

光程不等对耦合双环谐振器传输特性的影响

刘鑫, 孔梅*

长春理工大学理学院物理系, 吉林 长春 130022

摘要 分析了两环光程不等对耦合双环谐振器透射谱的影响,并将其与单环谐振器的透射谱进行了对比,揭示了两环光程变化对结构传输特性影响的规律。分析结果表明,当两环光程不相等时,无论是否满足模式分裂条件,都会产生不对称的一窄一宽两个谐振峰,分别对应光在远离总线的环和靠近总线的环内的谐振。两个谐振峰的位置同时受两环之间耦合器的透射系数和两环光程偏离程度的影响。所研究的两环周长不相等的耦合双环谐振器的传输特性,可以为耦合双环谐振器的制作和传感应用提供理论指导。

关键词 集成光学; 耦合双环谐振器; 传输特性; 光程; 透射系数

中图分类号 TN256 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP54.111301

Influence of Optical Path Difference on Transmission Characteristics of Coupled Double-Ring Resonators

Liu Xin, Kong Mei

Department of Physics, School of Science, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China

Abstract Influence of optical path difference on the transmission spectra of coupled double-ring resonators (CDRR) is analyzed, and the transmission spectra of CDRR are compared with those of single-ring resonators. The influence of double-ring optical path variation on the structural transmission characteristics is revealed. The results show that when the double-ring optical paths are different, two asymmetrical resonant peaks, one narrow and one wide, are generated regardless of whether the splitting condition is satisfied. The two peaks correspond to the resonances of the light in the rings that are far from and close to the bus waveguide, respectively. The positions of the two resonant peaks are affected by both the transmission coefficient of the coupler between the two rings and the degree of deviation of the two-ring optical path. The study on the transmission characteristics of the CDRR with unequal ring optical paths can provide theoretical guidance for the fabrication and sensing application of CDRR.

Key words integrated optics; coupled double-ring resonators; transmission characteristics; optical path; transmission coefficient

OCIS codes 130.3120; 230.3120; 230.4555; 230.5750; 250.4745

1 引言

光波导微环谐振器是一种重要的光波导器件,具有结构简单、体积小、可以通过改变结构参数而实现丰富的输出特性等优点,基于其传输特性,光波导微环谐振器可实现滤波^[1-5]、调制^[6]、缓存^[7]、传感^[8]等多种功能。

耦合双环谐振器(CDRR)结构的简单性仅次于单环谐振器,但是由于两个波导环的存在,CDRR可以实现耦合谐振器诱导透明(CRIT)和耦合谐振器诱导吸收(CRIA),其色散特性丰富,可实现较明显的快、慢光现象,因此耦合双环谐振器得到研究者的广泛重视。对于两环周长严格相等的耦合双环谐振器,其透射和色散特性已得到深入研究^[9]。对于两环周长成倍数关系时透射谱的变化情况也有研究。研究发现,当两环周

收稿日期: 2017-05-14; **收到修改稿日期:** 2017-06-20

基金项目: 吉林省自然科学基金(201215137)

作者简介: 刘鑫(1984—),女,博士,讲师,主要从事导波光学方面的研究。E-mail: tlx0921@163.com

* **通信联系人.** E-mail: kongmei@cust.edu.cn

长不等且不成倍数关系时,CDRR 会出现极窄的吸收峰,且窄峰位置随环尺寸不同而移动^[7],这样的耦合双环谐振器可用于实现窄带滤波。由于导模折射率的变化引起的光程变化与环尺寸的变化等效,所以外界折射率变化也可以引起谐振峰的移动,这样的耦合双环谐振器也有望用于外界折射率或生化物质浓度的传感。因而,研究两环尺寸(光程)不等对耦合双环谐振器传输特性的影响具有重要的应用意义。

本文分析耦合双环谐振器的两环周长不相等情况下,两环周长对透射谱的影响,并与单环谐振结构进行对比,揭示两环光程不等对传输特性影响的规律。

2 透射率表达式和模式分裂条件

2.1 透射率表达式

耦合双环谐振器结构如图 1 所示,其传递函数为^[10]

$$\tau_2(\phi_1, \phi_2) = \frac{t_2 - a_2 \tau_1 \exp(i\phi_2)}{1 - t_2 a_2 \tau_1 \exp(i\phi_2)} = |\tau_2| \exp[i\phi_2^{(\text{eff})}], \quad (1)$$

式中 τ_1 为单环谐振器的传递函数,即:

$$\tau_1(\phi_1) = \frac{t_1 - a_1 \exp(i\phi_1)}{1 - t_1 a_1 \exp(i\phi_1)} = |\tau_1| \exp[i\phi_1^{(\text{eff})}], \quad (2)$$

式中 ϕ_i 和 a_i 分别为光绕第 i ($i=1,2$) 个环传输一周的相移和振幅传递因子, $\phi_1^{(\text{eff})}$ 和 $\phi_2^{(\text{eff})}$ 分别为单环谐振器和耦合双环谐振器的有效相移, t_i 为两个耦合器的透射系数。由(1)式可导出耦合双环谐振器的光强透射率为

$$T_2(\phi_1, \phi_2) = |\tau_2(\phi_1, \phi_2)|^2 = \frac{t_2^2 + a_2^2 |\tau_1|^2 - 2t_2 a_2 |\tau_1| \cos[\phi_2 + \phi_1^{(\text{eff})}]}{1 + t_2^2 a_2^2 |\tau_1|^2 - 2t_2 a_2 |\tau_1| \cos[\phi_2 + \phi_1^{(\text{eff})}]} \quad (3)$$

当两环光程相同时, $\phi_1 = \phi_2$, 当光程不等时, $\phi_1 \neq \phi_2$ 。所以利用(3)式,两环光程相同和不同情况下的透射谱都可以计算。

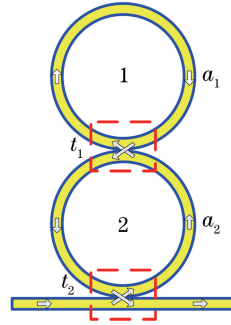


图 1 耦合双环谐振器结构图

Fig. 1 Structure of CDRR

2.2 两环光程相同时的模式分裂条件

耦合双环谐振器,由于两环之间的相互作用,可以产生类似于单环谐振器的谐振吸收谱,也可以出现谐振吸收峰分裂为两个,在原本不透明的区域出现透明区或吸收加强区的现象,这就是耦合双环谐振器中的 CRIT 效应和 CRIA 效应。

根据谐振点和分裂点的透射率来划分 CRIA 和 CRIT,根据(3)式,在谐振点,即 $\phi_1 = \phi_2 = 0$ 时, $T_2(0)$ 为谐振点透射率,而在分裂谐振点,即 $\phi_1 = \phi_2 = \phi_{\text{sp}}$ 时, $T_2(\phi_{\text{sp}})$ 为分裂谐振点透射率,当 $\Delta T \equiv T_2(0) - T_2(\phi_{\text{sp}}) > 0$ 时,谐振点透射率大于分裂点透射率,原来损耗最大的谐振点处的透射率得到提高,称为 CRIT;反之,当 $\Delta T \equiv T_2(0) - T_2(\phi_{\text{sp}}) < 0$,即分裂点透射率大于谐振点透射率时,谐振点损耗最大,称为 CRIA。方程 $\Delta T \equiv T_2(0) - T_2(\phi_{\text{sp}}) = 0$ 有两个根^[10]:

$$t_1^{(\text{ms})} = \frac{2a_1}{1 + a_1^2}, \quad (4)$$

$$t_1^{(cr)} = \frac{2t_2(1 - a_1^2 a_2^2)}{2a_1 t_2 (1 - a_2^2) + a_2 (1 - a_1^2) (1 + t_2^2)}, \quad (5)$$

首先,只有满足 $t_1 < t^{(ms)}$,才会产生模式分裂,满足此条件后,当 $t_1 < t_1^{(cr)}$ 时,产生 CRIT 效应,当 $t_1 > t_1^{(cr)}$ 时,产生 CRIA 效应^[10]。

3 两环光程不等对耦合双环谐振器传输特性的影响

3.1 原本无模式分裂时透射谱的变化

本研究计算时取两环基准周长(环1、环2周长分别为 L_1 、 L_2)均为 $100 \mu\text{m}$,直波导和微环的有效折射率均为 3,然后计算其中一个环轻微偏离基准波长时透射谱的变化。两环光程相同时,如果不满足上节给出的模式分裂条件,耦合双环谐振器的透射谱与单环类似,在谐振波长处透射率最低,如图 2 中实线所示,在 1554.4 nm 处有一个谐振吸收峰。

当其中一个环的光程改变时,透射谱发生分裂,如图 2 中虚线所示(图 2 中 $t_1 = 0.995$, $t_2 = 0.85$, $a_1 = 0.9$, $a_2 = 0.95$)。图 2(a)中,当环 2 尺寸不变,环 1 尺寸增大时,在原 1554.4 nm 谐振峰的右侧出现一小的吸收峰,随着环 1 尺寸增大,在一个谐振级次内,窄吸收峰向长波长方向移动,同时透射率增大。后文会提到,长波长处小谐振峰的位置与环 1 单独存在时的谐振峰位置基本对应。当环 1 尺寸不变,环 2 尺寸逐渐增大时,如图 2(b)所示,原 1554.4 nm 谐振波长附近只留下一个很小的谐振峰,在与环 2 光程对应的位置附近出现一大吸收峰。随着环 2 尺寸增大,宽峰向长波长方向移动,透射率变化不明显,但 1554.4 nm 附近的小吸收峰的透射率明显增大。图 2 中取 $t_1 > t_2$ 的情况,而对于 $t_1 < t_2$ 的情况,当两环光程不等时,其透射谱的变化情况与 $t_1 > t_2$ 时相同,只是虽然两环光程不相等但谐振峰分裂现象不明显,这是由 t_2 的增大引起的^[11]。

可见,对于这种原本没有模式分裂的情况,当两环光程不等时,原谐振峰分裂为一宽一窄两个谐振峰,窄的谐振峰与环 1 对应,而宽的谐振峰与环 2 对应,这是由于与环 2 相比,环 1 不与直波导直接耦合,与输入输出端口的隔离更好,光波在其中能更有效地谐振,因而带宽更窄。

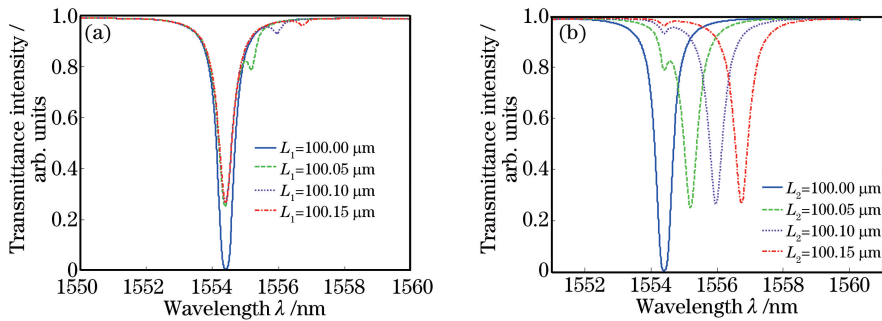


图 2 两环周长不等时,不满足模式分裂条件的耦合双环谐振器的透射谱。(a) $L_2 = 100 \mu\text{m}$; (b) $L_1 = 100 \mu\text{m}$

Fig. 2 Transmission spectra of CDRR without mode splitting conditions when optical paths of two rings are not equal. (a) $L_2 = 100 \mu\text{m}$; (b) $L_1 = 100 \mu\text{m}$

3.2 原本存在模式分裂时透射谱的变化

当耦合双环谐振器产生模式分裂时,它会产生 CRIT 效应和 CRIA 效应,与 CRIA 效应相比,CRIT 效应的透射谱两个分裂点较明显,导致谐振峰移动时效果更明显,下文只以 CRIT 效应为例,分析两环光程不等对透射谱的影响。

首先,固定环 1 周长为 $100 \mu\text{m}$,轻微增大环 2 周长的情况如图 3(a)所示(图 3 中 $t_1 = 0.995$, $t_2 = 0.85$, $a_1 = 0.998$, $a_2 = 0.95$),原模式分裂的两个分裂峰一个逐渐变宽,另一个逐渐变窄,两个分裂峰都向长波长方向移动。在两环周长相差 $0.015 \mu\text{m}$ 时,CRIT 效应的透射谱发生明显变形。然后,如果大跨度地增大两环光程差,如图 3(b)所示,原 CRIT 效应透射谱彻底变形为一窄一宽两个谐振峰,它们的位置分别趋向于环 1 和环 2 的谐振位置,所以都向长波长方向移动,但由于环 2 周长改变,宽峰移动非常明显。固定环 2 周长为 $100 \mu\text{m}$,大跨度增大环 1 周长的情况如图 3(c)所示,同样宽窄两个谐振峰都向长波长方向移动,但此时与环

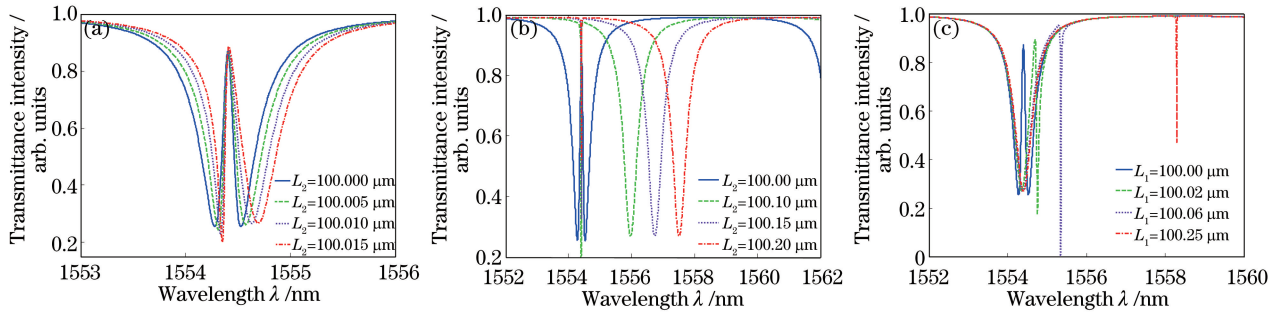


图3 分别改变两环光程时,CRIT透射谱的变化情况。

(a) $L_1 = 100 \mu\text{m}$; (b) $L_1 = 100 \mu\text{m}$, 大幅度增加两环光程差; (c) $L_2 = 100 \mu\text{m}$

Fig. 3 Variations of CRIT transmittance spectra when optical paths of two rings are changed respectively.

(a) $L_1 = 100 \mu\text{m}$; (b) $L_1 = 100 \mu\text{m}$, optical path difference of two rings is greatly increased; (c) $L_2 = 100 \mu\text{m}$

1 对应的窄峰移动更明显。

3.3 耦合双环谐振器分裂峰位置与单环谐振峰的关系

通过上面的分析可知,当耦合双环谐振器的两环周长不相等时,CRIT效应的透射谱会出现一窄一宽两个谐振峰,分别位于与环1和环2周长相同的单环谐振器的谐振峰附近,但一般与单环谐振峰的位置并不完全相同,下面对影响光程不等的耦合双环谐振峰位置的因素进行分析。

对于两环周长相等的耦合双环谐振器,之前的研究工作表明:两个分裂峰之间的距离与两环之间耦合器的透射系数 t_1 有关, t_1 越大两个分裂峰的间隔越小^[11]。图4(a)给出两环周长固定,但 t_1 不同情况下耦合双环谐振器的透射谱,可见与两环周长相等时 CRIT 分裂峰间隔随 t_1 变化的规律相同,即分裂峰之间的距离随 t_1 的增大而减小。又由图4(b)可见(图中 L 为单环周长),当 t_1 值取为 0.999 时,单环谐振峰的位置与耦合双环谐振峰的位置几乎完全重合。所以,单环谐振峰的位置与耦合双环谐振峰的位置不完全重合是由透射系数 t_1 的大小引起的。这说明,两环光程不等时,由于两环之间的相互耦合作用,两个分裂的谐振峰并不与两环单独的谐振峰重合。随着透射系数 t_1 的增大,两环之间的耦合作用逐渐减弱,因而两个分裂的谐振峰趋向于两环独立存在时的谐振位置。在实际传感应用中,由于环上包层探测物的改变会略微影响环的耦合器参数,这对于传感来说,会增大探测结果的不准确性,所以应该在合理的范围内尽量增大透射系数 t_1 ,从而抑制透射系数 t_1 对透射谱的影响。

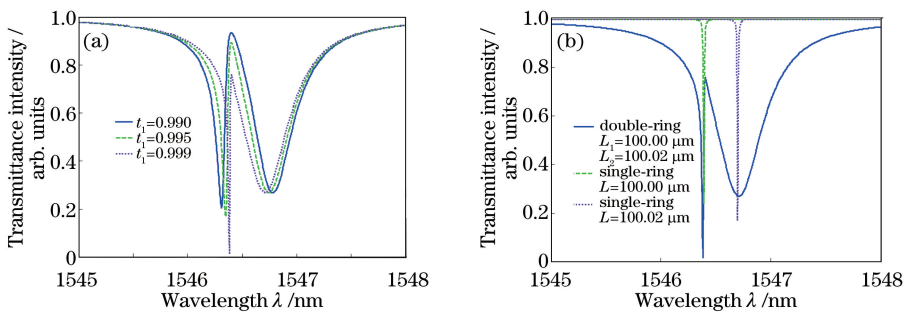


图4 透射系数 t_1 对单环和耦合双环谐振器分裂峰位置的影响。(a) $t_2 = 0.85$, $a_1 = 0.998$,

$a_2 = 0.95$, $L_1 = 100 \mu\text{m}$, $L_2 = 100.02 \mu\text{m}$; (b) $t_1 = 0.999$, $t_2 = 0.85$, $a_1 = 0.998$, $a_2 = 0.95$

Fig. 4 Influence of transmission coefficient t_1 on positions of peaks of single-ring resonator and CDRR.

(a) $t_2 = 0.85$, $a_1 = 0.998$, $a_2 = 0.95$, $L_1 = 100 \mu\text{m}$, $L_2 = 100.02 \mu\text{m}$; (b) $t_1 = 0.999$, $t_2 = 0.85$, $a_1 = 0.998$, $a_2 = 0.95$

另一方面,可以发现两环光程的偏离程度对两个分裂谐振峰与单环谐振峰位置的偏离也有影响。众所周知,对于周长相等的两个环($L_1 = L_2 = L$),它们的单圈相移相等,即 $\phi_1 = \phi_2$,它们共同的谐振峰位于 $\phi_1 = \phi_2 = 2\pi n_{\text{eff}} L / \lambda_q = q2\pi$ (q 为整数)对应的波长 λ_q 处。在 λ_m 和 λ_{m-1} 两个相邻谐振峰中间,反谐振波长位于 $\phi_1 = \phi_2 = (2m-1)\pi$ 对应的波长 $\lambda_a \approx (\lambda_m + \lambda_{m-1})/2$ (a 代表反谐振)处。当其中一个环,如环2的周长 L_2 增大,从而偏离 L ,与其对应的单环的谐振波长位于 $\phi_2 = 2\pi n_{\text{eff}} L_2 / \lambda_{s,m}^{(2)} = m2\pi$ (s 代表单环)对应的 $\lambda_{s,m}^{(2)}$ 处,上角

标 2 代表环 2。当 $\lambda_{s,m}^{(2)} < \lambda_a$ ，可以认为与环 2 对应的分裂峰位于 m 级次，如果 $\lambda_{s,m}^{(2)} > \lambda_a$ ，则认为与环 2 对应的谐振峰已经到了 $m-1$ 级次。如果只在一个谐振级次内讨论问题，可以限定 L_2 的增大极限为使得 $\lambda_{s,m}^{(2)} = \lambda_a$ 。从计算结果中发现，当 t_1 确定时， $\lambda_{s,m}^{(2)}$ 越趋近 λ_a ，两个分裂峰的位置越趋近于两个单环所对应的位置，如图 5 所示，其中 $t_1=0.995, t_2=0.85, a_1=0.998, a_2=0.95$ 。

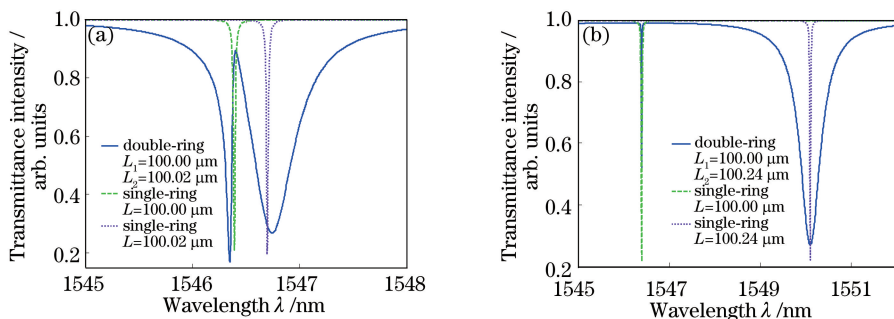


图 5 两环光程对两个分裂谐振峰与单环谐振峰位置的影响。(a) $\lambda_{s,m}^{(2)}$ 远离 λ_a 的情况；(b) $\lambda_{s,m}^{(2)}$ 趋近 λ_a 的情况

Fig. 5 Influence of deviation of optical paths of two rings on positions of peaks of single-ring resonator and CDRR.

(a) $\lambda_{s,m}^{(2)}$ away from λ_a ; (b) $\lambda_{s,m}^{(2)}$ close to λ_a

对于两环周长不相等结构，当 t_1 值确定，环 1 周长为 $L_1=100 \mu\text{m}$ ，增大环 2 的周长 L_2 ，在环 2 周长 $L_2=100.25 \mu\text{m}$ ，即环 2 对应的波长满足 $\lambda_{s,m}^{(2)}=\lambda_a$ 时，无论 t_1 值为多少，宽峰和窄峰的位置几乎不变，如图 6 (a)所示[图 6(a)中 $L_1=100 \mu\text{m}, L_2=100.25 \mu\text{m}, t_2=0.85, a_1=0.998, a_2=0.95$ ，图 6(b)和(c)中 $t_1=0.995, t_2=0.85, a_1=0.998, a_2=0.95$]，所以此时窄峰位置与单环谐振器的谐振峰位置几乎完全重合，如图 6(b)所示。同理，耦合双环谐振器中与环 1 相关的窄峰位置与周长为 $L=100 \mu\text{m}$ 的单环谐振器的谐振峰位置也几乎完全重合，如图 6(c)所示。综上，当 t_1 值确定，在满足 $\lambda_{s,m}=\lambda_a$ 的情况时，无论 t_1 值为多少，CRIT 效应的透射谱的两个谐振峰位置和与其周长相同的单环谐振器的谐振峰位置几乎完全重合。

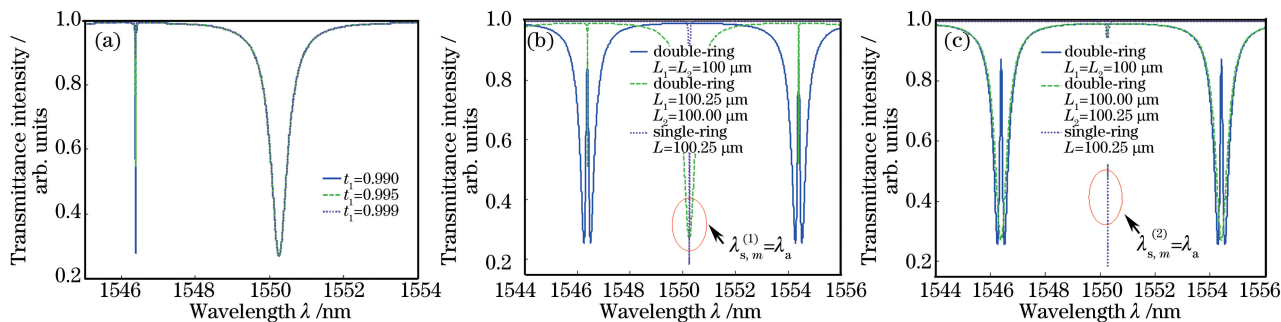


图 6 耦合双环谐振器分裂峰和单环谐振峰位置关系

Fig. 6 Relationship between positions of peaks of single-ring resonator and CDRR

3.4 耦合双环谐振器有效相移的变化

根据(1)式和(2)式，单环和耦合双环谐振器的有效相移为

$$\phi_1^{(\text{eff})}(\phi_1) = \arg[\tau_1(\phi_1)] = \tan^{-1} \left[\frac{a_1(t_1^2 - 1) \sin \phi_1}{t_1(1 + a_1^2) - a_1(1 + t_1^2) \cos \phi_1} \right], \quad (6)$$

$$\phi_2^{(\text{eff})} = \arg(\tau_2) = \tan^{-1} \left\{ \frac{a_2(t_2^2 - 1) |\tau_1| \sin[\phi_1^{(\text{eff})} + \phi_2]}{t_2(1 + a_2^2) |\tau_1|^2 - a_2 |\tau_1| (1 + t_2^2) \cos[\phi_1^{(\text{eff})} + \phi_2]} \right\}. \quad (7)$$

根据(6)、(7)式，两环周长相等情况和不相等情况的有效相移随波长变化情况如图 7 所示。当环 1 处于欠耦合($t_1 > a_1$)时，对于两环周长相等的情况，在耦合双环谐振点， $\phi_2^{(\text{eff})} = 2\pi$ ，在一个自由光谱范围内，有效相移变化了 4π ， $\phi_2^{(\text{eff})}$ 随 λ 呈单调变化。当两环周长不相等时，一个自由光谱范围内有效相移变化小于 4π ， $\phi_2^{(\text{eff})}$ 随 λ 呈非单调变化，如图 7(a)所示。当环 1 处于过耦合($t_1 < a_1$)时，两环周长相等情况和不相等情况的有效相移都变化了 4π ， $\phi_2^{(\text{eff})}$ 随 λ 单调增加，如图 7(b)所示。

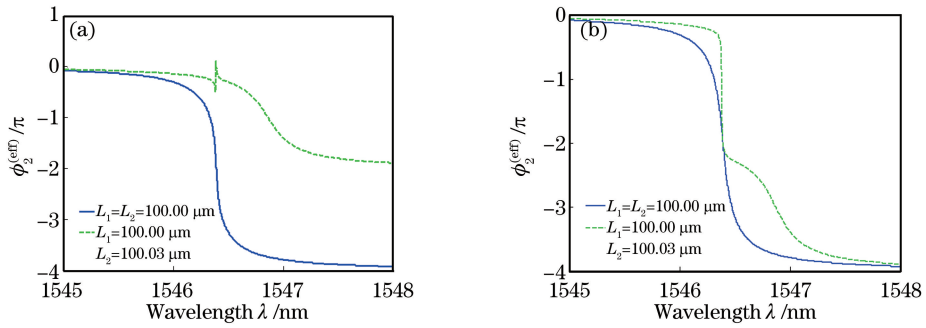


图 7 耦合双环谐振器的有效相移随波长的变化情况。(a) $t_1=0.999$, $t_2=0.85$, $a_1=0.998$,

$$a_2=0.95; (b) t_1=0.998, t_2=0.85, a_1=0.999, a_2=0.95$$

Fig. 7 Effective phase shift of CDRR as a function of wavelength. (a) $t_1=0.999$, $t_2=0.85$, $a_1=0.998$,

$$a_2=0.95; (b) t_1=0.998, t_2=0.85, a_1=0.999, a_2=0.95$$

4 结 论

对于耦合双环谐振器,取两环基准周长均为 $100 \mu\text{m}$,计算其中一个环轻微偏离基准波长时透射谱的变化。当两环光程相等时,CDRR 可以产生具有两个对称峰的 CRIT 效应和关于谐振点对称的 CRIA 效应,而当两环光程不相等时,会产生不对称的一宽一窄两个谐振峰,窄的谐振与环 1 相关,宽的谐振与环 2 相关。以 CRIT 效应为例,在两环周长相差 $0.015 \mu\text{m}$ 时,CRIT 效应的透射谱发生明显变形。研究还发现,对于两环光程不相等的耦合双环结构,其谐振峰位置与单环谐振器谐振峰位置还受到透射系数 t_1 和两环光程的偏离程度的影响,随着 t_1 的增大,两环之间的耦合作用逐渐减弱,因而两个分裂的谐振峰趋向于两环独立存在时的谐振位置。当 t_1 值确定,在满足 $\lambda_{s,m}=\lambda_a$ 的情况时,无论 t_1 值为多少,CRIT 效应的透射谱的两个谐振峰位置和与其周长相同的单环谐振器的谐振峰位置几乎完全重合。最后分析了两环周长不相等时有效相移的变化情况,发现当两环周长不相等且 $t_1 > a_1$ 时,在一个自由光谱范围内有效相移变化小于 4π , $\phi_2^{(\text{eff})}$ 随 λ 呈非单调变化,而当环 1 处于过耦合($t_1 < a_1$)时,有效相移都变化了 4π , $\phi_2^{(\text{eff})}$ 随 λ 单调增加。本研究给出的两环光程不相等的耦合双环谐振器的传输特性,为耦合双环谐振器的制作和实际应用提供了理论指导。

参 考 文 献

- [1] Yanagase Y, Suzuki S, Kokubun Y, *et al.* Box-like filter response and expansion of FSR by a vertically triple coupled microring resonator filter[J]. Journal of Lightwave Technology, 2002, 20(8): 1525-1529.
- [2] Dong Xiaowei, Liu Manman, Liu Wenkai. Pulse-repetition rate multiplication based on micro-ring resonator[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(4): 040602.
董小伟, 刘嫚嫚, 刘文楷. 微环谐振腔的超短脉冲序列频率倍乘技术[J]. 激光与光电子学进展, 2016, 53(4): 040602.
- [3] Yan Chongyu, Gao Xunhong, Song Dongyu, *et al.* Characteristic analysis of single and double micro ring resonant cavity used in Mach-Zehnder interferometer filter[J]. Acta Photonica Sinica, 2015, 44(7): 0713007.
晏崇宇, 高劭宏, 宋东雨, 等. 单环和双环微环谐振腔应用于马赫-曾德尔干涉仪滤波器的特性分析[J]. 光子学报, 2015, 44(7): 0713007.
- [4] Li Minghui, Ma Kezhen, Luo Liang, *et al.* Influence of coupling gap on the performance of silicon-no-insulator microring resonator[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(6): 0610001.
李明慧, 马可贞, 骆亮, 等. 耦合间距对绝缘体上硅微环谐振腔的性能影响[J]. 中国激光, 2014, 41(6): 0610001.
- [5] Liu Xin, Kong Mei, Wen Quan. Influence of coupling coefficients on filtering characteristics of series coupled two-microring resonators[J]. Chinese J Lasers, 2010, 37(11): 2885-2890.
刘鑫, 孔梅, 文权. 耦合系数对串联双微环谐振器滤波特性的影响[J]. 中国激光, 2010, 37(11): 2885-2890.
- [6] Choi J M, Lee R K, Yariv A. Control of critical coupling in a ring resonator fiber configuration: application to wavelength selective switching, modulation, amplification and oscillation[J]. Optics Letters, 2001, 26(11): 1236-

1238.

- [7] Yosef M L, Chin M K. Optical buffer with higher delay-bandwidth product in a two-ring system[J]. Optics Express, 2008, 16(3): 1796-1807.
- [8] White I M, Zhu H Y, Suter J D, *et al.* Refractometric sensors for lab-on-a-chip based on optical ring resonators[J]. IEEE Sensors Journal, 2007, 7(1): 28-35.
- [9] Liu X, Kong M, Feng H. Transmission and dispersion of coupled double-ring resonators[J]. Journal of the Optical Society of America B, 2012, 29(1): 68-74.
- [10] Smith D D, Chang H. Coherence phenomena in coupled optical resonators[J]. Journal of Modern Optics, 2004, 51(16/17/18): 2503-2513.
- [11] Liu X, Kong M. Variations of group delay and transmittance with parameters of coupled double-ring resonators[J]. Journal of Modern Optics, 2013, 60(3): 213-219.