

# 玻色-爱因斯坦凝聚体穿越高斯光场的透镜效应

温 歆, 张钰伊, 钱 静

华东师范大学物理与材料科学学院, 上海 200241

**摘要** 在已有实验的基础上,从理论上研究了一维超冷玻色-爱因斯坦凝聚原子团横向穿越高斯型红(蓝)失谐光场后产生的位置超前(滞后)与聚焦(散焦)效应,重点考虑了加速度场、外加高斯光场与原子的偶极作用势和原子间  $s$ -波散射碰撞作用势,并分析比较了在这三种机制的相互竞争且共同作用下,探测原子波包的位置和高度变化。加速度场仅影响波包位置,并不引起形变,原子间的强相互吸引作用可导致波包剧烈形变,甚至崩塌,而排斥作用会加快波包扩散。数值模拟结果与文献实验结果在红失谐光场下十分吻合;通过数值模拟还得到了蓝失谐光场下的理论预测结果。研究结果为今后实验研究光与原子相干操控提供了可行性方案。

**关键词** 原子与分子物理学; 玻色爱因斯坦凝聚体; 透镜效应; 数值模拟; 原子波包; 超前与滞后

**中图分类号** O437.5 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP54.110201

## Lensing Effect Induced by a Bose-Einstein Condensate Passing a Gaussian Laser Field

Wen Xin, Zhang Yuyi, Qian Jing

*School of Physics and Materials Science, East China Normal University, Shanghai 200241, China*

**Abstract** On the basis of recent experiment, the focusing and leading effect of an ultra-cold Bose-Einstein condensate (BEC) is theoretically investigated when it transversely passes through a red-detuned Gaussian field. Particular attentions are paid on the focusing (or defocusing) in shape and leading (or lagging) in position of the atoms, which are induced by a red-detuned (or blue-detuned) laser field. The time-dependent motion of BEC atoms and its final status are presented under the influences of the acceleration, the dipolar interaction between atom and optical field, as well as the  $s$ -wave scattering collisions of individual atoms. In addition, the acceleration only influences position of the atoms; an attractive or repulsive  $s$ -wave interaction can bring on a strong deformation to the atoms, making them collapse or diffusion in essence. Compared to the previous experiments, the findings are well consistent in the regime of a red-detuned laser field, moreover, an extension to the blue-detuned field is predicted. The results may provide more feasible ways for studying coherent atom-light manipulations in the field of ultra-cold atoms and molecules in the future.

**Key words** atomic and molecular physics; Bose-Einstein condensate; lensing effect; numerical simulation; atomic wave-packet; leading and lagging

**OCIS codes** 020.1475; 020.1335; 020.2070

## 1 引言

随着激光冷却与原子囚禁技术的发展,原子的玻色-爱因斯坦凝聚(BEC)的成功实现引领了原子光学器件的蓬勃发展<sup>[1-2]</sup>。在超低温环境下,原子具有极强的相干性和超长的寿命,宏观的 BEC 原子系统将展现干

**收稿日期:** 2017-06-06; **收到修改稿日期:** 2017-06-16

**基金项目:** 国家自然科学基金面上项目(11474094)、国家自然科学基金青年科学基金(11104076)、高等学校博士学科点专项科研基金(20110076120004)

**作者简介:** 温 歆(1995—),女,本科,主要从事玻色-爱因斯坦理论的研究。E-mail: wx19951017@126.com

**导师简介:** 钱 静(1982—),女,博士,副教授,主要从事超冷原子分子物理,尤其是里德堡原子方面的研究。

E-mail: jqian@phy.ecnu.edu.cn(通信联系人)

涉<sup>[3-4]</sup>、衍射<sup>[5-6]</sup>等波动特性,这些性质有助于实验上对超冷原子进行深度精密的操控,其中的重要应用之一就是原子透镜。原子透镜是利用透镜来改变原子运动方向的装置,可以用于原子的精确操纵与聚焦<sup>[7]</sup>、原子印刷<sup>[8-9]</sup>、原子显微镜<sup>[10-11]</sup>、冷原子碰撞<sup>[12]</sup>、控制晶体生长以及原子干涉测量<sup>[13-14]</sup>等。此外,原子透镜还可以有效地将原子从磁光阱中转移到更高真空的环境中,或将原子装载到微型势阱和物质波导中<sup>[15]</sup>。

利用高斯光束对原子产生的光偶极力来实现原子束的透镜效应一直备受关注。1978年,Bjorkholm等<sup>[16]</sup>利用红失谐聚焦高斯光束的横向偶极力作用研发出了原子透镜,继而发现原子束峰值强度随激光功率的变化关系<sup>[17]</sup>。遗憾的是,这样做不仅大大消耗了激光功率,而且会导致由自发辐射引起的横向热原子的固有波动。之后,Khaykovich等<sup>[18]</sup>考虑到了冷原子,发现它的动力学能量小,表面扩散弱,于是采用蓝失谐驻波激光对冷原子进行绝热聚焦;他们首先通过建立分析模型并给定激光功率参数和原子速度,预测了最佳的光束腰和激光失谐,之后采用蒙特卡罗近似方法验证了预测结果的准确性,得到了原子分布峰值与光束腰半径的关系。最近,Han等<sup>[19]</sup>在里德堡系综中利用弱场电磁诱导感应透明实现了透镜效应,并在实验中发现了红失谐光的聚焦效应和蓝失谐光的散焦效应;此外,他们结合色散非线性和聚焦效应发现了一维里德堡原子气体可以通过对原子间相互作用的调谐实现从聚焦到散焦效应的切换;他们还通过求解麦克斯韦-布洛赫方程,选择与实验相符的参数验证了实验结果的准确性。

周蜀渝等<sup>[20]</sup>在研究冷原子束穿越红失谐高斯光场后的动力学行为时发现,原子展现出了聚焦和位置超前等奇特现象;他们提到了用 Gross-Pitaevskii(GP)方程模拟 BEC 波包运动的方法,但并未深入探讨该过程。鉴于此,本文在文献[20]实验数据的基础上,模拟了一维 BEC 原子的运动过程。由于光与原子间相互作用的量子波动会对原子束的聚焦造成影响<sup>[21]</sup>,而冷原子的德布罗意波长相当长,因此 BEC 具有明显的波动特征。描述 BEC 原子的方法可以转化为相干叠加的波包模型,即 BEC 原子密度的空间分布(包括形状和位置)由其波函数的几率幅来表示。这种描述方法对于展现原子运动的宏观特性十分有效。在平均场近似下,本文以原子的运动遵循 GP 方程作为理论基础<sup>[22]</sup>,用时间域迭代法模拟了原子的运动轨迹和外形变化,并与实验结果进行比较,结果发现二者吻合得较好。

## 2 模型和方法

### 2.1 理论模型简述

在超冷的低于临界温度的条件下,BEC 中的所有原子都布居在单一的量子态上,可以用波函数  $\psi(x, t)$  来描述, $x$  表示运动的方向, $t$  为时间<sup>[22-23]</sup>。这里,做出如下假设:1) 将所有原子等效为只包含基态的单分量原子,即原子的激发态在大失谐的情况下已被绝热消去;2) 只考虑原子在一维  $x$  方向上的运动,忽略其在另外两个维度上的变化。基于以上假设,本课题组研究了一个超冷 BEC 原子团横向穿越高斯激光场后产生的速度和外形变化,从而定量研究了原子受光场作用后其行为发生位置超前或滞后现象的本质。在此基础上,进一步探索了在加速度场、光场和原子间散射碰撞三重机制作用下,如何操控原子波包的聚焦和散焦来实现原子透镜效应。

具体的实验装置可参见文献[20]。理论上认为原子从囚禁势阱中释放,并拥有一定的初速度  $v_0$ ,在失去阱的束缚后,色散原子团会膨胀,与此同时原子团内部原子之间的相互碰撞以及外加激光场对原子的偶极作用都会影响它的运动。如图 1 所示,原子运动和激光场的传播方向分别为  $x$  和  $y$ , $x_0$  为初始原子波包的中心位置, $x_f$  为经过运动时间  $t_f$  后波包中心达到的最终位置(即探测位置)。通过比较原子波包在  $x_0$  和  $x_f$  两处的波包幅值来研究各类机制对原子运动的影响,进一步预测实验上观察到的各种现象的可能性。在整个过程中,原子的运动共受到三种不同机制的影响:1) 运动中恒定的加速度场,如重力势场,标记为  $M_1$ ,通常  $M_1$  只会改变原子的运动速度,对其波包外形没有影响;2) 外加光场与原子光偶极相互作用,标记为  $M_2$ ,该作用会对原子波包的外形进行线性调制,加快或减慢其变化的程度<sup>[24]</sup>;3) 原子之间的 s-波散射碰撞相互作用,标记为  $M_3$ ,该作用正比于原子的密度,属于非线性调制项,会对波包的外形产生巨大影响。极端地说,超强的吸引作用( $M_3 < 0$ )可能会导致波包在瞬间塌缩<sup>[25-27]</sup>。需要注意的是, $M_2$  只存在于光场区域,而  $M_1$  和  $M_3$  作用于整个运动过程。此外,可以忽略由光场诱导产生的高阶偶极-偶极相互作用,因为它比光偶极作用  $M_3$  小多个数量级,只有在偶极矩非常大的情况下才需要考虑<sup>[28]</sup>。

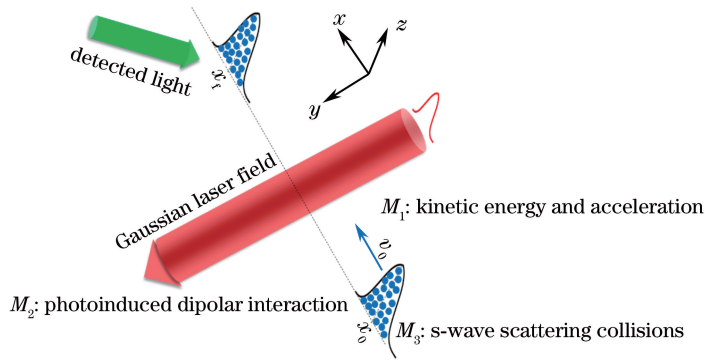


图1 BEC原子团穿越激光场的示意图

Fig. 1 Schematic of a BEC ensemble passing a laser field

在温度极低的情况下,原子之间发生弱相互作用,热损耗大大降低,此时原子团包含  $N$  个质量为  $m$  的原子,在平均场近似下其宏观波函数  $\psi(x, t)$  随时间的变化可以用一维 GP 方程来描述<sup>[22,29]</sup>:

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) = \left[ -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{\text{ext}}(x) + V(x) + g_a N |\psi(x, t)|^2 \right] \psi(x, t), \quad (1)$$

式中  $i$  为虚数单位;  $\hbar$  为约化普朗克常数;  $\nabla^2$  为拉普拉斯算子;  $V_{\text{ext}}(x) = max$  为加速度势场,  $a$  为加速度;  $N$  为原子数目;  $g_a = 4\pi a_s \hbar^2/m$  为碰撞作用的耦合系数,  $a_s$  为原子的  $s$ -波散射长度,通常在 nm 量级;  $V(x) = \hbar |\Omega(x)|^2 / 4(\delta + i\gamma/2)$  为等效的光与原子的相互作用势,  $\gamma$  为激发态自发辐射的速率(取决于激发态的寿命),外加光场的拉比频率  $\Omega(x) = \Omega_0 f(x)$ ,  $\Omega_0$  为幅值,  $\delta = \omega_1 - \omega_a$  为激光频率  $\omega_1$  相对于原子跃迁频率  $\omega_a$  的失谐量,  $f(x) = \exp(-x^2/\omega_L^2)$  为高斯型函数(假设外加光场是高斯型的),  $\omega_L$  为束腰半径。当  $\delta < 0$  时,激光场为红失谐(激光频率小于原子跃迁频率),此时原子被吸引到光强最强处(聚焦效应);当  $\delta > 0$  时,激光场为蓝失谐(激光频率大于原子跃迁频率),原子被推向光强最弱处(散焦效应)。 $g_a N |\psi(x, t)|^2$  为原子密度  $|\psi(x, t)|^2$  依赖的  $s$ -波碰撞相互作用势。

## 2.2 GP 方程无量纲化

GP 方程的成立需要满足以下几个基本条件:1) 凝聚体包含的原子数目  $N$  足够大;2) 系统温度较低时,凝聚现象能够发生,低温条件也允许忽略凝聚体自身的量子损耗和热损耗;3) 满足不等式  $|a_s|/d \ll 1$  和  $\rho |a_s|^3 \ll 1$  ( $\rho$  为原子气体的密度),表示当囚禁于势阱中的冷原子气体凝聚时,原子间两体相互作用范围的  $s$ -波散射长度  $a_s$  远小于原子的平均间距  $d$ 。由于囚禁的原子气体很稀薄,因此气体密度很小<sup>[30]</sup>。在 GP 方程成立的基础上,可以进一步采用数值计算来探究原子的动力学过程。令  $x = \alpha \tilde{x}$ , 探测时刻  $\tau = \xi t$ ,  $\alpha$  和  $\xi$  分别为系统的特征长度和频率。利用两者的关系  $\xi = \hbar/(m\alpha^2)$  对(1)式进行无量纲化,可得:

$$i \frac{\partial}{\partial \tau} \psi(\tilde{x}, \tau) = M_1 \psi(\tilde{x}, \tau) + M_2 \psi(\tilde{x}, \tau) + M_3 |\psi(\tilde{x}, \tau)|^2 \psi(\tilde{x}, \tau), \quad (2)$$

式中  $M_1 = -\partial/(2\partial \tilde{x}^2) + A\tilde{x}$ ,  $A = m\alpha a / (\hbar \xi)$  为加速度;  $M_2 = T \exp[-2(\tilde{x}/W)^2]$ ,  $T = \Omega_0^2/(4\xi\delta)$  为光场幅度,  $W = \alpha^{-1}\omega_L$  为束腰半径;  $M_3 = 4\pi a_s \hbar n N / (\xi m)$ ,  $n$  为原子团的密度。简化后的系数  $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_3$  分别对应原子波包运动速度的变化(决定了探测位置  $x_f$ )、激光场对波函数的线性调制,以及由于原子之间相互作用而导致的对波包外形的非线性调制。在数值计算中,让一团超冷<sup>87</sup>Rb 原子横向穿越沿  $y$  方向传播的高斯光束,通过对参数  $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_3$  的调控来研究原子波包的动理学性质,比如速度的超前和滞后效应以及对波包形状产生非对称的调谐等,并与文献[20]的实验结果进行比较。

## 2.3 参数的可行性分析

利用相关实验数据对数值模拟的参数进行估算。<sup>87</sup>Rb 原子的有关参数为:单原子质量  $m = 1.445 \times 10^{-25}$  kg,  $s$ -波散射长度  $a_s = \pm 4.8$  nm, 密度  $n = 4.5 \times 10^{15}$  m<sup>-3</sup>, 原子数目  $N = 3 \times 10^4$ ,  $M_3$  的改变可通过调谐  $n$  或  $N$  来实现。原子波包初始宽度为 1.414  $\mu$ m, 初速度为 4 cm/s, 加速度为  $a = 9.8$  m/s<sup>2</sup> (类比重力加速度,实验中可以通过改变加速度来调节  $M_1$ )。外加高斯光场的相关参数为:  $\Omega_0/(2\pi) = 100$  MHz(可通过改

变  $\Omega_0$  调节  $M_2$ ),  $\delta/(2\pi) = \pm 40$  GHz(通过改变激光频率调节失谐量  $\delta$ ),  $w_L = 4.6 \mu\text{m}$ (激光场的半径可微调)。计算可得特征长度  $\alpha = 1 \mu\text{m}$ , 特征频率  $\xi = 809.13$  Hz, 进而可推导出无量纲参数:  $A \approx 20$ ;  $T = -1000 \sim +1000$ (参数可调, 与  $\delta$  和  $\Omega_0$  的取值有关, 与  $\delta$  的正负号相同);  $W = 4.6$ (可微调);  $M_2 = T \exp(-2x^2/4.6^2)$ ;  $M_3 = -8.0 \sim +8.0$ (可通过  $n$  和  $N$  来调节, 与  $a_s$  的正负一致)。

### 3 数值模拟结果与讨论

本节主要讨论原子与光场的偶极相互作用对原子运动的影响( $M_2$  占主导), 暂且忽略  $M_1$  中加速度  $A$  和  $M_3$  的作用。由于  $M_1$  和  $M_3$  的存在导致它们与  $M_2$  的竞争机制将在第 4 节中进行阐述。

#### 3.1 BEC 原子波包运动的超前或滞后效应

假设原子在  $\tau_0 = 0$  时刻位于  $x_0 = -30$  位置, 并获得初始速度  $v_0 = 50$  沿  $+x$  方向运动。一段时间后, 穿越一束沿  $+y$  方向传播的横向高斯分布的光束, 最后在  $x_f$  处被探测到。总的运动时间为  $\tau_f = 1$ , 保持恒定。从理论上分析该过程中速度的变化可以发现, 当原子穿越激光束时其速度会受到光场的影响, 满足等效速度的表达式<sup>[31]</sup>:

$$v(\tau) = \sqrt{v_0^2 - 2M_2(\tau)} = \sqrt{v_0^2 - 2T \exp\left\{-\frac{2}{W^2} [x(\tau)]^2\right\}}, \quad (3)$$

式中  $x(\tau)$  为波包的位置, 与时间  $\tau$  有关。由式(3)可推导出探测位置  $x_f$  为

$$x_f = x_0 + \int_0^{\tau_f} v(\tau) d\tau = x_0 + \int_0^{\tau_f} \sqrt{v_0^2 - 2T \exp\left\{-\frac{2}{W^2} [x(\tau)]^2\right\}} d\tau. \quad (4)$$

由(3)式知, 等效速度  $v(\tau)$  与光势场的空间线型  $M_2$  有关。当没有光势场时, 即  $M_2(\tau) = 0$  时, 由(4)式可得  $x_{\text{free}} = x_0 + v_0 \tau_f = 20$ ,  $x_{\text{free}}$  为无光场情况下自由飞行的原子的探测位置。当施加的激光是红失谐时, 高斯光束在空间上等效为一个势阱, 即  $M_2(\tau) < 0$ , 则有  $v(\tau) > v_0$ 。势阱的存在会使原子加速, 从而有  $x_f > x_{\text{free}}$ 。这说明, 相较于自由飞行的原子, 经历相同的运动时间后, 穿越红失谐高斯光束的原子的探测位置在空间上体现为超前。当施加的激光是蓝失谐时, 高斯光束在空间上等效为一个势垒, 即  $M_2(\tau) > 0$ , 此时  $v(\tau) < v_0$ , 且  $x_f < x_{\text{free}}$ , 表现为位置滞后。

在探测时刻  $\tau = \tau_f$  时, 由(3)式可得到等效探测速度  $v(\tau_f)$ , 以下简记为  $v_f$ 。由此模拟了探测波包的等效探测速度  $v_f$  与光场幅值  $T$  的关系曲线, 如图 2(a) 所示。

从图 2 可以看出: 随着  $T$  从  $-1000$  增大至  $1000$ , 波包的等效探测速度呈单调递减的趋势; 当  $T = 0$  时, 即无光场的情况下, 等效探测速度保持恒定, 即  $v_f = v_0 = 50$ 。利用(4)式求得了波包探测位置  $x_f$  与  $T$  的关系, 如图 2(b) 所示。由图 2(b) 中的三条模拟曲线可知:  $x_f$  随  $T$  的增加而减小; 当  $T = 0$  时,  $x_f = 20$ , 即无光场情况下, 波包满足匀速运动规律; 当  $T \neq 0$  时, 波包在红失谐( $T < 0$ )和蓝失谐( $T > 0$ )光场作用下, 超前和滞后的位置变化幅度相较于自由扩散是不同的, 即  $\Delta x_+ < \Delta x_-$ 。此现象的原因可以由图 2(a) 来解释: 波包的等效探测速度  $v_f$  在  $T = 0$  两侧的变化范围满足  $\Delta v_+ < \Delta v_-$ , 所以由  $v(\tau)$  从 0 到  $\tau_f$  积分得到的  $x_f$  的变

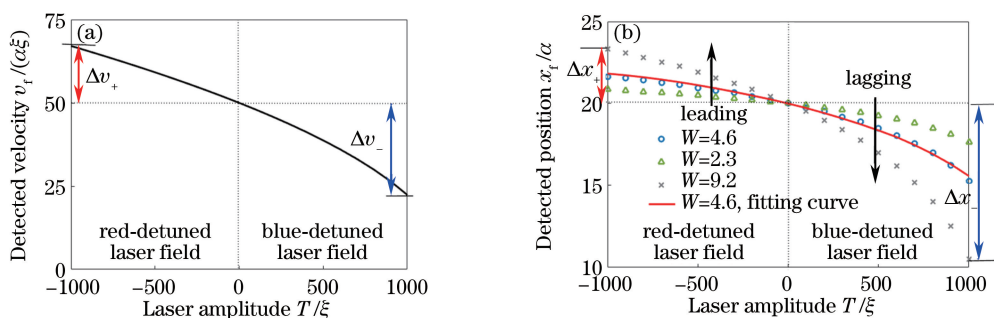


图 2  $\tau = \tau_f$  时, (a) 等效探测速度和 (b) 探测位置与光场幅度的关系

Fig. 2 Relationships between (a) velocity equivalent of atomic wave-packet or (b) detected position and laser amplitude when detected time  $\tau$  equals to  $\tau_f$

化情况也是如此。

此外,由图2(b)中可知,较大的束腰半径  $W$  值会导致超前和滞后的现象更加明显。因为束腰半径  $W$  越大,波包与光场相互作用的时间越长。利用(4)式做出了  $W=4.6$  时的理论曲线(实线),其与数值模拟的结果非常吻合,验证了计算的准确性。

### 3.2 高斯光场对 BEC 波包的聚焦或散焦效应

进一步研究高斯光场对原子波包的聚焦和散焦效应。在计算中,采用波包高度(波包中心幅值)  $h_f$  代替半峰全宽来判断聚散焦作用的程度。这是因为总粒子数是守恒的,即满足  $\int |\psi|^2 dx = 1$ , 则  $h_f$  越大,对应波包的半峰全宽越小,说明聚焦效应越强,散焦效应越弱。图3(a)描绘了  $h_f$  随光场拉比频率的幅值  $T$  变化的曲线。考虑了不同束腰半径的情况,在无光场情况下,  $W=2.3$ 、 $W=4.6$  和  $W=9.2$  的三条曲线交于一点,表示  $h_f$  不随  $W$  变化,始终为 0.3568。随着  $T$  从  $-1000$  增大至  $1000$ ,  $h_f$  与  $T$  的关系呈单调递减的趋势,且减小的速率不断增加;  $T > 0$  时为散焦,  $T < 0$  时为聚焦。由此分析可知,  $|T|$  越大,红失谐光场引起的波包聚焦效应越强,同时蓝失谐光场引起的散焦效应也越强。光场的束腰半径  $W$  越大,对应产生的聚焦或散焦效应越强,这是因为波包穿越光场并与其发生相互作用的时间延长了。

聚焦或散焦效应可在理论上定性理解:当光场与原子的跃迁频率满足红失谐条件时,即  $\delta < 0$  ( $T < 0$ ) 时,产生的光偶极力指向光场中心最强的地方,波包横向穿越高斯光束时会发生聚焦效应;当跃迁频率满足蓝失谐条件时,即  $\delta > 0$  ( $T > 0$ ) 时,产生的光偶极力指向光场边缘最弱的地方,波包横向穿越时则发生散焦效应。除此之外,当  $|T|$  从 0 增大至 1000 时,蓝失谐光场对波包的散焦程度明显高于红失谐光场对波包的聚焦程度,即波包的散焦作用比聚焦作用更加显著。这是因为波包在整个运动过程中一直发生自由扩散,当经过红失谐高斯光束后,受到的偶极力使波包产生聚焦效应,此时的聚焦效应需抵消一部分波包的自由扩散;而经过蓝失谐高斯光束后,受到的偶极力使波包产生散焦效应,此时结合波包自由扩散的散焦效应更加明显。

在图3(b)中,比较了  $T=-1000$ 、 $T=0$  和  $T=1000$  这三种情况下探测波包的位置和外形变化,用波包的概率密度分布  $|\psi(x, \tau_f)|^2$  表示。很明显,相比于无光场的情况,红失谐光场引起了波包的聚焦和位置超前效应,而蓝失谐光场引起了波包的散焦和位置滞后效应。

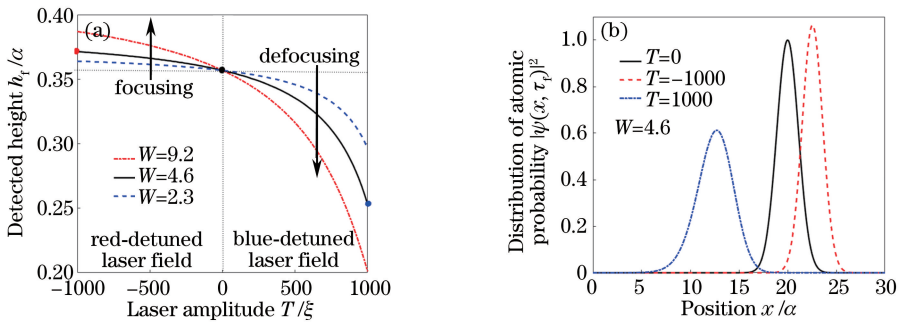


图3 (a)探测波包高度与光场幅度的关系;(b)  $\tau = \tau_f$  时,探测波包的概率密度分布

Fig. 3 (a) Relationship between height of detected atomic wave-packet and laser amplitude; (b) probability density distribution of atomic wave-packet when  $\tau$  equals to  $\tau_f$

## 4 分析与讨论

分析(1)式可知,在整个过程中,考虑到原子运动共受到三种不同机制的影响,即包括运动中恒定的加速度场  $M_1$ 、与外加光场的偶极相互作用  $M_2$  以及原子团内部原子之间的  $s$ -波散射碰撞相互作用  $M_3$ 。第3节研究了  $M_2$  对原子波包运动的影响,本节继续讨论其他两种机制的作用。

### 4.1 加速度势对波包运动的调制作用

同样地,假设原子在  $\tau_0=0$  时刻位于  $x_0=-30$  处,并沿  $+x$  方向以一初始的中心速度  $v_0=50$  传播,此时给予波包一个加速度  $A$ ,运动一段时间  $\tau_f=1$  后探测到波包的中心位置为  $x_f$ 。由  $x_f$  和  $A$  的关系可以确

定加速度对波包运动的调制作用。

图 4 描绘了探测位置  $x_f$  随加速度  $A$  的变化曲线。由图 4 可知,探测位置  $x_f$  与加速度  $A$  呈单调线性递增的关系,与根据理论公式  $x_f = x_0 + v_0 \tau_f + A \tau_f^2 / 2$  做出的  $x_f - A$  关系曲线完美吻合;当  $A = 0$  时,波包匀速运动,此时探测波包的位置符合一维匀速运动公式  $x_f = x_0 + v_0 \tau_f = 20$ ,由此非常简单地验证了计算结果的正确性。

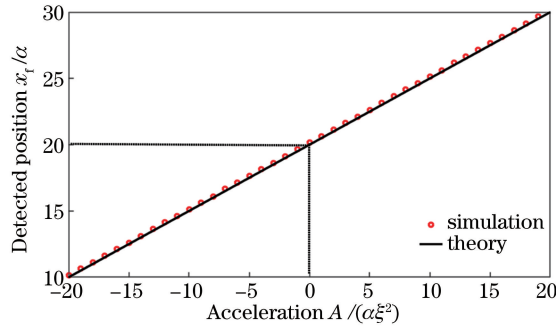


图 4 探测位置与加速度的线性关系

Fig. 4 Linear relation of detected position and acceleration

#### 4.2 s-波散射碰撞相互作用对波包运动的调制作用

图 5(a)和(b)分别描绘了  $h_f$  与  $M_3$  关系,以及吸引碰撞相互作用( $M_3 < 0$ )导致波包塌缩的现象。如图 5(a)所示,三条曲线分别表示在无光场( $T=0$ )、红失谐光场( $T=-1000$ )、蓝失谐光场( $T=1000$ )条件下, $h_f$  随  $M_3$  的变化情况。以  $M_3=0$  为界进行分析,当  $M_3 > 0$  时, $h_f$  随  $M_3$  增大而降低,且降低的速率随着  $M_3$  的增加而减小,这说明波包受 BEC 原子间碰撞排斥作用的影响而出现扩散, $M_3$  越大,扩散速率越慢;当  $M_3$  足够大时,波包将完全扩散,故  $h_f$  趋于恒定。当  $M_3 < 0$  时, $h_f$  随  $|M_3|$  增大而不断增加。当  $M_3 \approx 5.5$  (红失谐情况下  $M_3 \approx 5.3$ ,蓝失谐情况下  $M_3 \approx 5.7$ ) 时, $h_f$  达到最大值,随后开始减小。这表示在强吸引碰撞作用影响下,原子不断向波包中心堆积,导致中心密度不断增加,表现为  $h_f$  增大;当原子堆积到一定值后波包分裂,出现了多峰,此时  $h_f$  开始下降。通过判断  $h_f$  最高点的位置可以定性理解波包塌缩的快慢。若  $|M_3|$  的值继续增大,可以推测波包会继续分裂成更多的小峰, $h_f$  的变化会出现无规则现象。这在图 5(a)中也略有体现,在无光场和红失谐光场情况下,当  $M_3 \approx 8.0$  时, $h_f$  并不是一直下降,而是存在略微增加的趋势。在模拟过程中,很难通过  $h_f$  的变化严格定义分裂程度与  $M_3$  的准确关系,这一点有待后续进一步讨论。通过比较无光场、红失谐光场和蓝失谐光场三种情况下的  $h_f - M_3$  曲线可以发现,蓝失谐情况下得到的波包高度更低,但是峰值  $h_f$  对应的  $|M_3|$  略大。这是因为,红失谐光场和吸引碰撞相互作用均对波包具有聚焦效果,这不仅增大了探测波包的高度,还加速了塌缩过程。相反,蓝失谐光场对波包的扩散以及波包自身的色散能够减弱原子

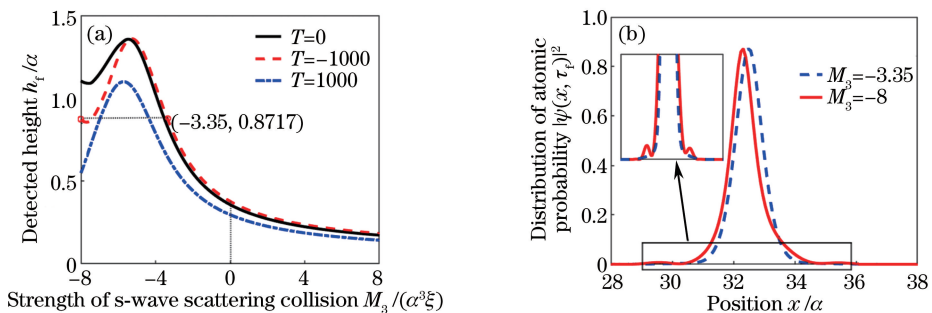


图 5 (a)探测波包高度与 s-波散射碰撞相互作用  $M_3$  的关系;

(b)在红失谐激光场和吸引碰撞相互作用下,探测波包的未塌缩( $M_3 = -3.35$ )和塌缩( $M_3 = -8$ )效应

Fig. 5 (a) Relationship between height of detected wave-packet and strength of s-wave scattering collision  $M_3$  ;

(b) in the case of red-detuned laser field and attractive collision interaction, effect of detected wave-packet under no collapse ( $M_3 = -3.35$ ) and collapse ( $M_3 = -8$ )

间吸引作用的强度,从而导致 $|M_3|$ 值更高时才出现波包分裂。

在红失谐光场情况下,当 $M_3 = -8$ 和 $M_3 = -3.35$ 时,探测波包高度 $h_f$ 相同,如图5(a)所示,但波包线型实际上却发生了变化。如图5(b)所示,当 $M_3 = -3.35$ 时,碰撞强度还达不到塌缩的条件,波包仍为单峰结构;当 $M_3 = -8$ 时, $|M_3|$ 大于临界值5.3(峰值 $h_f$ 对应的 $M_3$ 值),波包会由于原子间的强吸引作用而出现明显的塌缩。插图展示了波包出现多峰的现象<sup>[32]</sup>。

## 5 与实验的比较结果

将模拟结果与文献[20]中的实验结果进行对比。与实验的真实数据相比,模拟中采用的高斯光场束腰半径和初始波包宽度均减小一个数量级,但激光拉比频率的参数相差不大,原子飞行的总时间也减小了一个数量级。在不考虑加速度的影响下,实验中测量到了BEC原子在穿越高斯光场后飞行不同时间相对于无光场情况的位置超前量不变。与实验不同的是,模拟是在给定了总飞行时间的条件下来研究BEC位置变化的。

实验中采用的是红失谐光场,通过探测波包的最终状态研究了原子受光场影响的超前和聚焦效应。而本课题组的数值模拟不仅考虑了红失谐光场,而且也拓展到了蓝失谐光场,详细研究了蓝失谐光场对BEC原子产生的散焦和滞后效应。由模拟结果可以推断出,在相同的条件下,蓝失谐光场展现的滞后和散焦效果相较于红失谐光场展现的超前和聚焦效果更加显著。模拟与实验结果的比较如表1所示。

表1 不同类型光场下实验与本研究模拟结果的比较  
Table 1 Comparison between experimental and our results

Type of Gaussian laser field	Time of flight $t$ /ms		Position variation $\Delta x$ / $\mu\text{m}$		Height variation $\Delta h$ / $\mu\text{m}$	
	Experiment	Simulation	Experiment	Simulation	Experiment	Simulation
Red-detuned field	12-18	1.4	37-44	2.5	/	0.06
Blue-detuned field	/	1.4	/	-7.3	/	-0.39

从表1中可以看出,基于模拟的前提条件,理论结果很好地满足与已有实验结果相差一个数量级的关系,从而验证了模拟结果的可信度,这将为后续实验的准确测量提供参考。除此之外,实验中采用的 $M_3$ 为正值,即各原子相互排斥,这加速了BEC原子的扩散。而模拟过程中本课题组还考虑了 $M_3$ 为负值的情况,并发现当 $|M_3|$ 达到一定值后会导致波包塌缩,这还需要通过进一步的实验来验证。

## 6 结 论

利用数值模拟求解GP方程的方法获得了一维BEC原子波包横向穿越高斯光场的动力学行为,通过调节高斯型光场的拉比频率幅值和束腰半径等参数来控制原子在探测位置呈现的波包状态,包括聚(散)焦的强度和波包中心位置的变化。还研究了质心加速度和原子间s-波散射碰撞作用对运动的影响,结果发现探测波包位置与加速度存在严格的线性关系,而s-波散射碰撞作用会导致原子波包发生剧烈的形变,形变类型取决于s-波散射长度的正负号,即正散射长度(对应相互排斥作用)会加速波包的扩散,而负散射长度(对应相互吸引作用)可能导致波包分裂,甚至塌缩。本研究的理论工作与文献的实验结果吻合得较好,而且进一步拓展到了蓝失谐光场(实验中只考虑了红失谐光场),并指出其引起的散焦和位置滞后现象更加显著。本研究成果可为未来超冷原子的相干操控实验提供一定的理论指导。

## 参 考 文 献

- [1] Davis K B, Mewes M O, Andrews M R, *et al.* Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms[J]. Physical Review Letters, 1995, 75(22): 3969-3973.
- [2] Anderson M H, Ensher J R, Matthews M R, *et al.* Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor [J]. Science, 1995, 269(5221): 198-201.
- [3] Andrews M R, Townsend C G, Miesner H J, *et al.* Observation of interference between two Bose condensates[J]. Science, 1997, 275(5300): 637-641.

- [4] Fouda M F, Fang R, Ketterson J B, *et al.* Generation of arbitrary lithographic patterns using Bose-Einstein-condensate interferometry[J]. *Physical Review A*, 2016, 94(6): 063644.
- [5] Ovchinnikov Y B, Müller J H, Doery M R, *et al.* Diffraction of a released Bose-Einstein condensate by a pulsed standing light wave[J]. *Physical Review Letters*, 1999, 83(2): 284-287.
- [6] Ishkhanyan A M. Diffraction of atoms by a standing wave at Gaussian initial momentum distribution of amplitudes[J]. *Physical Review A*, 2000, 61(6): 063611.
- [7] Zhang Baowu, Yao Luyu, Chen Jun, *et al.* Effects of non-collimation of Gaussian laser on laser-focused Cr atom deposition[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(6): 0602001.  
张宝武, 姚芦鹁, 陈君, 等. 高斯激光非准直性对激光会聚铬原子沉积的影响[J]. *光学学报*, 2015, 35(6): 0602001.
- [8] Oberthaler M K, Pfau T. One-, two- and three-dimensional nanostructures with atom lithography [J]. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 2003, 15(6): R233-R255.
- [9] Balykin V I, Melentiev P N. Nanolithography with atom optics[J]. *Nanotechnologies in Russia*, 2009, 4(7/8): 425-447.
- [10] Wang Z, Millet L, Mir M, *et al.* Spatial light interference microscopy (SLIM) [J]. *Optics Express*, 2011, 19(2): 1016-1026.
- [11] Yong Y K, Mohemani S O R. Design of an inertially counterbalanced Z- nanopositioner for high-speed atomic force microscopy[J]. *IEEE Transactions on Nanotechnology*, 2013, 12(2): 137-145.
- [12] Sebby-Strabley J, Anderlini M, Jessen P S, *et al.* Lattice of double wells for manipulating pairs of cold atoms[J]. *Physical Review A*, 2006, 73(3): 033605.
- [13] Wang Qi, Ge Yan, Liu Lianzhen, *et al.* Quantum coherent control in hybrid atom optomechanical systems[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(11): 1102001.  
王琦, 戈燕, 刘练珍, 等. 混合原子光机械系统中的量子相干控制[J]. *光学学报*, 2016, 36(11): 1102001.
- [14] Han H, Beyler A, Belz J, *et al.* Quantitative atomic resolution at interfaces: subtraction of the background in STEM images with the example of (Ga, In) P/GaAs structures[J]. *Journal of Applied Physics*, 2017, 121(2): 025301.
- [15] Treutlein P, Hommelhoff P, Steinmetz T, *et al.* Coherence in microchip traps[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 92(20): 203005.
- [16] Bjorkholm J E, Freeman R R, Ashkin A, *et al.* Observation of focusing of neutral atoms by the dipole forces of resonance-radiation pressure[J]. *Physical Review Letters*, 1978, 41(20): 1361-1364.
- [17] Pearson D B, Freeman R R, Bjorkholm J E, *et al.* Focusing and defocusing of neutral atomic beams using resonance-radiation pressure[J]. *Applied Physics Letters*, 1980, 36(1): 99-101.
- [18] Khaykovich L, Davidson N. Adiabatic focusing of cold atoms in a blue-detuned laser standing wave[J]. *Applied Physics B*, 2000, 70(5): 683-688.
- [19] Han J, Vogt T, Manjappa M, *et al.* Lensing effect of electromagnetically induced transparency involving a Rydberg state[J]. *Physical Review A*, 2015, 92(6): 063824.
- [20] Zhou S, Duan Z, Qian J, *et al.* Cold atomic clouds and Bose-Einstein condensates passing through a Gaussian beam[J]. *Physical Review A*, 2009, 80(3): 033411.
- [21] Gao Deying, Xia Yunjie. Quantum correlation dynamics of motive atoms in cavity quantum electrodynamics[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(8): 082701.  
高德营, 夏云杰. 腔量子电动力学中运动原子量子关联的动力学[J]. *激光与光电子学进展*, 2015, 52(8): 082701.
- [22] Kandes M C. Modeling the effects of inertial forces on Bose-Einstein condensates in rotating frames of reference[D]. Los Angeles: Claremont Graduate University, 2015:1-9.
- [23] Wang Shunjin. Mean field theory for Boson systems: sympathetic cooling and soliton excitations of Bose-Einstein condensate[J]. *Nuclear Physics Review*, 2004, 21(2): 99-103.  
王顺金. 玻色子多体系统的平均场理论: 玻色-爱因斯坦凝聚体 (BEC) 的冷却与激发[J]. *原子核物理评论*, 2004, 21(2): 99-103.
- [24] Meystre P. *Atom optics*[M]. New York: Springer Science & Business Media, 2001: 43-56.
- [25] Roberts J L, Claussen N R, Cornish S L, *et al.* Controlled collapse of a Bose-Einstein condensate[J]. *Physical Review Letters*, 2001, 86(19): 4211-4214.



- [26] Abdullaev F K, Caputo J G, Kraenkel R A, *et al.* Controlling collapse in Bose-Einstein condensates by temporal modulation of the scattering length[J]. *Physical Review A*, 2003, 67(1): 013605.
- [27] Cornish S L, Thompson S T, Wieman C E. Formation of bright matter-wave solitons during the collapse of attractive Bose-Einstein condensates[J]. *Physical Review Letters*, 2006, 96(17): 170401.
- [28] Weber T, Herbig J, Mark M, *et al.* Bose-Einstein condensation of cesium[J]. *Science*, 2003, 299(5604): 232-235.
- [29] Pethick C J, Smith H. Bose-Einstein condensation in dilute gases[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2002: 159-162.
- [30] Liu Hong, Wei Jiayu, Lou Senyue, *et al.* Bright soliton solution in 1D Tonks-Girardeau gas[J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(3): 1343-1346.  
刘红, 魏佳羽, 楼森岳, 等. 一维 Tonks-Girardeau 原子气区域中的亮孤子解[J]. *物理学报*, 2008, 57(3): 1343-1346.
- [31] Duan Zhenglu. Nonlinear quantum effect of the coherent matter wave[D]. Shanghai: East China Normal University, 2010:98-99.  
段正路. 相干物质波的非线性量子力学效应[D]. 上海:华东师范大学, 2010: 98-99.
- [32] Strecker K E, Partridge G B, Truscott A G, *et al.* Formation and propagation of matter-wave soliton trains [J]. *Nature*, 2002, 417(6885): 150-153.