

基于局部联合偏度-峰度的高光谱图像波段选择方法

王 琪, 杨 桃, 张俭峰, 向英杰

空军航空大学, 吉林 长春 130022

摘要 偏度和峰度能够较好地表达高光谱图像的非高斯性, 突出目标、纹理等异常信息, 很好地应用于波段选择。为了更好地突出局部异常信息, 在全局联合偏度-峰度指数模型基础上, 提出了局部偏度-峰度的高光谱图像波段选择方法。利用全局联合偏度-峰度指数对原始图像进行波段子空间划分, 然后选择适当大小的模板窗口, 计算窗口内的局部联合偏度-峰度指数, 并以此方法遍历所有波段, 求出累积局部联合偏度-峰度指数, 最后进行波段选择。波段选择结果表明, 局部联合偏度-峰度指数方法所选择波段分布更加广泛, 效果更好。异常检测实验结果和融合结果表明, 本文方法所得图像在客观指标评价中具有较大优势。

关键词 图像处理; 高光谱图像; 波段选择; 峰度; 偏度; 局部异常

中图分类号 TP751.1 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP54.111004

Band Selection Based on Local Joint Skewness and Kurtosis for Hyperspectral Image

Wang Qi, Yang Guang, Zhang Jianfeng, Xiang Yingjie

Aviation University of Air Force, Changchun, Jilin 130022, China

Abstract The non-Gaussian of the hyperspectral image can be well expressed by skewness and kurtosis, which highlight the target, texture and other anomaly information. They can be well applied to the band selection. In order to stand out the partial anomaly information better, the local joint skewness and kurtosis-based band selection for hyperspectral image is proposed on the basis of the global joint skewness-kurtosis figure. The bands of the original image are divided by the global joint skewness-kurtosis index into several subspaces. Then the template window of appropriate size is chosen and the local joint skewness-kurtosis index is calculated. All bands are traversed by this method. Finally, the accumulated local joint skewness-kurtosis index is calculated in order to complete the band selection. The band selection results show that the bands selected by the local joint skewness-kurtosis method are more widely distributed and the effect is better. The anomaly detection and fusion results show that the image obtained by the proposed method has great advantages in the evaluation of objective indicators.

Key words image processing; hyperspectral image; band selection; kurtosis; skewness; local anomaly

OCIS codes 100.2000; 100.2960; 100.4994

1 引言

高光谱遥感器能够同时获取目标区域的一维光谱信息和二维几何空间信息^[1]。因此, 高光谱图像能反映不同地物目标独特的光谱信息, 并且能探测到边缘、纹理等空间特征难以探测的目标, 有助于更加精细地进行地物分类和目标识别。然而, 高光谱数据包含众多波段, 数据量巨大, 因此, 高光谱图像的降维、分类、目标检测等面临较大挑战。解决这种问题的常用方法是高光谱数据降维, 主要是利用较低的数据维数来有效表达高维数据信息。

波段选择是寻找与强化最具可分性光谱波段的过程, 既能减少与优化特征空间, 又能比较完整地保留光

收稿日期: 2017-05-08; **收到修改稿日期:** 2017-06-16

基金项目: 吉林省教育厅十二五科研项目(2015448)

作者简介: 王 琪(1993—), 女, 硕士研究生, 主要从事高光谱图像波段选择方面的研究。E-mail: 12590wq@163.com

导师简介: 杨 桃(1975—), 男, 博士, 教授, 主要从事遥感图像解译方面的研究。E-mail: yg2599@126.com

谱信息,所选出的波段能够应用于后期的处理^[2]。常见的波段选择方法有:基于信息量的波段选择方法^[3-4],即利用图像的熵、联合熵和方差等指标作为依据进行波段选择。这类方法虽然简单易行,但是容易出现连续波段,而且这些方法仅从信息论的角度来衡量图像的质量,忽略了图像的空间特征及地物、目标对图像的统计或分布特性带来的影响,因此,选出的波段不利于后续分类和目标检测。基于优化搜索的选择方法^[5-6],可以较好地克服波段数目多、遍历难的问题,但是过程复杂,需要消耗较长的时间。

对于高光谱而言,波段选择是一个数据降维过程,而波段选择的结果通常要应用于后续的地物探测、分类和目标识别等过程。因此,选出的波段图像互补性信息越多越好,对边缘、目标等信息特征反映在图像上的差异性越突出越好。而偏度和峰度系数恰好反映了随机分布的不对称性、非高斯性和陡峭程度^[7],可以用来度量不同波段之间目标特性的差异。因此,以偏度和峰度指数作为波段选择的依据。基于此,郭雷等^[8]提出联合偏度-峰度指数(JSKF)模型,即利用偏度与峰度的乘积作为指标来衡量偏离正态分布信息量的大小,并以此为依据进行波段选择。JSKF模型从统计的角度进行了多高光谱图像波段选择,使所选择的波段能够包含更多互补性信息,在一定程度上改善了波段选择结果,但是该模型主要着眼全局,计算整幅图像的JSKF,作为波段选择的依据,忽略了局部信息,导致选出的波段不准确。赵春晖等^[9]利用偏度和峰度,以平均奇异度为指标来选择主成分,进行异常检测,取得了较好的检测性能。

为了弥补上述方法的不足,本文对全局JSKF模型加以改进,提出基于局部JSKF的波段选择方法。利用JSKF模型进行初步子空间的划分,消除波段间的相关性。在每个子空间中,选择合适大小的目标窗口,计算局部JSKF指数,并求出累积局部JSKF值,然后选择波段结果。局部JSKF方法考虑了边缘、目标等局部异常信息,使结果图像能够更好地应用于地物探测、分类和目标检测。

2 JSKF模型

偏度和峰度通常用来衡量数据样本的非高斯性。对于高光谱图像而言,占图像中大多数的样本为背景样本,服从高斯分布。若图像中包含目标等背景以外的特征,则该高斯分布就会被打破,出现异常点。异常点越多的波段,非高斯特性越强,越利于波段选择。因此,可以利用偏度和峰度系数来衡量包含目标等特征信息量的大小以及所包含特征在图像中反映差异的大小,以此作为波段选择的依据。

2.1 偏 度

偏度是统计数据分布偏斜方向和程度的度量,表示随机变量分布非对称程度的度量,用随机变量的三阶标准化矩表示,定义为

$$S = \frac{E [X - \mu]^3}{\sigma^3}, \quad (1)$$

式中 $E(X)$ 是向量 X 的期望, μ 是向量 X 的均值, σ 是向量 X 的标准差。偏度值越大,随机变量分布越不对称。

2.2 峰 度

峰度是表征概率密度分布曲线在平均值处峰值高低的特征数。随机变量的峰度 K 用随机变量的四阶中心矩与方差平方的比值表示,公式为

$$K = \frac{E [X - \mu]^4}{\sigma^4} - 3. \quad (2)$$

峰度反映了随机变量概率密度分布曲线峰部的尖度。即峰度值越大,概率密度分布曲线越陡峭,反之则越平缓。对于标准正态分布而言,偏度和峰度值越大,表明随机变量分布越偏离正态分布,信息量越丰富。

2.3 JSKF

JSKF即偏度和峰度系数的乘积,表示为

$$F_{JSKF} = S \cdot K. \quad (3)$$

将(1)、(2)式代入(3)式,得到计算公式为

$$F_{JSKF} = \frac{1}{\sigma^7} [E (X - \mu)^4 - 3\sigma^4] \cdot E (X - \mu)^3. \quad (4)$$

3 本文方法

在JSKF模型的基础上,考虑图像的局部异常信息,提出局部JSKF的波段选择方法。首先根据 F_{JSKF} 值的正负进行波段子空间的粗略划分,然后在各子空间内采用局部窗口平均奇异度遍历各波段,选择平均奇异度值最大的几个波段进行融合,所选的波段即为最优波段组合。

3.1 子空间划分

高光谱图像波段数众多,考虑到高光谱图像全局与局部特性存在差异,在全波段范围内进行波段选择效果并不理想,因此将全波段划分为几个子空间,然后在各子空间内进行波段选择。由(4)式可知, F_{JSKF} 值越大,表明数据越偏离正态分布,所含信息量越大, F_{JSKF} 值的正负表示数据分布的差异。因此,根据高光谱图像 F_{JSKF} 值的正负将全波段分为两个子空间,同一子空间内图像相似性较强,不同子空间图像相似性较弱,差异较大,在两个子空间内分别进行波段选择可以较好地去除相关。利用 F_{JSKF} 值划分子空间的方法不仅可以依据值的正负划分,还可以根据 F_{JSKF} 绝对值的大小来划分。

3.2 基于局部偏度-峰度的波段选择

JSKF模型旨在计算整幅图像的偏度和峰度值,但是这种方法掩盖了图像中局部重要目标特性,导致选出的波段不能很好地用于后续处理。为此,采用局部JSKF的方法。根据实验选择适当大小的窗口,计算窗口区域内的局部 F_{JSKF} 值,并设定适当的阈值,当该窗口局部 F_{JSKF} 值大于该阈值时,则认为该区域内的非高斯性较强,对需要选择的波段较有利。以此窗口为单位,遍历高光谱每个波段图像,并计算每个波段的累积局部 F_{JSKF} 值(记为 N_{CSK}),并将累积局部 F_{JSKF} 值作为波段选择的依据。即在遍历每个波段图像时,当窗口内的局部 F_{JSKF} 值大于阈值时,则 N_{CSK} 值加1,直到遍历所有的波段。最后,选择 N_{CSK} 最大值对应的波段图像。基于局部偏度-峰度的波段选择方法具体步骤如下:

- 1) 初始化参数。选择合适大小的窗口,并令 $N_{\text{CSK}}=0$ 。
- 2) 计算局部 F_{JSKF} 值。利用(4)式计算窗口内 F_{JSKF} 值的大小,并与适当的阈值 T_{JSKF} 比较。若 F_{JSKF} 值大于 T_{JSKF} ,则 N_{CSK} 值加1;反之,则 N_{CSK} 值不变。
- 3) 遍历波段图像。按照步骤2)方法,遍历高光谱图像每个波段,并输出图像的 N_{CSK} 值。
- 4) 判断整幅图像是否处理完毕。如果处理完毕,输出 N_{CSK} 结果,否则返回步骤2)继续处理下一个窗口。
- 5) 选择波段。 N_{CSK} 值越大,说明该波段的非高斯特性越强,存在奇异点目标数量越大,包含的信息量越大。比较每个波段的 N_{CSK} 值,选择 N_{CSK} 值较大时所对应的前几个波段作为结果波段。

3.3 本文方法框架

综合上述,基于局部偏度-峰度的波段选择方法框架如图1所示。

4 实验结果与分析

4.1 实验数据说明

本文所用的高光谱图像数据来自AVIRIS传感器,图像所示地区为美国圣地亚哥海军基地机场,共224个波段,该数据空间维大小为 $400 \text{ pixel} \times 400 \text{ pixel}$ 。利用ENVI4.7软件对原高光谱图像进行预处理,包括去除水的吸收带和噪声波段,处理后保留了189个有效波段。为了便于验证本文方法性能,利用异常检测对实验进行评价,截取了包含边缘、目标等异常信息较多且大小为 100×100 的区域,如图2所示。

4.2 波段选择结果

首先计算整体图像的 F_{JSKF} 值,并根据 F_{JSKF} 值对原始波段进行子空间划分,图3(a)给出了实验189个波段图像的 F_{JSKF} 值,可以看出,按照 F_{JSKF} 值正负可以将原始波段划分为两个子空间;图3(b)给出了实验图像相邻波段的相关系数曲线,可以看出,根据相关系数可以将原始波段划分为两个子空间,这与 F_{JSKF} 值曲线所得结果基本一致。

根据本文方法的步骤,计算 N_{CSK} 值并选择波段,得到波段选择结果。为了对比选择结果,对文献[8]的全局 F_{JSKF} 值模型方法进行了实验。同时,为了更好地分析窗口大小的选择对结果的影响,还分别选择了 5×5 、 7×7 、 9×9 三种大小的窗口模板进行实验。表1给出了两种方法选出的前10个波段。

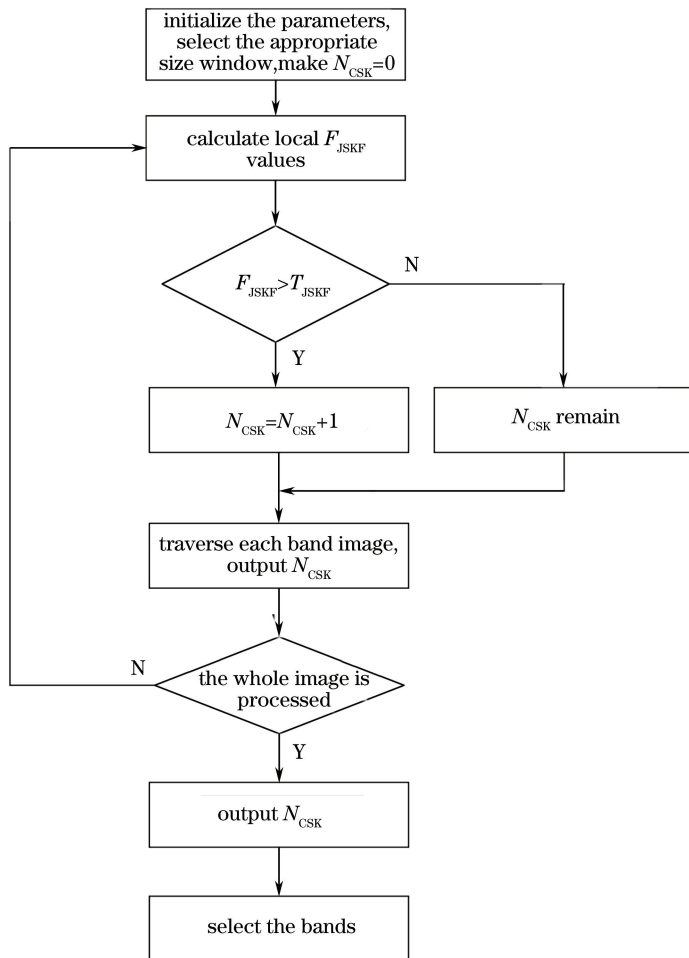


图 1 本文方法框架

Fig. 1 Frame diagram of the proposed method

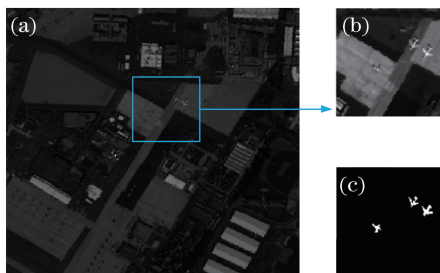


图 2 圣地亚哥机场图像。(a)第 20 波段图像;(b)真实地面分布图;(c)目标检测图像

Fig. 2 Image of the San Diego Airport. (a) The 20th band image; (b) ground truth map; (c) image of the target detection

表 1 波段选择结果

Table 1 Band selection results

| Method | Window size | The first ten bands |
|-------------|-------------|-------------------------------|
| Global JSKF | | 1,153,3,155,2,157,5,156,4,154 |
| Local JSKF | 5×5 | 4,123,5,124,1,127,7,126,6,122 |
| | 7×7 | 4,122,1,145,3,123,5,140,6,126 |
| | 9×9 | 1,140,3,122,4,127,2,123,5,146 |

从表 1 可以看出,全局 JSKF 方法所选出的波段,呈前后分布,范围较广,但是整体上分布于两个区域,并且每个区域所选波段较连续。对于实验数据来说,连续的波段之间图像的灰度分布十分相似,存在大量的

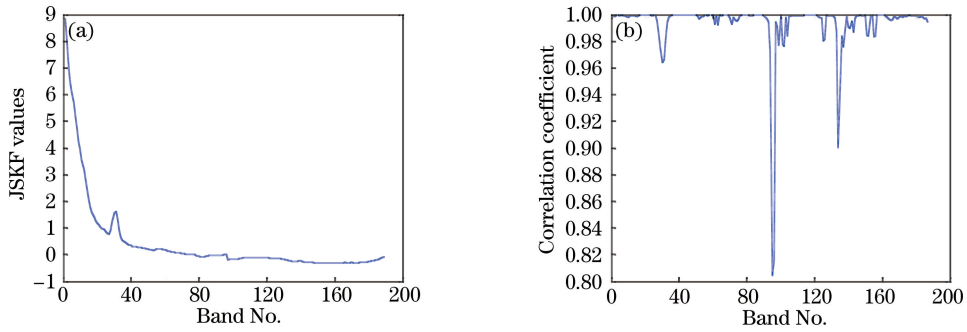
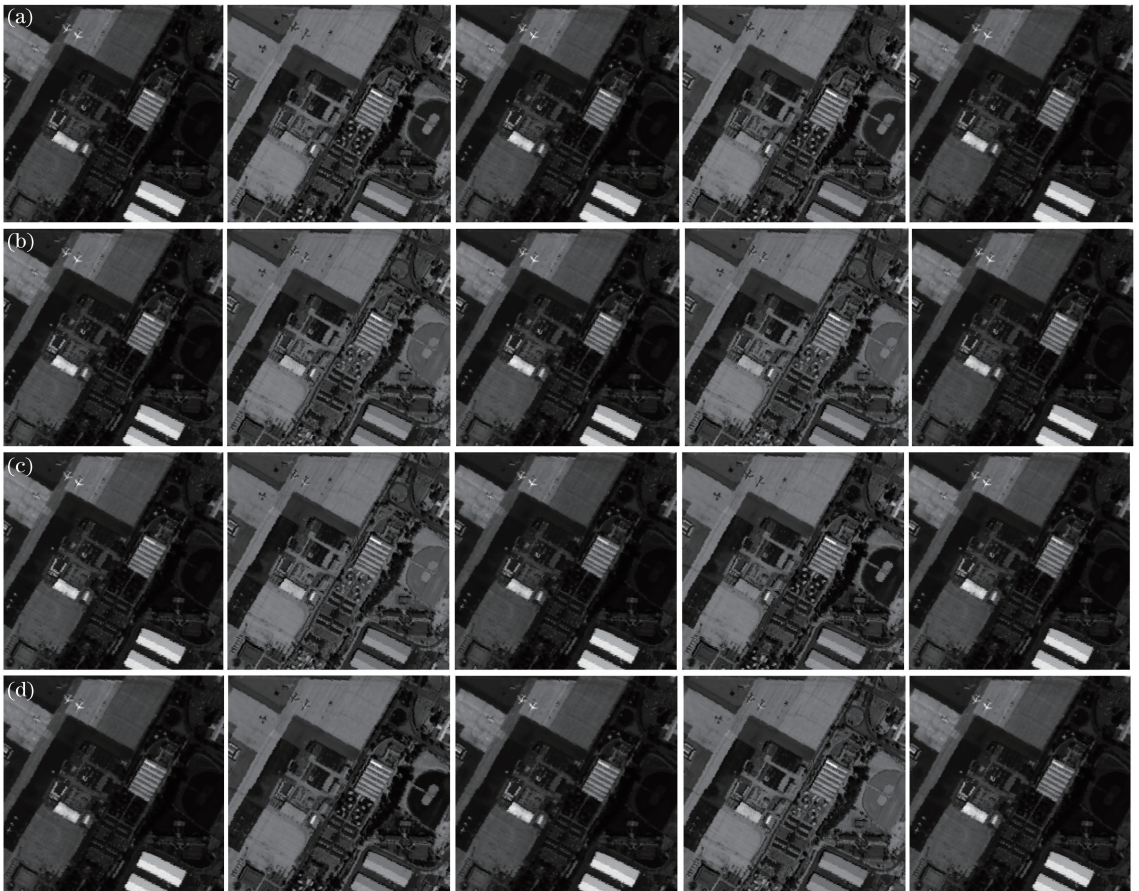


图 3 (a) JSKF 值曲线; (b) 相邻波段相关系数曲线

Fig. 3 (a) JSKF value curve; (b) correlation coefficient curve of adjacent bands

冗余信息, 波段间相关性较强。局部 JSKF 方法所得的结果, 波段分布较广泛, 且较好地避免了波段连续问题, 达到了去相关的目的, 同时远离成像波段范围的两端, 所得结果优于全局 JSKF 方法。三种不同大小窗口的遍历结果表明, 9×9 大小的窗口实验所得的波段分布更加均匀, 结果优于 5×5 和 7×7 大小的窗口。

图 4 给出了两种方法选择的前 5 个波段图像, 图 4(a) 为全局 JSKF 方法选出的波段图像, 图 4(b)~(d) 分别为采用 5×5 、 7×7 、 9×9 窗口的局部 JSKF 方法选出的前 5 个波段图像。可以看出, 图 4(a) 的 5 个波段图像具有较强的相似性, 并且结果图像中包含的目标等异常信息并不明显。这是由于全局 JSKF 方法通过计算整幅图像的 JSKF 值来选择波段, 但是图像中目标等异常信息往往是局部的。因此, 全局 JSKF 方法掩盖了局部异常的重要性, 所选择波段的目标等异常信息并不突出。局部 JSKF 方法所得结果图像分布较为

图 4 不同方法选出的前 5 个波段图像。(a) 全局 JSKF 图像; 不同大小窗口的局部 JSKF 图像 (b) 5×5 , (c) 7×7 , (d) 9×9 Fig. 4 The first five bands of the images selected by different methods. (a) Global JSKF images; local JSKF images with different size windows (b) 5×5 , (c) 7×7 , (d) 9×9

广泛,并且图像中包含较多的目标、纹理等异常信息,更加有利于后续分类和目标检测。这是由于局部 JSKF 方法通过窗口来计算局部 JSKF 值,从而遍历整幅图像,更好地保留和突出了目标、纹理等异常信息,所得结果优于全局 JSKF 方法。从三种不同大小窗口选择的波段结果可以看出,不同的窗口大小对波段选择结果有一定影响,并且 9×9 大小窗口所得的前 5 个波段图像效果最好。

4.3 融合结果

为了更好地评价本文方法所得结果,将前 5 个波段的图像进行融合,旨在从融合图像中评价波段选择结果的性能。从文献[10]可知,加权平均的融合方法能够去除高光谱图像中的噪声,并且保留波段中的互补信息,同时考虑到运算时间因素,采用加权平均的融合方法。图 5 给出两种方法所得结果的融合结果,图 5(a) 为全局 JSKF 方法图像融合结果,图 5(b)~(d) 分别为采用 5×5 、 7×7 、 9×9 窗口的局部 JSKF 方法图像融合结果。可以看出,局部 JSKF 方法所得前 5 个波段融合结果图像目视效果更好,图像更加清晰,对目标和纹理等异常信息的揭示也更加突出,同时局部细节也更加丰富。局部 JSKF 方法的三种不同大小窗口得到的融合结果图像也有差别, 9×9 大小窗口所得的图像最清楚,局部信息和异常信息最丰富。

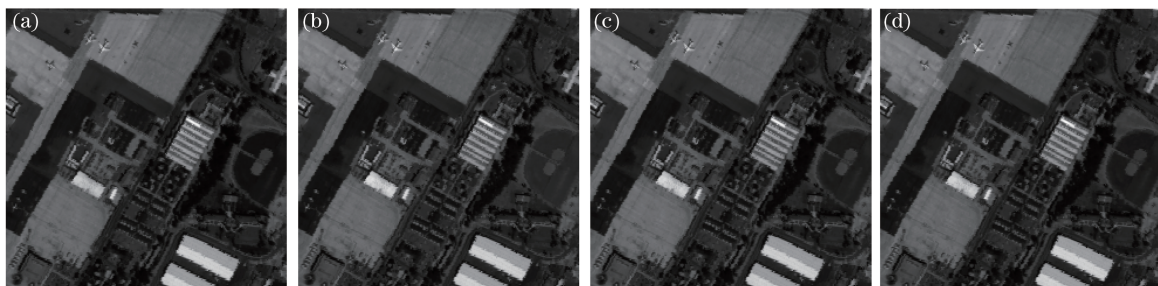


图 5 不同方法的结果融合图像。(a)全局 JSKF 图像;不同大小窗口的局部 JSKF 方法(b) 5×5 ;(c) 7×7 ;(d) 9×9

Fig. 5 Fusion results of different methods. (a) Global JSKF image; local JSKF images with different size windows (b) 5×5 ; (c) 7×7 ; (d) 9×9

为了进一步客观定量地分析本文方法的性能,采用熵、均值、标准差、清晰度和边缘强度等指标进行对比分析,如表 2 所示。熵越大说明图像中包含的信息量越大,即所选择波段信息量越大;在均值相差不大的情况下,标准差越大说明所包含的细节纹理信息越多;清晰度越高代表图像越清晰,局部细节信息保持越好;边缘强度反映了图像边缘信息的清晰程度,边缘强度越高说明图像的目标、边缘等异常信息越突出。

表 2 融合图像的客观评价指标

Table 2 Objective evaluation index of fusion image

| Method | Window size | Entropy | Mean | Standard deviation | Clarity | Edge strength |
|-------------|--------------|---------|--------|--------------------|---------|---------------|
| Global JSKF | | 3.9986 | 1945.1 | 1240.4 | 3.1554 | 6.3842 |
| Local JSKF | 5×5 | 3.9723 | 2050.7 | 1371.2 | 4.1389 | 8.4533 |
| | 7×7 | 4.0358 | 2082.9 | 1395.5 | 4.5521 | 8.3324 |
| | 9×9 | 4.1822 | 1960.3 | 1411.3 | 4.8856 | 8.9374 |

从表 2 可以看出,两种方法所得结果融合后图像的熵和均值差别不大,说明两种方法选出的波段都能包含较大的信息量。本文方法的标准差和清晰度高于全局 JSKF 方法,说明本文方法所得波段融合后的图像细节纹理信息更加丰富。此外,本文方法所得结果融合图像的边缘强度得到了大幅度提升,说明本文方法选择的波段目标、边缘等异常信息突出,能够更好地用于后续的分类和目标检测。同时,本文方法中,三种大小窗口所得结果的融合图像指标评价也有差异, 9×9 大小窗口的全部 5 项指标均是最优,说明该窗口为最佳实验窗口模板。

4.4 异常检测结果

为验证本文方法的有效性,对全局 JSKF 方法和采用 5×5 、 7×7 、 9×9 窗口的局部 JSKF 方法的图像融合结果采用核 RX 算法(KRX)检测器进行异常检测实验。为便于分析检测结果,对检测结果的灰度图像进行阈值分割转化为二值图像。并通过形态学滤波方法滤除二值图像中像素值大于 100 的连通区域,因此,大面积虚警区域被滤去。图 6(a)~(d) 分别是全局 JSKF 方法和采用 5×5 、 7×7 、 9×9 窗口的局部 JSKF 方法异常检测结果。

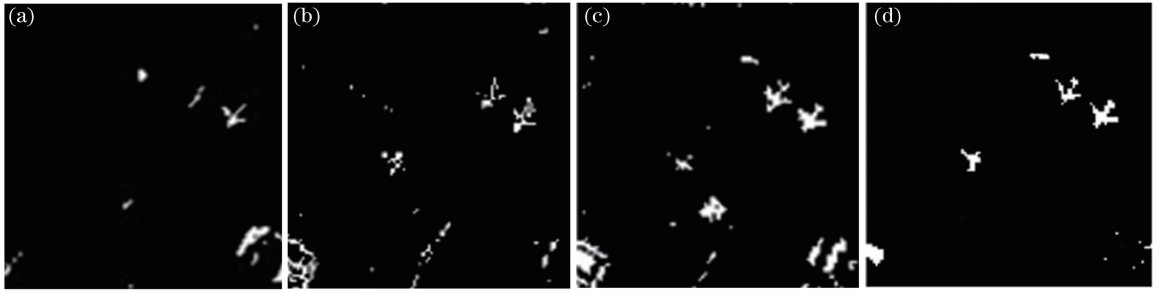


图6 异常检测结果图。(a)全局JSKF图像;不同大小窗口的局部JSKF图像(b) 5×5 ; (c) 7×7 ; (d) 9×9

Fig. 6 Results of the anomaly detection. (a) Global JSKF image; local JSKF images with different size windows (b) 5×5 ; (c) 7×7 ; (d) 9×9

通过异常检测结果对比,采用 5×5 、 7×7 、 9×9 窗口的局部JSKF方法检测效果均比全局JSKF方法检测效果好,且窗口越大,异常检测效果越好。窗口大小为 9×9 的检测结果图[图6(d)]中,目标形态明显,虚警像素个数少,更易于识别。

实验还采用受试者工作特征(ROC)曲线^[11-13]对检测结果进行定量评价。图7为异常检测结果的ROC曲线图。

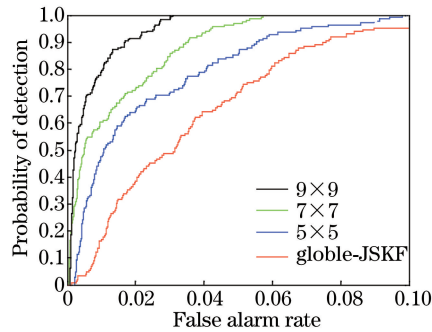


图7 异常检测结果 ROC 曲线

Fig. 7 ROC curves of anomaly detection results

从图7中可以看出,局部JSKF方法的ROC曲线都位于全局JSKF方法的ROC曲线的上方,且窗口大小为 9×9 的ROC曲线位于最上方,说明局部JSKF方法的异常检测效果优于全局JSKF方法,且窗口越大,检测效果越好。局部JSKF波段选择方法为高光谱图像解译提供方便,在目标解译方面较其他波段选择方法有一定的优越性,具有一定的应用发展前景。

5 结 论

JSKF模型能够较好地表达高光谱图像的非高斯性,突出目标、纹理等异常信息,同时针对该模型不能突出局部目标、纹理等异常信息的缺点,实现了局部JSKF方法的波段选择,并分析了全局和局部JSKF方法的波段选择性能,同时讨论了选择不同大小窗口对波段选择的影响。首先利用JSKF值对原始高光谱图像进行波段子空间划分,在一定程度上去除相关性,然后在波段子空间中计算累积局部JSKF值,并以此为依据进行波段选择。实验结果表明,本文方法所选波段分布较为广泛,并且 9×9 大小窗口所得波段效果最好。融合结果表明,本文方法在标准差、清晰度和边缘强度指标方面均有较大提升,并且 9×9 大小窗口所得结果指标评价最好。异常检测结果表明,本文方法中 9×9 大小窗口检测效果最好。

参 考 文 献

[1] Zhang Bing. Advancement of hyperspectral image processing and information extraction [J]. Journal of Remote Sensing, 2016, 20(5): 1062-1090.

张兵. 高光谱图像处理与信息提取前沿[J]. 遥感学报, 2016, 20(5): 1062-1090.

- [2] Qin Fangpu, Zhang Aiwu, Wang Shumin, *et al.* Hyperspectral band selection based on spectral clustering and inter-class separability factor[J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2015, 35(5): 1357-1364.
秦方普, 张爱武, 王书民, 等. 基于谱聚类与类间可分性因子的高光谱波段选择[J]. *光谱学与光谱分析*, 2015, 35(5): 1357-1364.
- [3] Liu Chunhong, Zhao Chunhui, Zhang Lingyan. A new method of hyperspectral remote sensing image dimensional reduction[J]. *Journal of Image and Graphics*, 2005, 10(2): 218-222.
刘春红, 赵春晖, 张凌雁. 一种新的高光谱遥感图像降维方法[J]. *中国图象图形学报*, 2005, 10(2): 218-222.
- [4] Liu Xuesong, Ge Liang, Wang Bin, *et al.* An unsupervised band selection algorithm for hyperspectral imagery based on maximal information[J]. *Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 2012, 31(2): 166-176.
刘雪松, 葛亮, 王斌, 等. 基于最大信息量的高光谱遥感图像无监督波段选择方法[J]. *红外与毫米波学报*, 2012, 31(2): 166-176.
- [5] Ding Sheng, Yuan Xiuxiao, Chen Li. Automatic band selection of hyperspectral remote sensing image classification using particle swarm optimization[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2010, 39(3): 257-263.
丁胜, 袁修孝, 陈黎. 粒子群优化算法用于高光谱遥感影像分类的自动波段选择[J]. *测绘学报*, 2010, 39(3): 257-263.
- [6] Wang Liguu, Wei Fangjie. Band selection for hyperspectral imagery based on combination of genetic algorithm and ant colony algorithm[J]. *Journal of Image and Graphics*, 2013, 18(2): 235-242.
王立国, 魏芳洁. 结合遗传算法和蚁群算法的高光谱图像波段选择[J]. *中国图象图形学报*, 2013, 18(2): 235-242.
- [7] Zhao Xuanmin, Xu Wei, Shi Yimin, *et al.* *Mathematical statistics*[M]. Beijing: Science Press, 2003.
赵选民, 徐伟, 师义民, 等. *数理统计*[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [8] Guo Lei, Chang Weiwei, Fu Chaoyang. Band selection of optimal for hyperspectral image fusion[J]. *Journal of Astronautics*, 2011, 32(2): 374-379.
郭雷, 常威威, 付朝阳. 高光谱图像融合最佳波段选择方法[J]. *宇航学报*, 2011, 32(2): 374-379.
- [9] Zhao Chunhui, Hu Chunmei, Shi Hong. Anomaly detection for a hyperspectral image by using a selective section principal component analysis algorithm[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2011, 32(1): 109-113.
赵春晖, 胡春梅, 石红. 采用选择性分段 PCA 算法的高光谱图像异常检测[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2011, 32(1): 109-113.
- [10] Kang X D, Li S T, Benediktsson J A. Feature extraction of hyperspectral images with image fusion and recursive filtering[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(6): 3742-3752.
- [11] Khazai S, Safari A, Mojaradi B, *et al.* An approach for subpixel anomaly detection in hyperspectral images[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2013, 6(2): 769-778.
- [12] Gu Y, Zhang L. Rare signal component extraction based on kernel methods for anomaly detection in hyperspectral imagery[J]. *Neurocomputing*, 2013, 108: 103-110.
- [13] Grossmann A, Morlet J. Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape[J]. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 1984, 15(4): 723-736.