

激光照射到运动物体表面时,会在物体表面发生漫反射,从运动物体表面散射回来的光波频率会发生一定的频率偏移(即多普勒频移)。要将所需激光的多普勒频移从收集光中解调出来,就必须对接收光的光频进行测量。由于可见光波频率通常为 10^{14} Hz 左右,而实际的多普勒频移为兆赫兹量级,所以通过光电探测器直接检测散射光的频率并测得多普勒频移的大小比较困难。光学外差检测作为一种通用的激光多普勒检测技术,将待测光与本振光一起入射至光电探测器,在光电探测器的光敏面上形成干涉图样并直接输出光电子流。本实验选择光学外差检测中的双光束-双散射模式光路的原因是双光束-双散射模式光路中的多普勒频移与散射光无关,只与两个入射光的方向有关。在实际测量中,光束 W_1 、 W_2 方向入射到运动物体的表面,在被测物体表面形成一个极小的测量光斑,两入射光束都被散射,考察 S 方向上的散射光频移。图 1 为双光束-双散射模式光路示意图。

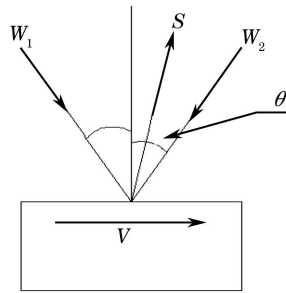


图 1 双光束-双散射模式光路示意图

Fig. 1 Diagram of double beam-double scattering mode light path

多普勒频移与速度之间的关系为

$$V = \frac{\lambda}{2\sin\theta} \Delta f, \quad (1)$$

式中 V 为速度, Δf 为多普勒频移, θ 为入射光线与交角平分线的夹角, λ 为激光波长。

由(1)式可知, Δf 与 V 呈线性关系,因此在实际测速中,只要能准确地寻找出多普勒频移 Δf ,就可以快速计算出相应的速度。

2.2 激光多普勒信号仿真

双光束-双散射模式光路将两束不同方向的入射光在同一方向上的散射光会聚到光电探测器中进行外差,以获得多普勒频移。双光束采用两束等强度的相交光束,在它们的相交体积中会产生一组干涉条纹。当运动物体穿过干涉条纹时,光电探测器上的散射光强度会发生变化,其变化率与速度成正比。因此光电探测器中产生的光电流 $i(t)$ 的表达式^[9]为

$$i(t) = i_d \exp\left\{-\left[\frac{2\sqrt{2}(t-t_0)}{\tau}\right]^2\right\} + i_a \exp\left\{-\left[\frac{2\sqrt{2}(t-t_0)}{\tau}\right]^2\right\} \cos[2\pi f_D(t-t_0)], \quad (2)$$

式中 i_d 为基底信号的最大幅度, i_a 为余弦信号的最大幅度,且 $i_a > i_d$,这里设 $i_d = 2$, $i_a = 5$; f_D 为实际多普勒频率; $\tau = N_f / f_D$,其中 N_f 为测量物体中的干涉条纹数,由于在激光测速系统中 N_f 一般都不小于 10,因此设 $N_f = 10$; $t_0 = a / F_s$ 为粒子到达时刻,其中 F_s 为采样频率, $a = a_1, a_2, \dots, a_{20}, a_{n+1} - a_n$ 为一个基波信号中数

据的个数,此处设 $a_{n+1} - a_n = 1000, a_1 = 0$ 。当 $a = a_1$ 时, $i(t) = i_1$, 所需信号 $i(t) = i_1 + i_2 + \dots + i_{20}$, i_1 为基波信号,其基本波形如图 2 所示。

由图 2 可知,一个基波信号由两部分叠加而成:虚线部分为呈高斯分布且最大幅度为 i_d 的基底信号,它是由入射光束的高斯光强变化所产生的;实线部分是包络为高斯分布的余弦信号,它是两束散射光互相干涉的结果。

对(2)式进行傅里叶变换,可以得到多普勒速度信号的频域信号为

$$I(f) = \left(\frac{i_d \tau}{2}\right) \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{\pi f \tau}{2\sqrt{2}}\right) + \left\{ \exp\left\{-\left[\frac{\pi(f + f_D) \tau}{2\sqrt{2}}\right]^2\right\} + \exp\left\{-\left[\frac{\pi(f - f_D) \tau}{2\sqrt{2}}\right]^2\right\} \right\} \left(\frac{i_a \tau}{4}\right) \left(\frac{\pi}{4}\right)^{1/2} \quad (3)$$

多普勒速度信号的频谱图如图 3 所示。由图可知,频谱图也由两部分组成:一部分是频率较低的基底信号,其带宽为最大幅度的 10%,即 $e/(2\tau)$, e 为电子电量;另一部分是多普勒信号,其带宽范围为 $f_D - e/(2\tau)$ 至 $f_D + e/(2\tau)$ 。因此可以直接采用基底滤波的方法滤掉低频信号,保留所需要的多普勒频率信号,以便进行处理。

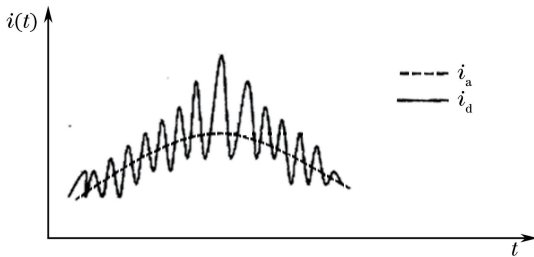


图 2 基波信号波形

Fig. 2 Waveform of fundamental signal

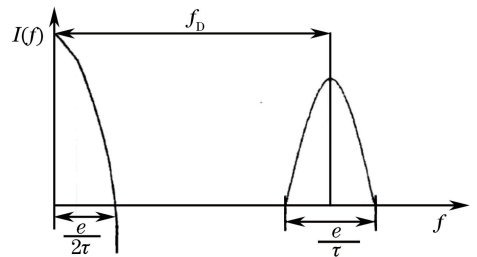


图 3 多普勒速度信号的频谱图

Fig. 3 Spectrogram of Doppler velocity signal

当 $f_D = 1 \times 10^5$ Hz、 $F_s = 5 \times 10^6$ 时,基波信号经基底滤波后的波形如图 4 所示。

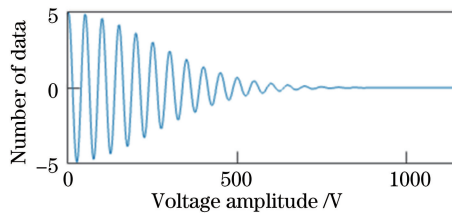


图 4 基波信号经基底滤波后的信号

Fig. 4 Signal of fundamental signal after basal filtering

当 $f_D = 1 \times 10^5$ Hz、 $F_s = 5 \times 10^6$ 时,截取 5 个基波信号 i_1, i_2, i_3, i_4 和 i_5 ,则信号 $i(t) = i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_5$ 经基底滤波后生成的仿真信号如图 5 所示。

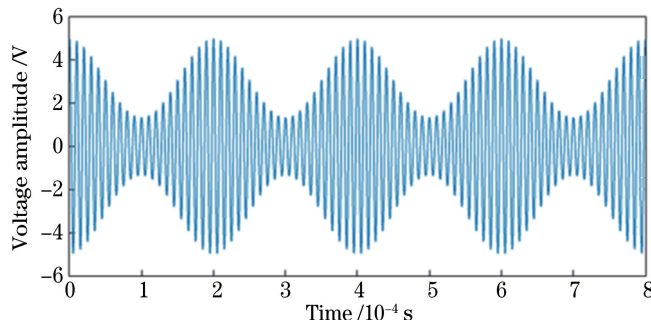


图 5 5 个基波信号经基底滤波后的仿真信号

Fig. 5 Simulation signal of five fundamental signals after basal filtering

仿真信号中加入高斯白噪声,生成信噪比(SNR)为 0 dB 的加噪仿真信号,其波形如图 6 所示。

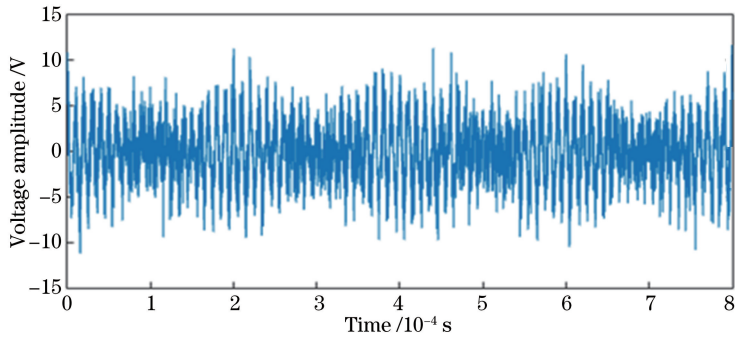


图 6 加噪仿真信号

Fig. 6 Simulation signal with noise

3 小波滤波方法的选取及原理

3.1 小波滤波方法的选取

小波消噪研究主要集中在 3 个方面,包括基于信号奇异性的模极大值重构消噪、基于信号尺度间相关性的空域相关消噪和基于小波变换解相关特性的小波阈值消噪。其中,小波阈值消噪具有简单、计算量小、消噪效果好及适用于低 SNR 信号的处理等特点,结合激光多普勒信号的特点(时效性较好),实验选用小波阈值消噪。

3.2 小波阈值消噪原理

3.2.1 小波变换

设 f 为原信号, $f = a_0$, 则 f 的正交小波变换分解公式为

$$\begin{cases} a_{j+1}(n) = \sum_{k=1}^n \bar{h}(k-2n)a_j(k) \\ d_{j+1}(n) = \sum_{k=1}^n \bar{g}(k-2n)d_j(k) \end{cases}, \quad (4)$$

式中 $a_j(k)$ 为尺度系数, $d_j(k)$ 为小波系数, j 为分解的层数, \bar{h} 、 \bar{g} 为一对正交镜像滤波器, n 为离散采样的点数。信号 $a_j(n)$ 经过冲击响应为 $\bar{h}(n)$ 的数字滤波器之后再抽取偶数样本即可得到 $a_{j+1}(n)$; 同样地, 信号 $d_j(n)$ 经过冲击响应为 $\bar{g}(n)$ 的数字滤波器之后再抽取偶数样本即可得到 $d_{j+1}(n)$ 。

小波重构过程是小波分解过程的逆运算, 相应的重构表达式为

$$a_j(n) = \sum_{k=1}^n \bar{h}(n-2k)a_{j+1}(k) + \sum_{k=1}^n \bar{g}(n-2k)d_{j+1}(k). \quad (5)$$

3.2.2 阈值函数

目前较为常用的两种阈值函数为硬阈值函数和软阈值函数, 其中硬阈值函数的表达式为

$$\bar{w}_{i,j} = \begin{cases} w_{j,k}, & |w_{j,k}| \geq T \\ 0, & |w_{j,k}| < T \end{cases}, \quad (6)$$

式中 $w_{j,k}$ 和 $\bar{w}_{i,j}$ 分别为消噪处理前后的小波系数, T 为选定的阈值。软阈值函数的表达式为

$$\bar{w}_{i,j} = \begin{cases} \text{sign}(w_{j,k})(|w_{j,k}| - T), & |w_{j,k}| \geq T \\ 0, & |w_{j,k}| < T \end{cases} \quad (7)$$

软阈值函数可以将连续点收缩到零, 避免存在间断, 从而使消噪重构后的信号更加光滑。虽然软阈值函数中 $w_{j,k}$ 和 $\bar{w}_{i,j}$ 总存在恒定的偏差, 造成一定的高频信息流失, 但多普勒速度信号中高频信息含有的有用信号较少, 因此实验阈值函数选为软阈值函数。

3.2.3 阈值估计方法

无论选择软阈值函数还是硬阈值函数, 针对其阈值的估计方法包括启发式阈值估计、固定阈值估计、无

偏似然阈值估计和极大极小阈值估计。极大极小阈值估计和无偏似然阈值估计较为传统,对于 SNR 较高的噪声信号,这两种估计方法非常有用。启发式阈值估计和固定阈值估计对噪声信号的消噪能力较强,但也有可能将高频信号中的有用信号除去,适用于低 SNR 的噪声信号。

4 多普勒信号仿真分析与实验

4.1 小波基与小波分解层数的选取

小波阈值消噪分为 3 个步骤,即小波分解、对分解后的高频系数进行阈值量化处理以及信号重构。消噪效果的好坏取决于小波基的选择、小波分解层数的确定和阈值函数及阈值估计方法的选取。由于小波基和小波分解层数的选取会对小波阈值消噪效果产生影响,因此选择最优的小波基和小波分解层数具有重要意义。

通常情况下,小波基函数的选择需要考虑正交性、正则性、对称性、紧支撑性、消失矩阶数和支撑宽度等因素,常用的 5 种小波簇的主要特征如表 1 所示。表中 N 为阶数, N_r 为 Bior 小波的重构阶数, N_d 为 Bior 分解小波基的阶数。

表 1 常用的 5 种小波簇的特征
Table 1 Characteristics of commonly used five wavelet clusters

Characteristic	Haar	DbN	BiorNr,Nd	CoifN	SymN
Regularity	No	Have	Have	Have	Have
Orthogonality	Have	Have	No	Have	Have
Compactly supported property	Have	Have	Have	Have	Have
Symmetry	Symmetry	Approximate symmetry	Asymmetric	Approximate symmetry	Approximate symmetry
Support width	1	$2N+1$	Refactoring $2N+1$ Decomposition $2^{N_d}+1$	$6N-1$	$2N-1$
Disappear moment order	1	N	N_r-1	$2N$	N

表 1 给出了各小波簇的特性和处理激光多普勒信号的要求(时效性要求高)。由于 SymN 小波簇的波形与多普勒信号的波形相似,因此选择 SymN 小波簇,又因为 Sym8 是 SymN 中的常用高级小波基,因此选择 Sym8 小波基。

在小波分解层数的选取过程中,选用 Sym8 小波函数,并用启发式阈值估计方法中的软阈值函数 Heursure-S 对加噪仿真信号进行消噪,通过反复分析比较消噪效果来确定分解层数,截取具有代表性的 3, 4, 5 层分解消噪效果,如图 7 所示。

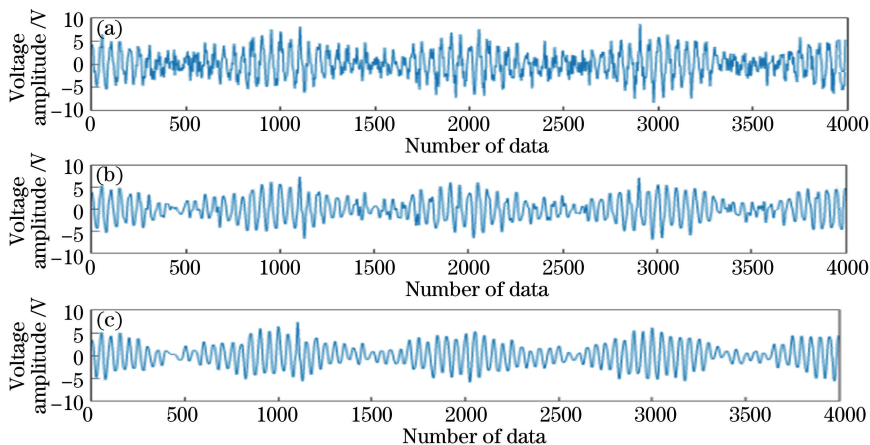


图 7 分层消噪结果。(a) 3 层;(b) 4 层;(c) 5 层

Fig. 7 Results of layered de-noising. (a) Three layers; (b) four layers; (c) five layers

通过图 7 可以看出,对加噪仿真信号进行消噪处理时,4 层分解消噪的消噪效果已基本可以达到最优默认阈值消噪效果。通过对加噪仿真信号进行多次消噪对比,可以确定小波分解层数为 4。

4.2 小波阈值消噪处理

小波阈值消噪从整体和局部的关系上可分为全局阈值消噪和分层阈值消噪两种。全局阈值消噪就是采用同一阈值对各级小波分解得到的高频系数进行消噪,分层阈值消噪则是基于一个阈值对小波分解的每一层进行消噪。理论上,分层阈值根据各层系数的特性进行阈值选取,更能灵活地处理含噪信号中的噪声。

4.2.1 全局阈值消噪

对加噪仿真信号选用 Sym8 小波函数,分解层数选为 4,阈值函数为软阈值函数。分别采用启发式阈值估计、无偏似然阈值估计、固定阈值估计和极值阈值估计方法进行消噪,得到的消噪结果如图 8 所示。消噪后的 SNR 依次为 8.82 dB、8.79 dB、8.91 dB 和 8.85 dB。

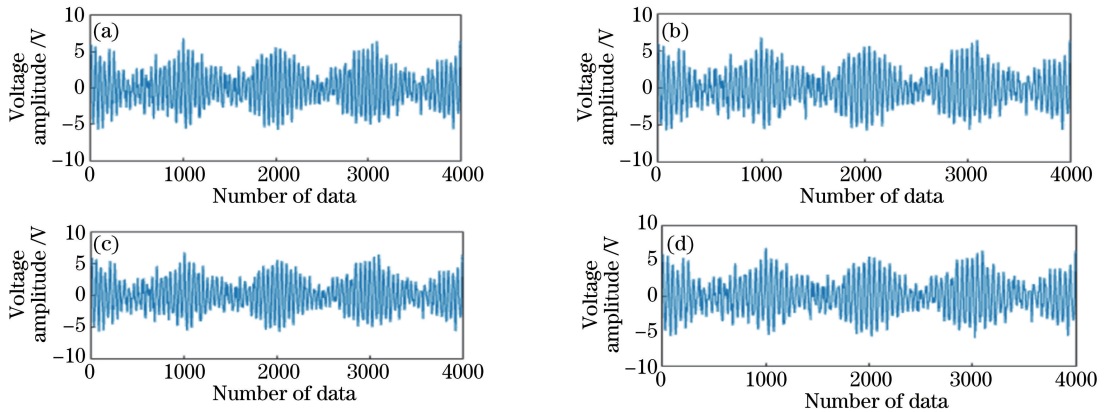


图 8 4 种阈值估计方法的消噪结果。(a)启发式阈值估计;(b)无偏似然阈值估计;(c)固定阈值估计;(d)极值阈值估计
Fig. 8 De-noising results of four threshold estimation methods. (a) Heuristic threshold estimation; (b) unbiased risk threshold estimation; (c) fixed threshold estimation; (d) extremum threshold estimation

4.2.2 分层阈值消噪

分层阈值消噪是基于一个阈值对小波分解的每一层进行消噪,因此首先要对加噪仿真信号进行小波分解,通过观察分解后各层小波系数的特性来选择与其合适的阈值进行消噪。对 SNR 为 0 dB 的加噪仿真信号进行 4 层小波分解,结果如图 9 所示。

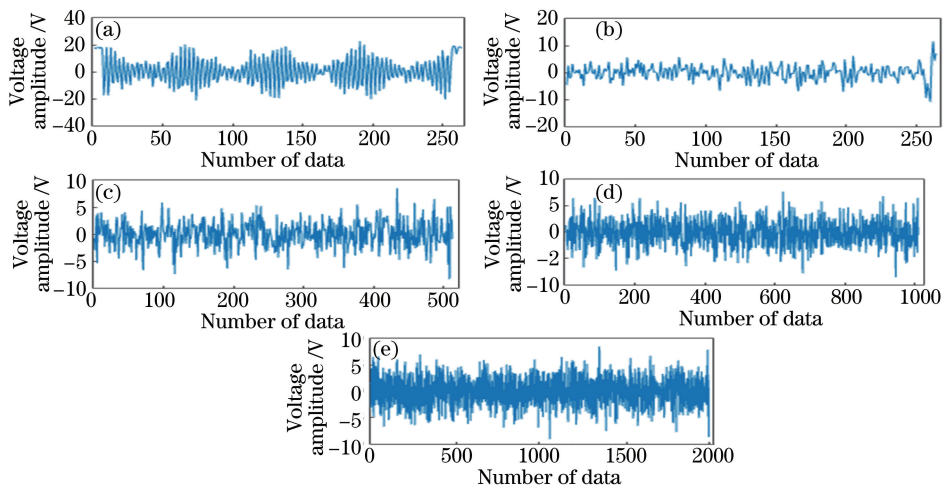


图 9 SNR 为 0 dB 时加噪仿真信号的小波分解。(a) a_4 ;(b) d_4 ;(c) d_3 ;(d) d_2 ;(e) d_1

Fig. 9 Wavelet decomposition of simulation signal with noise when SNR is 0 dB. (a) a_4 ; (b) d_4 ; (c) d_3 ; (d) d_2 ; (e) d_1

图 9 中 a_4 为低频系数, d_4 为第 4 层高频系数, d_3 为第 3 层高频系数, d_2 为第 2 层高频系数, d_1 为第 1 层高频系数。可以看出,信号的主要成分集中在 a_4 上,噪声的主要成分集中在 d_1 和 d_2 , d_3 和 d_4 虽然也含

有噪声,但不明显。通过对4种估计方法进行对比,对 d_3 和 d_4 采用有利于保留有用信号的极值阈值估计和无偏似然阈值估计进行处理,对 d_1 和 d_2 采用消噪能力较强的启发式阈值估计和固定阈值估计进行处理,处理结果如图10所示,消噪后的SNR为11.25 dB。

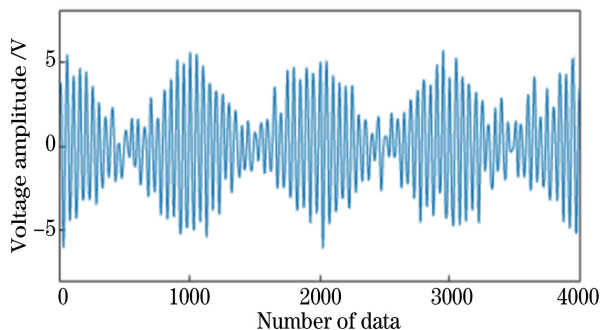


图10 分层阈值消噪结果

Fig. 10 Result of layered threshold de-noising

对多普勒速度信号进行消噪的最终目的是减小多普勒频移的绝对误差并提高测量精度。对消噪后的信号进行测速寻频时,一般选择小波变换后的功率谱图。这是由于噪声是一种能量分布比较均匀的信号,在功率谱图中不会出现比较大的突出峰,而多普勒信号的能量比较集中,在功率谱图中会有尖峰突起。对SNR为0 dB的加噪仿真信号运用全局阈值消噪中的启发式阈值估计进行消噪后的功率谱图如图11所示。

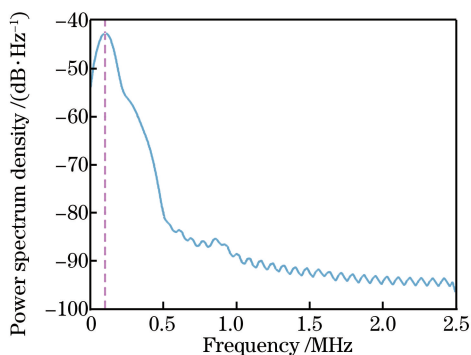


图11 消噪后的功率谱图

Fig. 11 Power spectrum after de-noising

分别对SNR为10 dB、5 dB、0 dB、-5 dB和-10 dB的加噪仿真信号进行全局阈值消噪中的启发式阈值估计和分层阈值消噪。对消噪后的信号分别进行测速寻频,求其绝对误差,并与直接对加噪信号进行测速寻频求得的绝对误差进行对比,结果如图12所示,图中对每个SNR的绝对误差都进行了10次仿真分析,并取其平均值。

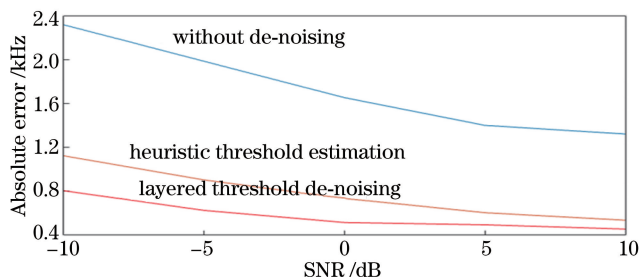


图12 绝对误差对比

Fig. 12 Contrast of absolute error

综上所述,运用小波阈值消噪可以快速有效地消除信号中的噪声信号并提高SNR,得到有用信号,并且小波分层阈值消噪的效果优于小波全局阈值消噪。

4.3 实 验

采用的双光束-双散射光学系统如图 13 所示。实验中使用电动机带动铝盘转动来模拟带材的运动,利用光电编码盘得到铝盘的实际转速。选用氩-氟激光器作为激光光源,波长为 632.8 nm,功率为 2 mW。利用一个分光镜、两个反射镜(M1 和 M2)和两个聚焦透镜(L1 和 L2)来实现光的分离、折射和聚焦。设计并制作了光电转换模块,利用示波器实现信号采集。由于散射光比较微弱,因此采用内部可增益的雪崩二极管(APD, AD230-8-TO52-S1 型, PACIFIC 公司, 德国)作为光电传感器,其暗电流为 0.3 nA,增益为 $10^2 \sim 10^4$,响应时间为 0.5 ns,噪声等效功率为 10~15 W,响应频率为 2 GHz。

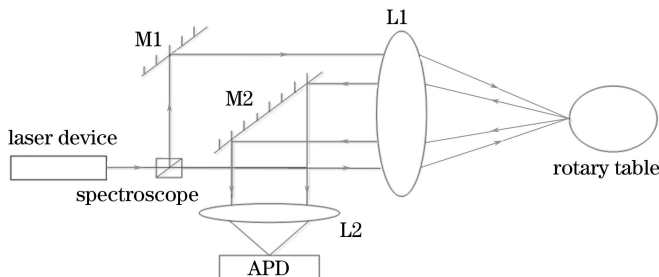


图 13 光学系统结构示意图

Fig. 13 Structural diagram of optical system

从实验测量数据中截取一组数据,其采样频率为 10^7 Hz,利用光电编码盘测得此时铝盘的实际转速为 0.478602 m/s。根据(1)式和实验中束入射光的夹角,计算得到真实的多普勒频移应为 335565 Hz,结果如图 14 所示。

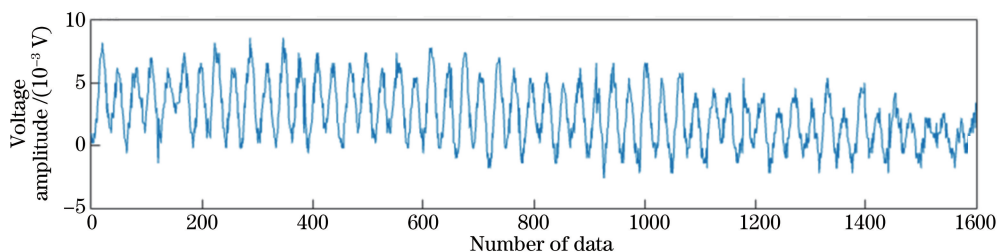


图 14 实测数据

Fig. 14 Measured data

对图 14 中的实测数据分别进行全局阈值消噪中的极值阈值估计和分层阈值消噪,选用 Sym8 小波函数,分解层数为 4,选用软阈值函数,其消噪结果如图 15 所示。

由图 15 可以看出,分层阈值消噪的效果要优于全局阈值消噪。利用小波变换后的功率谱图得到全局阈

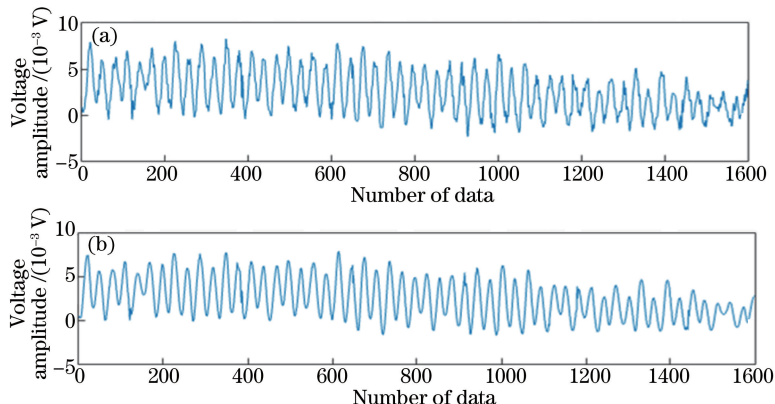


图 15 实测数据消噪结果对比。(a)全局阈值消噪;(b)分层阈值消噪

Fig. 15 Contrast of measured data de-noising results. (a) Global threshold de-noising; (b) layered threshold de-noising

值消噪后的多普勒频移为 334201 Hz, 分层阈值消噪后的多普勒频移为 335027 Hz, 可见分层阈值消噪可以更好地保留有用信号。

5 结 论

运用小波阈值消噪对激光多普勒速度信号进行消噪, 根据多普勒速度信号的特点选择合适的阈值函数、小波基函数、分解层数和阈值估计方法。仿真和实验结果表明, 多普勒信号经小波阈值消噪后, 多普勒频移的绝对误差小于直接对信号进行傅里叶变换得到的频移绝对误差。其中小波阈值消噪中的分层阈值消噪在消噪效果、提高 SNR 及保留有用信号方面都优于全局阈值消噪, 是一种更为精确的消噪方法。小波阈值消噪在信号处理、图像处理及语音识别等领域具有广阔的应用前景。

参 考 文 献

- [1] Chen Lin, Yan Huan, Liu Ge. Analysis on LDV instantaneous velocity of suspended particles in oil[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2017, 29(2): 029003.
陈琳, 颜欢, 刘阁. 油中悬浮粒子激光多普勒测速瞬时速度的分析[J]. 强激光与粒子束, 2017, 29(2): 029003.
- [2] Liu Fan, Jin Shilong. Frequency analysis technology in laser Doppler velocimeter[J]. Infrared and Laser Engineering, 2012, 41(6): 1462-1470.
刘帆, 金世龙. 激光多普勒测速仪中的频谱分析技术[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(6): 1462-1470.
- [3] Fan Lei, Qi Guoqing. High accuracy frequency estimation algorithm of sinusoidal signals based on fast Fourier transform[J]. Journal of Computer Applications, 2015, 35(11): 3280-3285.
樊磊, 齐国清. 基于快速傅里叶变换的正弦信号频率高精度估计算法[J]. 计算机应用, 2015, 35(11): 3280-3285.
- [4] Dai Qianwei, Wu Kaijun, Zhang Bin. A study of application of short-time Fourier transform to GPR data interpretation [J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2016, 40(6): 1227-1230.
戴前伟, 吴凯钧, 张彬. 短时傅里叶变换在 GPR 数据解释中的应用[J]. 物探与化探, 2016, 40(6): 1227-1230.
- [5] Liu Mengmeng, Guo Rui, Liu Rongzhong, *et al.* Application of wavelet analysis in detected signal processing of terminal sensitive projectile[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2014, 34(1): 193-195.
刘萌萌, 郭锐, 刘荣忠, 等. 小波分析在末敏弹探测信号处理中的应用[J]. 弹箭与制导学报, 2014, 34(1): 193-195.
- [6] Chen Wenhui, Liu Qin, Liu Xiaomin. Application of wavelet threshold denoising method in signal processing of FMCW radar[J]. Computer Engineering and Applications, 2015, 51(8): 195-199.
陈文会, 刘芹, 刘小民. 小波阈值消噪在 FMCW 雷达信号处理中的应用[J]. 计算机工程与应用, 2015, 51(8): 195-199.
- [7] Yang Xiufang, Zhang Wei, Yang Yuxiang. Denoising technology of radar life signal based on lifting wavelet transform [J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(3): 0328003.
杨秀芳, 张伟, 杨宇祥. 基于提升小波变换的雷达生命信号消噪技术[J]. 光学学报, 2014, 34(3): 0328003.
- [8] Zhong Min, Chen Feng, Xiao Chao. Research on the nonlinearity mitigation by wavelet transform method in modulation profilometry[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(7): 071205.
钟敏, 陈锋, 肖朝. 小波变换减小调制度轮廓术中非线性研究[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(7): 071205.
- [9] Xu Zhumao. The study of laser Doppler velocimeter for solid surface[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2005: 22-25.