

基于动态区域提取的模式复原算法

文良华^{1,2,3,4}, 杨平^{1,2}, 王帅^{1,2}, 陈善球^{1,2}, 刘文劲^{1,2}, 许冰^{1,2}

¹中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209;

²中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209;

³中国科学院大学, 北京 100049;

⁴宜宾学院物理与电子工程学院, 四川 宜宾 644007

摘要 追踪了由远场光电探测器采样宽度限制引入的量化噪声在算法实现过程中的传递, 分析了其对算法在波前像差校正中的效果和收敛速度产生影响的原因。根据斯特列尔比值(SR)的变化, 提出了一种基于动态区域提取的模式复原算法, 并利用 18 阶和 33 阶 Zernike 多项式模拟得到的符合 Kolmogrove 大气湍流功率谱的波前对该算法进行数值计算。计算结果表明: 采用动态区域提取的复原算法校正波前像差, 在 12 位相机采样宽度和 33 阶初始像差情况下, 算法经 31 次迭代后收敛, 波前复原残差均方根为 0.058λ (λ 为波长), SR 达 0.9 以上。该算法减小了量化噪声的影响, 无波前传感自适应光学系统的收敛速度和校正效果得到显著提高。

关键词 大气光学; 自适应光学; 量化噪声; 动态区域提取; 模式复原

中图分类号 TP273.2 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP54.110101

Modal Reconstruction Algorithm Based on Dynamic Region Extraction

Wen Lianghua^{1,2,3,4}, Yang Ping^{1,2}, Wang Shuai^{1,2}, Chen Shanqiu^{1,2}, Liu Wenjin^{1,2}, Xu Bing^{1,2}

¹Key Laboratory of Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

²Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

³University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

⁴School of Physics and Electronic Engineering, Yibin University, Yibin, Sichuan 644007, China

Abstract Transferring of quantization noise in algorithm implementation is tracked, which is caused by the finite sampling width of far field photodetector. The effect of quantization noise on wavefront aberration correction effect and convergence speed is analyzed. According to the changing of Strehl ratio (SR), a modal reconstruction algorithm based on dynamic region extraction is presented. Numerical calculations are carried out with the wavefront which fits the Kolmogrove atmospheric turbulence power spectrum and is obtained by the simulation of 18- and 33-order Zernike terms. The results show that, under the condition of the camera sampling width of 12 bits and 33-order initial aberration, the SR is larger than 0.9, the root-mean-square value of wavefront recuperative residual is 0.058λ (λ is wavelength), and the algorithm is converged after iteration for 31 times. The proposed algorithm greatly improves the correction performance and convergence speed of the wavefront sensorless adaptive optics system and reduces the effect of the quantization noise.

Key words atmospheric optics; adaptive optics; quantization noise; dynamic region extraction; modal reconstruction

OCIS codes 010.1080; 010.7350

收稿日期: 2017-04-26; 收到修改稿日期: 2017-05-24

基金项目: 国家自然科学基金(60978049)、中国科学院创新基金(CXJJ-16M208)、中国科学院青年创新促进会项目(2012280)、中国科学院卓越青年科学家项目

作者简介: 文良华(1980—), 男, 博士研究生, 主要从事自适应光学控制与信号处理方面的研究。

E-mail: wlh45@126.com

导师简介: 杨平(1980—), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, 主要从事自适应光学控制与信号处理方面的研究。

E-mail: pingyang2516@163.com(通信联系人)

1 引言

无波前传感自适应光学系统(WFSless AO)广泛应用于波前相位不连续及一些特殊的应用场合,如激光核聚变装置、共焦显微镜、光纤耦合、激光相控、光学追踪、扩展目标成像等^[1-7]。WFSless AO 在物理实验和实际应用中能否取得良好的校正效果很大程度上取决于系统采用的控制算法。WFSless AO 算法主要采用寻优迭代求解的方法,即按照一定规则向校正单元(多为变形镜)施加扰动,测量焦平面的光强并计算优化指标量,向最优化指标量的方向迭代,寻求一定约束条件下的最佳输出控制量。WFSless AO 算法按优化求解的过程可分为两类:一类为盲优化算法,其控制量在一定条件下随机生成,按照控制指标量寻优,如遗传算法、爬山法、模拟退火算法、随机并行梯度下降(SPGD)算法等。SPGD 算法具有可进行梯度估计、参数设置简单等优点,在自适应光学系统中广泛使用^[8-9],但 SPGD 算法的校正性能与增益步长、随机扰动量,以及控制指标优化量的选取有关,并随搜索空间的增大而迅速退化。另一类为基于模型的优化算法,其控制量为基于焦平面光强与波前像差的近似模型的解,因此算法收敛速度快,波前校正效果好,这类算法最早由牛津大学的 Booth^[10-11]提出,通过寻求远场光强加权半径与像差模式系数的线性关系,得到了不同波前像差情况下波前像差模式系数的近似解析表达方程。之后,一种基于通用模式的算法被提出,该算法主要利用远场光强二阶中心矩与波前像差斜率平方的平均值的近似线性关系实现波前的复原与校正^[12],具有参数简单易调整、收敛速度快等优点,在波前像差校正中具有比 SPGD 算法更好的性能^[13],在扩展目标成像仿真和激光相干合成实验系统中取得了良好的效果^[14-15]。

但是,这种基于模式 WFSless AO 算法自 2011 年被提出以来,除了应用于分立式变形镜作像差校正单元的 WFSless AO 系统中外^[15],鲜有文献报道其在实际系统中的应用,后续有关的研究文献主要针对该算法的原理进行研究^[12-14],而对其应用于 WFSless AO 的有关问题尚未进行深入研究。因此,迫切需要对该算法实现所面临的技术问题和适用场景开展研究,如光电探测器的噪声对算法性能的影响、远场区域提取的原则与方法等诸多实际因素都急需确定。WFSless AO 主要由控制器、校正单元变形镜和远场光电探测器组成。控制器根据优化指标产生控制电压并驱动变形镜,光电探测器对焦平面光强进行采样并反馈至控制器以形成闭环系统。诸多光电探测器中的 CMOS 科学相机因其低功耗、低成本、开窗可设置、帧频可调等特点,广泛应用于 WFSless AO 的光电探测中。本文就此类相机采样位数限制引入的量化噪声对算法的影响进行了研究。追踪量化噪声在迭代过程中的传递,针对算法所采用的固定区域提取远场并计算二阶矩的线性偏离问题,提出了动态区域提取的模式复原算法,并应用于像差校正,通过数值计算取得了良好的效果。

2 算法模型

WFSless AO 的主要原理如图 1 所示,入射波前为 $\Phi(x, y)$,变形镜产生的校正波前为 $\Psi(x, y)$,CMOS 相机探测远场光强形成反馈信号,控制器采用优化算法产生电压信号并将其作用于变形镜,实现波前像差的闭环校正。文献[12]介绍的基于模式的算法与波前展开多项式的具体形式无关, $F_i(x, y)$ 为任意正交基函数,其像差模式系数为 v_i ,算法优化目标使 $\Phi(x, y)$ 与 $\Psi(x, y)$ 之差最小,二者可分别表示为

$$\Phi(x, y) = \sum_{i=1}^M v_i F_i(x, y), \quad (1)$$

$$\Psi(x, y) = \sum_{i=1}^N v_i F_i(x, y). \quad (2)$$

该算法主要利用波前像差斜率平方的平均值 D 与远场光强的二阶中心矩 M 之间的近似线性关系^[3,13],即

$$D \approx C_0(1 - M), \quad (3)$$

式中 C_0 为线性常数。 D 可定义为

$$D = S^{-1} \iint_S \left[\frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial x} \right]^2 dx dy + S^{-1} \iint_S \left[\frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial y} \right]^2 dx dy, \quad (4)$$

式中 (x, y) 为入瞳面坐标, S 为其面积。

远场光强的二阶中心矩 M 可表示为

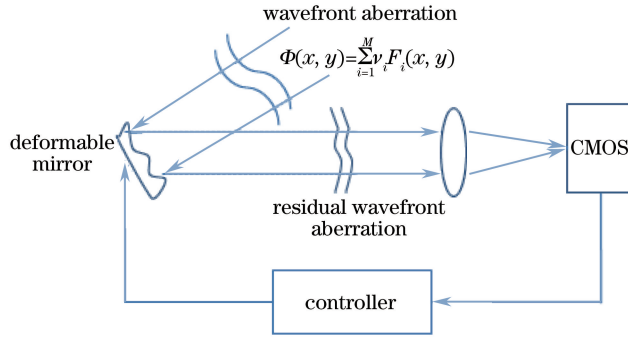


图 1 WFSless AO 原理

Fig. 1 Schematic of WFSless AO

$$M = \frac{\iint I(x_1, y_1) \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) dx_1 dy_1}{\iint I(x_1, y_1) dx_1 dy_1}, \quad (5)$$

式中 (x_1, y_1) 为焦平面坐标, R 为远场光斑圆形区域的提取半径, $r^2 = x_1^2 + y_1^2$, ($x_1^2 + y_1^2 > R^2$ 时, $r = 0$)。焦平面光强经 CMOS 相机采样后, M 的离散形式为

$$M = \frac{\sum_{i=1, j=1}^{P, Q} I(i, j) \left[1 - \frac{(i - i_0)^2 + (j - j_0)^2}{R^2}\right]}{\sum_{i=1, j=1}^{P, Q} I(i, j)} = \frac{\sum_{i=1, j=1}^{P, Q} W(i, j) I(i, j)}{\sum_{i=1, j=1}^{P, Q} I(i, j)}, \quad (6)$$

式中 P 和 Q 分别为像素的行数和列数; (i, j) 为像素坐标; (i_0, j_0) 为光斑质心坐标; $W(i, j)$ 为焦平面光斑圆形提取区域中像素的权值, 可表示为

$$W(i, j) = 1 - \frac{(i - i_0)^2 + (j - j_0)^2}{R^2}. \quad (7)$$

由像差模式与变形镜影响函数的关系矩阵可知, 对变形镜施加 $\alpha F_i(x, y)$ 对应的电压扰动后, 入射波前为

$$\Phi_i(x, y) = \sum_{i=1}^M v_i F_i(x, y) + \alpha F_i(x, y), \quad (8)$$

式中 α 为像差模式扰动系数。将 $\Phi_i(x, y)$ 代入(4)式进行推导(具体推导过程见文献[12-13])可得

$$\mathbf{K} = 2\alpha \mathbf{C}\mathbf{V} + \alpha^2 \mathbf{C}_M, \quad (9)$$

$$k_{i,0} = D_i - D_0 \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (10)$$

式中 D_0 和 D_i 分别为初始波前和施加模式像差扰动后波前的斜率平方均值, $k_{i,0}$ 为 D_i 的增量, \mathbf{K} 为由此构成的波前斜率平方均值的增量矢量; \mathbf{V} 为波前各像差模式的系数矢量(其元素为 v_i); \mathbf{C} 为像差模式斜率相关矩阵, \mathbf{C}_M 为由 \mathbf{C} 的对角元素构成的矢量, $C_{i,j}$ 为 \mathbf{C} 的元素, 可表示为

$$C_{i,j} = S^{-1} \iint \left[\frac{\partial F_i(x, y)}{\partial x} \frac{\partial F_j(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial F_i(x, y)}{\partial y} \frac{\partial F_j(x, y)}{\partial y} \right] dx dy. \quad (11)$$

对变形镜逐一施加 $\alpha F_i(x, y)$ 对应的电压扰动, 并用 CMOS 相机采样远场光强, 计算并存储相应光强的二阶矩 M_i 与初始二阶矩 M_0 间的增量, 所有电压扰动施加完成后, 可得远场光强二阶矩的增量矢量 $\Delta \mathbf{M}$, 利用(3)、(9)式复原出波前像差的模式系数矢量 \mathbf{V} , 将复原的模式系数矢量转化为电压, 并将电压施加于变形镜完成一次像差校正, 重复上述步骤实现校正迭代, 则 \mathbf{V} 可表示为

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{C}^{-1}(\mathbf{K} - \alpha^2 \mathbf{C}_M)}{2\alpha} \approx \frac{\mathbf{C}^{-1}(C_0 \Delta \mathbf{M} - \alpha^2 \mathbf{C}_M)}{2\alpha}. \quad (12)$$

上述波前像差复原与校正过程中, 相关矩阵 \mathbf{C} 、线性常数 C_0 可通过离线计算, 减小了算法实现的运算复杂度和资源开销。算法实现的中间物理量 M 的获取与焦平面光强圆形区域提取的大小和光强采样相关, 而算法采用了固定大小的圆形区域提取, 因此 CMOS 相机采样效果直接影响 C_0 和 M 的准确性, 最终决定算法的复原精度和校正效果。下面就 CMOS 相机量化噪声对固定区域提取远场光强的模式复原算法的影响进行分析。

3 量化噪声对算法性能的影响

CMOS 相机探测到远场光强,探测信号经光电转换、信号放大及模拟数字转换器转换为数字信号,其关系式为^[16]

$$G = AS(\lambda)Et, \quad (13)$$

式中 G 为数字灰度值, A 为电路增益, $S(\lambda)$ 为像素对应的光谱响应率, E 为当前光照, t 为曝光时间。CMOS 相机最低有效位 $L_{SB} = I_{\max}/2^B$, 其中 B 为数据位数, I_{\max} 为焦面峰值光强, 光强灰度小于 L_{SB} 的数值被丢弃, 从而引入量化噪声。在相同波前像差条件下, B 越小, 对应的 L_{SB} 越大, 量化噪声导致探测得到的光斑丢失的细节信息越多, 计算的 M 准确性越差, 由线性近似关系(3)、(12)式复原的波前模式系数误差增加, 系统复原与校正残差变大, 收敛速度变慢。通过数值计算可追踪量化噪声在算法实现过程中的传递。采用 Noll^[17] 的方法生成符合 Komolgnov 统计规律的由 18 阶 Zernike 多项式构成的随机入射波前, 入射波前及 Zernike 多项式系数如图 2 所示。图中 M 、 N 分别为光栅在横、纵轴两个方向的刻度。

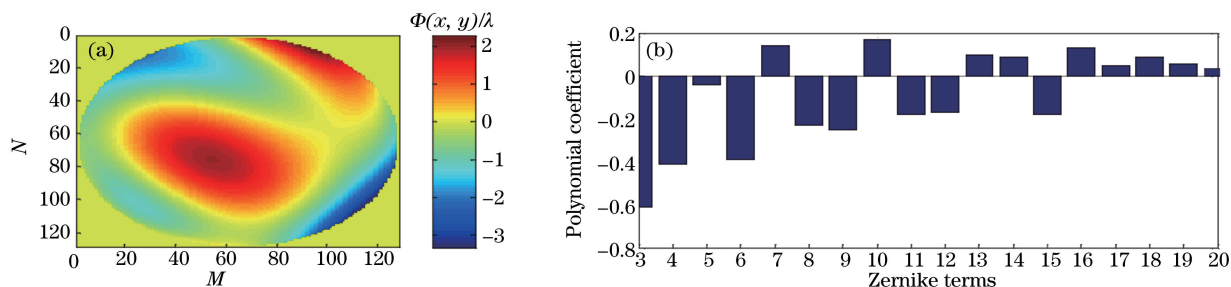


图 2 18 阶 Zernike 模式的 (a) 入射波前和 (b) 多项式系数

Fig. 2 (a) Incident wavefront and (b) polynomial coefficient of 18-order Zernike mode

不同数据位数的 CMOS 相机 ($B=8, 10, 12$) 采样远场光斑的数值计算结果如图 3 所示。采样位数越少, 光强灰度的量化误差越大, 远场光斑的细节丢失越多。

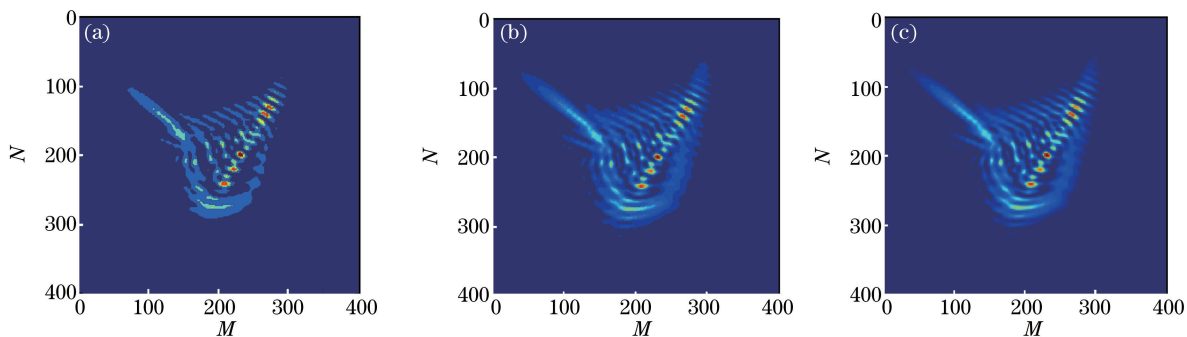


图 3 远场光强灰度采样。(a) 8 位; (b) 10 位; (c) 12 位

Fig. 3 Gradation of light intensity sampling for far-field. (a) 8 bits; (b) 10 bits; (c) 12 bits

光强灰度的量化误差 σ_1^2 与采样位数的关系如图 4 所示。采样位数为 8 位时, 远场光强灰度值量化噪声的方差为 9, 远场光斑丢失了大量小灰度像素, 光强分布改变大。量化误差 σ_1^2 可表示为

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{PQ-1} \sum_{i=1, j=1}^{P, Q} [I(i, j) - I_0(i, j)]^2, \quad (14)$$

式中 $I_0(i, j)$ 为不考虑采样位数时的光强灰度, $I(i, j)$ 为量化后的光强灰度, (i, j) 为焦面光强的坐标。用半径为 16 倍衍射极限大小的圆形区域提取远场光斑, 计算 M 并完成迭代。不同采样位数下, 用 $I(i, j)$ 计算迭代光强远场二阶矩 M , 通过(3)式计算 D 的近似值与理论值的方差 σ_2^2 , σ_2^2 可表示为

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{JN'-1} \sum_{i=1, j=1}^{J, N'} (D_{i, j} - C_0 M_{i, j})^2, \quad (15)$$

式中 N' 为像差模式数, J 为迭代次数, $D_{i, j}$ 为第 j 次迭代中第 i 阶模式像差对应的扰动电压施加于变形镜后的波前斜率平方的均值, $M_{i, j}$ 为与之对应的远场二阶矩。不同采样位数下 σ_2^2 的计算结果如图 5 所示, 其中

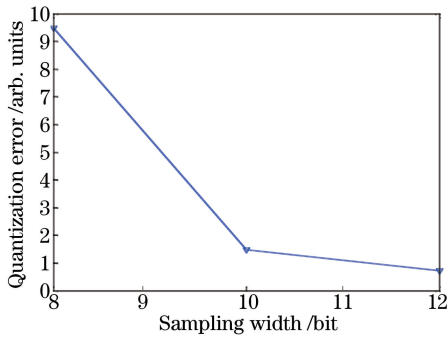


图4 远场光强灰度值量化误差

Fig. 4 Quantization error of far-field light intensity gray value

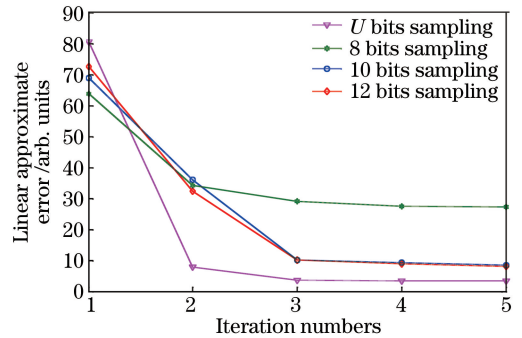


图5 算法迭代中的线性近似误差

Fig. 5 Linear approximate error in algorithm iteration

图例 U bits 表示无量化误差的采样情况。

σ_2^2 表示了(3)式所示的线性程度的误差,其值越小, M 与 D 的线性度越好。线性误差 σ_2^2 随迭代次数的增加而减小,但相机采样位数越少, σ_2^2 的终值越大;当采样位数为 8 位时,线性误差 σ_2^2 收敛到 28。不同采样位数下,算法经 5 次迭代的波前复原后的残差和校正后的斯特列尔比(SR)分别如图 6、7 所示。

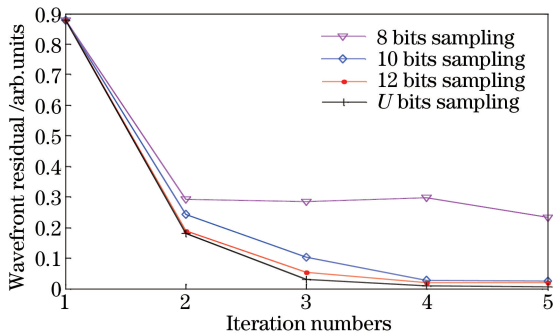


图6 算法复原后的波前残差

Fig. 6 Wavefront residual after algorithm restoration

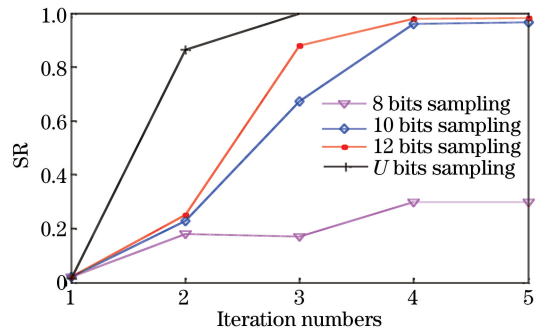


图7 算法迭代过程中的 SR

Fig. 7 SR in algorithm iteration process

由数值计算结果可知,远场光强灰度量化的方差 σ_1^2 越大,算法的线性近似特性越差,复原波前残差越大,像差校正效果越差。在采样位数为 8 位的情况下 σ_1^2 最大,算法经 5 次迭代后其 SR 为 0.3,陷入局部优化;不考虑采样位数,即无量化噪声时(U bits 图例曲线所示),算法经 3 次迭代后其 SR 为 0.98。量化噪声使线性常数 C_0 偏离准确值,远场光强固定圆形区域提取计算的 M 误差增加,并在迭代中被扩大,弱化了算法的性能,甚至使算法陷入局部优化。

4 动态区域复原

由上述分析和计算结果可知,当远场光斑圆形提取区域半径 R 和像素的权值 W 一定时,随着算法的迭代,波前像差减小,焦平面光强会聚,区域边缘小灰度值像素数目增加,在量化噪声和像素的权值 W 的双重作用下,弱化了质心围绕区域像素的作用, M 的误差增加,从而使 σ_2^2 表征的线性特性退化,算法性能变差甚至陷入局部优化。为此,提出了基于动态区域提取的模式复原算法,其主要原理为:根据迭代情况,动态改变区域提取半径 R 和像素的权值 W ,减少边缘区域小灰度值像素数目,等效增大光斑中心区域像素的权值,从而减小量化噪声的影响。

根据斯特列尔比 SR 在算法迭代中的变化,动态选择远场圆形区域提取半径 R 、像素的权值 W 和线性常数 C_0 ,计算远场 M 并完成波前复原和像差校正,并采用 100 组随机入射波前验证算法性能。入射波前由 33 阶 Zernike 多项式组成,其系数符合 Komolgnov 统计规律^[17]。

远场光强动态提取区域半径 R 及像素的权值 W 的分布如图 8 所示。CMOS 相机采样位数为 12 位,远

场光斑区域提取半径的收缩比 MR 及线性常数 C_0 如表 1 所示。随着算法的迭代,复原与校正的波前残差变小,SR 增大,远场小灰度值像素增加。改进的算法可减小远场提取区域的半径,等效增加远场光强分布质心围绕区域像素的权值,从而减小量化误差的影响。

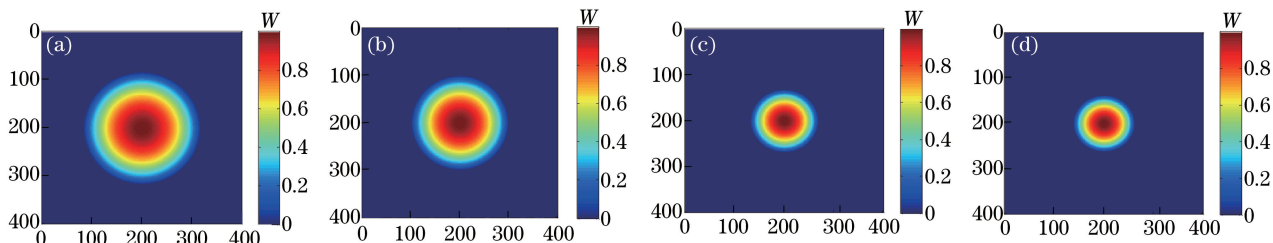


图 8 不同 MR 下远场动态区域提取。(a) MR1;(b) MR2;(c) MR3;(d) MR4

Fig. 8 Far-field dynamic region extraction under different MR. (a) MR1; (b) MR2; (c) MR3; (d) MR4

表 1 动态区域提取的相应参数

Table 1 Corresponding parameters extracted in dynamic region

MR	Contraction ratio	C_0	SR
MR1	1/1.7	10110	<0.08
MR2	1/2.0	7076	$[0.08, 0.25]$
MR3	1/2.6	4140	$[0.25, 0.85]$
MR4	1/3.2	2683	≥ 0.85

在上述 100 组入射波前下,对波前复原与校正的性能参数进行统计平均,将实现动态区域提取的复原算法和原算法进行对比,算法实现过程中的线性误差如图 9 所示,波前复原残差如图 10 所示,像差校正后的 SR 如图 11 所示。

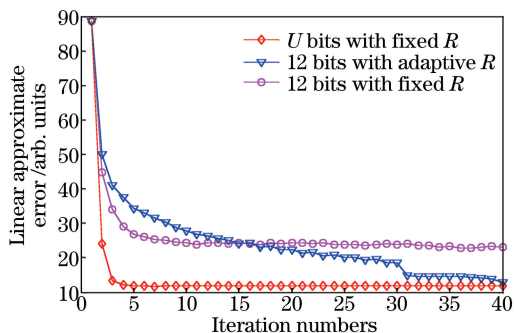


图 9 算法迭代中的线性近似误差

Fig. 9 Linear approximate error in algorithm iteration

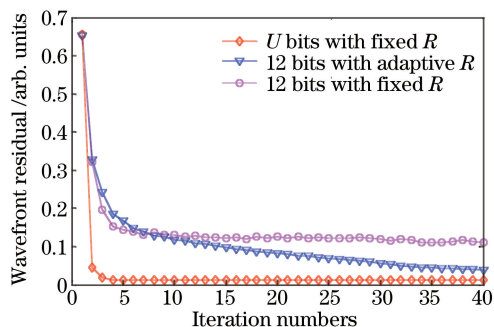


图 10 算法复原后的波前残差

Fig. 10 Wavefront residual after algorithm restoration

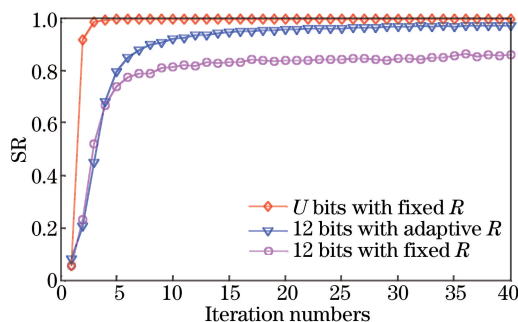


图 11 像差校正后的 SR

Fig. 11 SR after aberration correction

由图中 U bits 图例标注曲线可知,量化误差为零时线性误差 σ_2^2 经 3 次迭代后几乎为零,用固定区域提取远场的复原算法经 3 次迭代后收敛,波前复原残差均方根为 0.012λ ,其 SR 达 0.98,该特性说明了算法在原理上的快速收敛特性。当采样位数为 12 位且在固定区域提取时,算法线性误差 σ_2^2 在迭代过程中一直处于较大值区域(约为 24);波前复原与校正经多次迭代后不收敛,算法陷入局部优化。在同样的采样位数下,采用如图 8 所示的 R 和 W , σ_2^2 在迭代中减小,经 29 次迭代后接近无量化误差的情形;算法经 31 次迭代后收敛,波前复原残差均方根为 0.058λ ,SR 在 0.9 以上。由数值计算结果可知,动态区域提取改进的算法能有效减小量化噪声的影响,改善算法的复原精度与校正性能。

5 结 论

对远场光强的采样量化噪声影响模式复原与像差校正算法的过程进行了研究,并对量化噪声在控制量近似解过程中的传递和算法的波前复原与校正进行了数值计算。结果表明:量化噪声导致算法性能退化、收敛速度下降,甚至陷入局部优化。针对量化噪声产生的影响,提出了动态改变远场区域提取半径 R 及相应参数的模式复原算法,补偿了由量化噪声所造成的算法退化,有效改善了算法的复原精度和校正性能。所提动态区域提取模式复原算法的数值计算只考虑了光电探测器的采样宽度因素,应用时还需进一步考虑成像噪声等诸多因素的影响及处理方法。

参 考 文 献

- [1] Jiang Wenhan, Yang Zeping, Guan Chunlin, *et al.* New progress on adaptive optics in inertial confinement fusion facility[J]. Chinese J Lasers, 2009, 36(7): 1625-1634.
姜文汉, 杨泽平, 官春林, 等. 自适应光学技术在惯性约束聚变领域应用的新进展[J]. 中国激光, 2009, 36(7): 1625-1634.
- [2] Sherman L, Ye J Y, Albert O, *et al.* Adaptive correction of depth-induced aberrations in multiphoton scanning microscopy using a deformable mirror[J]. Journal of Microscopy, 2002, 206(1): 65-71.
- [3] Ling Ning, Zhang Yudong, Rao Xuejun, *et al.* A small adaptive optical imaging system for cells of living human retina [J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24(9): 1153-1158.
凌宁, 张雨东, 饶学军, 等. 用于活体人眼视网膜观察的自适应光学成像系统[J]. 光学学报, 2004, 24(9): 1153-1158.
- [4] Wulff K D, Cole G D, Clark R L. Holographic optical tweezers aberration correction using adaptive optics without a wavefront sensor[C]. SPIE, 2006, 6236: 63262Y.
- [5] Li Z K, Cao J T, Liu W, *et al.* Comparison of swarm intelligence algorithms in atmospheric compensation for free space optical communication[C]. SPIE, 2015, 9521: 952114.
- [6] Albert O, Sherman L, Mourou G, *et al.* Smart microscope: An adaptive optics learning system for aberration correction in multiphoton confocal microscopy[J]. Optics Letters, 2000, 25(1): 52-54.
- [7] Zhang Y D, Ling N, Yang Z P, *et al.* An adaptive optical system for ICF application[C]. SPIE, 2002, 4494: 96-103.
- [8] Vorontsov M A, Carhart G W, Ricklin J C. Adaptive phase-distortion correction based on parallel gradient-descent optimization[J]. Optics Letters, 1997, 22(12): 907-909.
- [9] Vorontsov M A, Sivokon V P. Stochastic parallel-gradient-descent technique for high-resolution wave-front phase-distortion correction[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1998, 15(10): 2745-2758.
- [10] Booth M J. Wavefront sensorless adaptive optics for large aberrations[J]. Optics Letters, 2007, 32(1): 5-7.
- [11] Booth M J. Wave front sensor-less adaptive optics: A model-based approach using sphere packings[J]. Optics Express, 2006, 14(4): 1339-1352.
- [12] Huang L H, Rao C H. Wavefront sensorless adaptive optics: A general model-based approach [J]. Optics Express, 2011, 19(1): 371-379.
- [13] Yang H Z, Zhang Z, Wu J. Performance comparison of wavefront-sensorless adaptive optics systems by using of the focal plane[J]. International Journal of Optics, 2015, 2015: 985351.
- [14] Yang H Z, Soloviev O, Verhaegen M. Model-based wavefront sensorless adaptive optics system for large aberrations

and extended objects[J]. Optics Express, 2015, 23(19): 24587-24601.

- [15] Huang L H. Coherent beam combination using a general model-based method[J]. Chinese Physics Letters, 2014, 31(9): 094205.
- [16] Qian Feng. Research on the high precision ATP system in satellite-to-earth quantum communications[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2014: 57-100.
钱锋. 星地量子通信高精度 ATP 系统研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2014: 57-100.
- [17] Noll R J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence[J]. Journal of the Optical Society of America, 1976, 66(3): 207-211.