

基于 LED 阵列的动态照明设计方法

花 卉¹, 毛祥龙^{2*}, 谭家海², 鱼卫星²

¹陕西国际商贸学院, 陕西 西安 712046;

²中国科学院西安光学精密机械研究所, 陕西 西安 710119

摘要 提出了一种 LED 阵列动态照明设计方法。首先, 选定 LED 阵列单元位置并对目标照度分布图样进行均匀采样, 建立 LED 阵列各单元的照度分布矩阵。然后, 构建和求解非负约束的最小二乘数学模型, 计算 LED 阵列各单元的非负权重分配, 使发光强度加权调制后的 LED 阵列在目标面内形成指定的照度分布图样。通过设计实例, 基于 LED 阵列分别在圆形区域和矩形区域内形成复杂的环形条纹照度分布和螺旋形照度分布图样, LED 阵列仿真照度分布图样与目标照度图样之间的均方根(RMS)拟合误差小于 20%, 最小 RMS 拟合误差小于 10%。

关键词 光学设计; 照明设计; LED 阵列; 动态照明; 非负最小二乘; 采样网格

中图分类号 O435; O432.2 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP54.102202

Dynamic Illumination Design Method Based on LED Array

Hua Hui¹, Mao Xianglong², Tan Jiahai², Yu Weixing²

¹ Shaanxi Institute of International Trade & Commerce, Xi'an, Shaanxi 712046, China;

² Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi 710119, China

Abstract A dynamic illumination design method based on LED array is proposed. First, the position of the LED array unit is selected and the target illumination distribution pattern is uniformly sampled. The illumination distribution matrix of each unit of the LED array is established. Then, the least square mathematical model of non-negative constraint is constructed and solved, and the non-negative weight distribution of each element of LED array is calculated. After applying the weights to the LED array, the LED array can approximate a specified illumination pattern within the target region. Based on the LED array, a series of examples are given to form complicated multiple-rings pattern and spiral pattern within the circular and rectangular target regions respectively. The root mean square (RMS) fitting error between the simulated illumination pattern and the target illumination pattern is less than 20% for all the designs, and the minimum RMS fitting error is less than 10%.

Key words optical design; illumination design; LED array; dynamic lighting; non-negative least square; sampling grid

OCIS codes 220.2945; 220.4298; 230.3670; 080.1753

1 引言

LED 光源具有节能、环保、寿命长等优势, 目前已广泛应用于通用照明领域^[1-5]。由于单颗 LED 的光通量有限, 且直接照明产生的照度分布不均匀, 这严重限制了 LED 的应用范围。采用 LED 阵列可以有效解决上述问题, 实现高质量的照明^[6-20]。

基于 LED 阵列的照明设计目前主要有两种: 一种是 LED 阵列直接照明, 通过对 LED 阵列各发光单元的排列间距和位置进行优化, 以在指定目标区域内形成均匀的照度分布^[6-13]; 另一种是对 LED 阵列的各发光单元进行二次配光设计, 即采用光学元件对各发光单元的光能分布进行整形, 也可以在目标面内形成预期的均匀照度分布^[14-20]。

收稿日期: 2017-05-16; **收到修改稿日期:** 2017-05-26

基金项目: 国家自然科学基金(61361166004, 61475156)

作者简介: 花 卉(1982—), 女, 硕士, 讲师, 主要从事物流信息管理、产业经济学方面的研究。E-mail: marry.916@163.com

* **通信联系人.** E-mail: maoxianglong@opt.ac.cn

然而上述方法只能实现固定的照度分布,无法实现动态照明,忽略了LED光源动态可调的特性。动态照明是LED智能照明的发展趋势之一,目前大多数动态照明模式是通过控制LED阵列光源的光谱特性实现照明环境的动态调节,如可调色温照明等^[21-26]。除了光谱可调,LED阵列各发光单元的发光强度也可调,通过对各发光单元的发光强度进行调制,有望在目标照明区域内形成动态可调的照度分布图样,即LED阵列动态照明设计。该动态照明具有众多应用,如可应用于室内、建筑物内装饰性照明以及动态指示信号照明,还可用于液晶显示背光源,通过动态局部照明控制实现高的图像对比度。

要实现上述构想,核心在于确定LED阵列各发光单元的强度权重分配方式,本文提出采用非负约束的最小二乘法对LED阵列的权重矩阵进行计算,并对目标照度分布图样的采样和LED阵列单元位置的选取策略进行研究,提出一种LED阵列动态照明设计方法,通过设计实例在圆形区域和矩形区域内实现环形条纹照度分布和螺旋形照度分布图样,结果验证了该方法的可行性。

2 基本原理

LED动态照明系统结构如图1所示,系统的输入为随机目标照度分布图样,运算处理单元动态地逆向求解LED阵列各发光单元的强度权重,驱动单元按权重系数对LED发光单元的光强进行调节,从而实现目标照度图样的近似仿真,实现动态照明的目的。

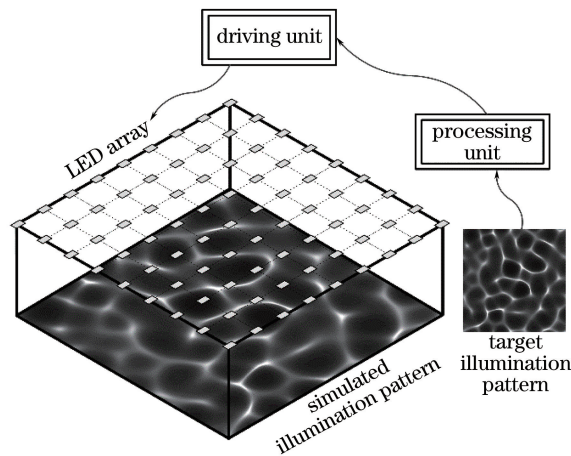


图1 LED阵列动态照明系统结构

Fig. 1 Structure of dynamic illumination system based on LED array

基于LED阵列的动态照明设计流程如图2所示。首先,给定预期实现的目标照度分布图样,对照度分布图样进行采样并选择LED阵列单元的位置;然后,计算LED阵列产生的照度分布矩阵,建立和求解非负最小二乘的数学模型,计算LED阵列各单元最优的权重分配,使调制后的LED阵列产生的照度分布图样接近目标照度分布。

2.1 目标照度分布图样采样和LED阵列单元位置选择

在计算LED阵列各单元的强度权重分配之前,首先要对目标照度分布图样进行采样,并对LED阵列各单元的位置进行选择。不失一般性地考虑圆形区域和矩形区域两种照度分布形式。对于圆形区域,照度分布图样的采样选用Halton均匀伪随机网格^[27-30],相对于随机采样方式,其具有更加均匀的采样特征,如图3(a)所示。LED阵列各单元位置的选取也采用均匀网格的方式,同时考虑到LED阵列实际安装的可行性和便利性,要求采样具有规律性,为此选用基于Fibonacci网格的均匀选择形式^[30-32],如图3(b)所示。此外,实际应用中还需要考虑到LED阵列单元的实际尺寸,为各发光单元预留足够的安装空间,因此需要根据实际情况对LED阵列单元位置进行调整。

对于矩形照明区域,目标照度分布图样仍然采用Halton网格进行均匀采样,LED阵列单元位置的选择则采用矩形网格,实现均匀照明的同时精确匹配矩形区域的边界,如图4所示。

经过上述步骤,便可以得到目标照明区域的采样网格点坐标位置 (x_{Ti}, y_{Ti}) ,其中 $i=1, 2, \dots, M$ 为照明

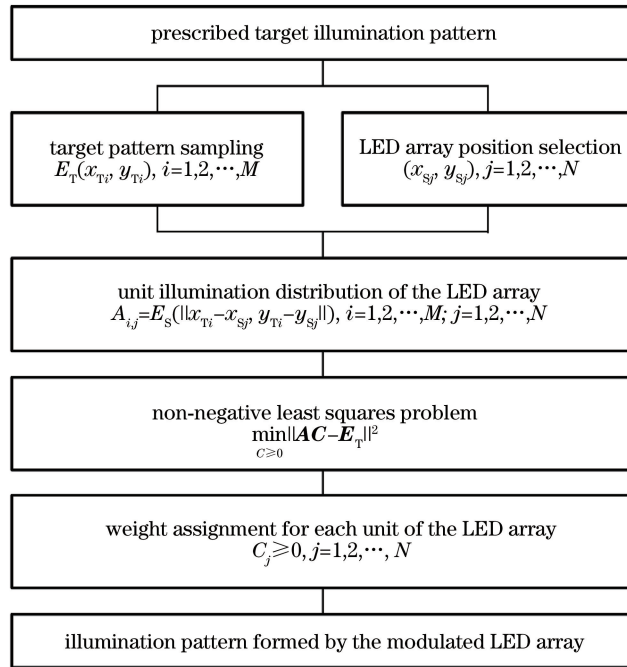


图 2 设计流程

Fig. 2 Design flowchart

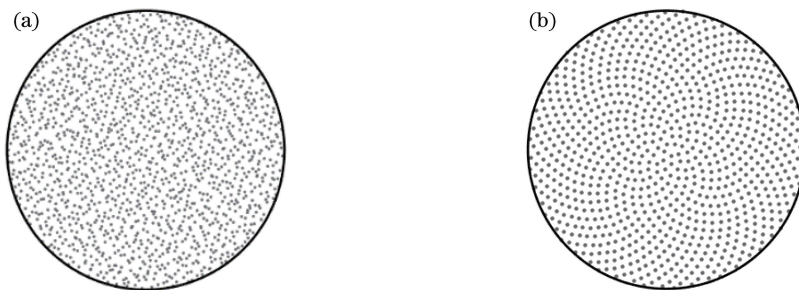


图 3 圆形区域采样网格形式。(a)采用 Halton 网格对目标图样采样;(b)采用 Fibonacci 网格选择 LED 阵列位置

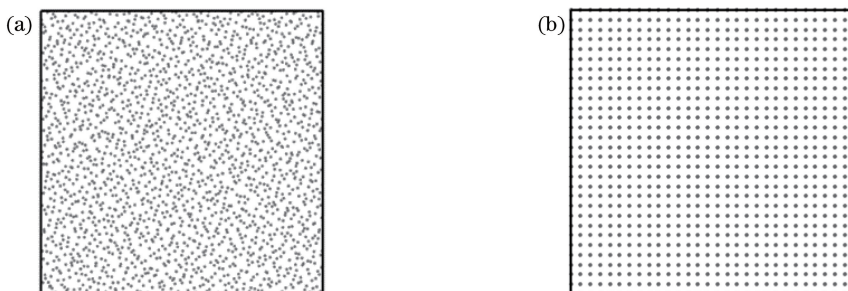
Fig. 3 Sampling grids for circular region. (a) Halton grid used for target pattern sampling;
(b) Fibonacci grid used for LED array position selecting

图 4 矩形区域采样网格形式。(a)采用 Halton 网格对照度图样采样;(b)采用矩形网格选择 LED 阵列位置

Fig. 4 Sampling grids for rectangular region. (a) Halton grid used for target pattern sampling;
(b) rectangular grid used for LED array position selecting

区域采样网格点的编号。进一步,通过对照度分布图样的解析表达式或离散表达形式进行插值,便可得到相应网格点上的目标照度值 $E_{T_i} = E_T(x_{T_i}, y_{T_i})$ 。同样还可得到 LED 阵列各单元的坐标位置 (x_{S_j}, y_{S_j}) , 以及各 LED 单元在目标上产生的照度分布 $E_{S_j} = E_S(x_{S_j}, y_{S_j})$, 其中 $j = 1, 2, \dots, N$ 为 LED 阵列各 LED 单元的编号。

2.2 LED 单元照度分布以及 LED 阵列照度分布矩阵

通常,LED 的光强分布 I_S 具备旋转对称性且满足余弦关系^[6,9,13]:

$$I_S = I_0 \cos^m \theta, \quad (1)$$

式中发光角 θ 是 LED 发光方向和 LED 发光平面法线方向的夹角, I_0 是 $\theta=0$ 方向上的光强, m 为常数, $m=1$ 时为朗伯光源。LED 在距离 H 处的平面内产生的照度分布 E_S 为^[6,9,13]

$$E_S = \frac{I_S \cos \theta}{r^2}, \quad (2)$$

式中 r 为目标照明位置 (x_T, y_T, H) 和 LED 坐标位置 $(x_S, y_S, 0)$ 之间的距离

$$r = \sqrt{(x_T - x_S)^2 + (y_T - y_S)^2 + H^2}. \quad (3)$$

由(2)和(3)式可得笛卡尔坐标系下 LED 发光单元产生的照度分布为

$$E_S(x_T, y_T, x_S, y_S) = \frac{I_0 H^{m+1}}{[(x_T - x_S)^2 + (y_T - y_S)^2 + H^2]^{(m+3)/2}}. \quad (4)$$

因此,LED 阵列在目标照明区域采样格点处产生的照度分布矩阵 \mathbf{A} 为

$$A_{i,j} = E_S(x_{Ti}, y_{Ti}, x_{Sj}, y_{Sj}) = E_S(\|x_{Ti} - x_{Sj}, y_{Ti} - y_{Sj}\|), \quad (5)$$

式中 $i=1, 2, \dots, M$ 和 $j=1, 2, \dots, N$ 分别为目标照明区域位置和 LED 阵列单元位置网格点的编号。

2.3 基于非负约束最小二乘法计算 LED 阵列各单元的权重分配

经过采样离散化,分别得到了目标照度分布采样矩阵 \mathbf{E}_T 和 LED 阵列的照度分布矩阵 \mathbf{A} ,要确定 LED 阵列各单元的权重矩阵 \mathbf{C} 以实现预期目标照度分布图样等价于求解

$$\begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \cdots & A_{1,N} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \cdots & A_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ A_{M,1} & A_{M,2} & \cdots & A_{M,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{T1} \\ E_{T2} \\ \vdots \\ E_{TM} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{AC} = \mathbf{E}_T. \quad (6)$$

基于最小二乘法可以对权重矩阵 \mathbf{C} 进行求解:

$$\mathbf{C} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{E}_T. \quad (7)$$

然而,上述求解得到的权重矩阵 \mathbf{C} 不可避免地会存在负数元素,即 LED 阵列部分单元的权重需设置为负值,这在物理上是无法实现的,因此需要对(6)式进行非负约束,转换为非负约束的最小二乘问题^[33]

$$\min_{\mathbf{C} \geq 0} \|\mathbf{AC} - \mathbf{E}_T\|^2. \quad (8)$$

可以采用 MATLAB 内置的 lsqnonneg 函数对上述数学问题进行求解,得到元素非负的最小二乘解 \mathbf{C} 。需要说明的是,除了非负约束限制,LED 发光单元还有最大发光强度限制,此时只需要对权重系数 \mathbf{C} 按最大发光强度进行归一化即可。另外,还需要考虑到实际 LED 发光单元的非线性特性,将 LED 阵列照度分布矩阵 \mathbf{A} 替换成实际测量值。基于权重矩阵 \mathbf{C} 调制 LED 阵列各 LED 单元的照度分布,拟合实现的照度分布图样为 $\mathbf{E}_{TS} = \mathbf{AC}$ 。用相对标准偏差的均方根(RMS)来评价仿真照度分布图样 \mathbf{E}_{TS} 与目标照度分布图样 \mathbf{E}_T 之间的偏差:

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left(\frac{E_{TSi} - E_{Ti}}{E_{Ti}} \right)^2}. \quad (9)$$

3 仿真与分析

基于上述方法,通过计算 LED 阵列的非负权重分配矩阵 \mathbf{C} 并对其各发光单元进行强度调制,可以对任意输入的照度分布图样进行仿真,实现动态照明。考虑圆形区域和矩形区域照明设计,设计参数如表 1 所示。LED 发光单元光强分布指数 $m=1$,即为朗伯 LED 光源。目标照明区域与 LED 阵列的距离为 $H=25$ mm,目标照度分布图样采样点数与 LED 阵列单元数量分别为 $M=10000$ 和 $N=900$ 。目标照明区域为圆形时,其半径为 $R_T=125$ mm。目标照明区域为矩形时,其长、宽分别为 $L_T=250$ mm, $W_T=250$ mm。LED 阵列的分布区域与照明区域相同。需要说明的是,LED 阵列单元的数量越多对目标照度分布图样的拟

合效果也越好,但需要考虑到 LED 阵列单元实际安装的可行性等。

表 1 设计参数

Table 1 Design parameters

Item	m	H	M	N	R_T	L_T	W_T
Value	1	25 mm	10000	900	125 mm	250 mm	250 mm

3.1 LED 阵列实现圆形区域照度分布图样

由(1)和(4)式可得单颗 LED 产生的光强分布和在目标照明平面内产生的照度分布,如图 5 所示。如图 5(b)所示,LED 照度分布从中心往边缘快速衰减,具有高斯特征,因此可以作为基函数对复杂分布进行拟合,后续设计实例也证明了这一观点。

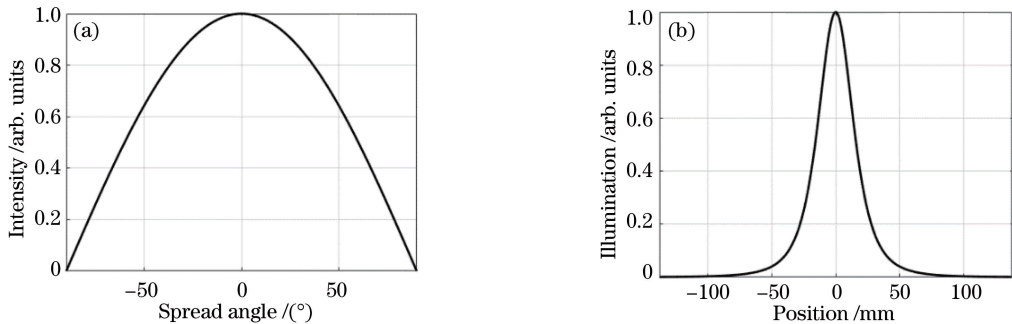


图 5 单颗 LED 的光分布特性。(a)光强分布;(b)照度分布

Fig. 5 Light distributions of single LED. (a) Intensity distribution; (b) illumination distribution

考虑对 LED 阵列发光强度进行调制,以在半径 $R_T = 150$ mm 的圆形区域内形成环形条纹分布和螺旋分布两种不同的照度分布图样,照度分布图样的解析表达式分别为

$$\begin{cases} E_T = \frac{1}{3 + \cos(10\pi r)} \\ r = \sqrt{\left(\frac{x}{L_0} - 0.5\right)^2 + \left(\frac{y}{W_0} - 0.5\right)^2} \end{cases}, \quad (10)$$

$$\begin{cases} E_T = 1 + \frac{9}{3 + [10r \cos(\varphi - 20r^2)]^2} \\ r = \sqrt{\left(\frac{x}{L_0}\right)^2 + \left(\frac{y}{W_0}\right)^2}, \varphi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \end{cases}, \quad (11)$$

式中 $L_0 = W_0 = 2R_T$, 对应的照度分布图样(按最大值归一化)如图 6 所示。

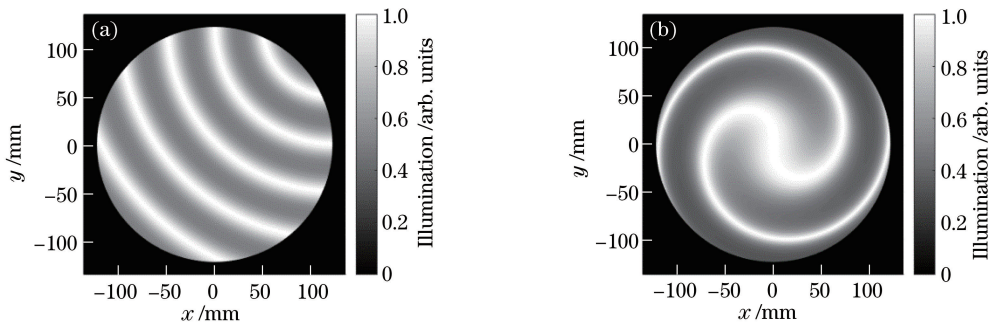


图 6 圆形照明区域目标照度分布图样。(a)目标图样:环形;(b)目标图样:螺旋

Fig. 6 Target illumination patterns within circular region. (a) Target pattern: rings; (b) target pattern: spiral

采用图 3 所示的 Halton 网格和 Fibonacci 网格分别对圆形照明区域进行采样并对 LED 阵列单元分布位置进行选取,点数分别为 $M = 10000$ 和 $N = 900$,如图 7 所示。

作为对比,首先基于(7)式所示的最小二乘法对 LED 阵列的权重系数矩阵 C 进行求解,从而对目标照度分布图样进行拟合,设计结果如图 8 所示。拟合得到的照度分布图样如图 8(a)和(b)所示,对图 6 所示的

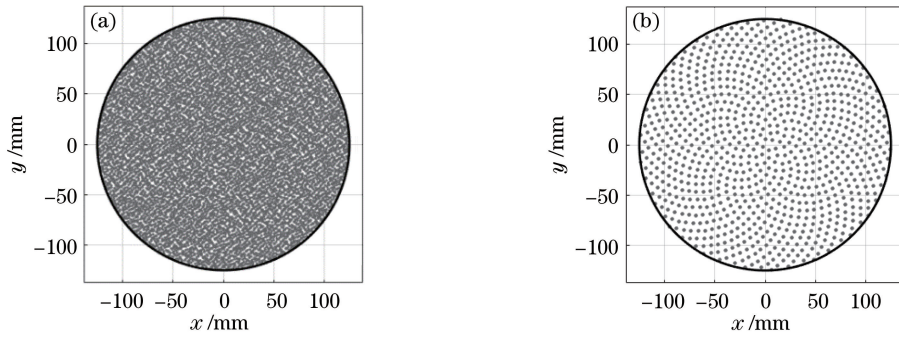


图7 圆形区域采样网格。(a)采用 Halton 网格对目标图样采样;(b)采用 Fibonacci 网格选择 LED 阵列位置

Fig. 7 Sampling grids for circular region. (a) Target pattern sampling with Halton grid;
(b) LED array position with Fibonacci grid

目标照度图样的 RMS 拟合误差分别为 2.34×10^{-3} 和 2.59×10^{-2} ,很好地还原了原始图像信息。拟合得到的各个采样格点处的照度残差 ϵ 分布如图 8(c)和(d)所示,其中 ϵ 定义为仿真照度值 E_{TS} 和目标照度值 E_T 之间的相对偏差:

$$\epsilon = \frac{E_{TS} - E_T}{E_T}. \quad (12)$$

得到的 LED 阵列各单元的权重系数分布如图 8(e)和(f)所示,虽然无约束最小二乘法可以获得更精确的拟合结果,但是由于计算过程中未对权重进行约束,权重值存在负值,物理上无法对 LED 发光单元进行负值的强度调制,所以没有实际意义。

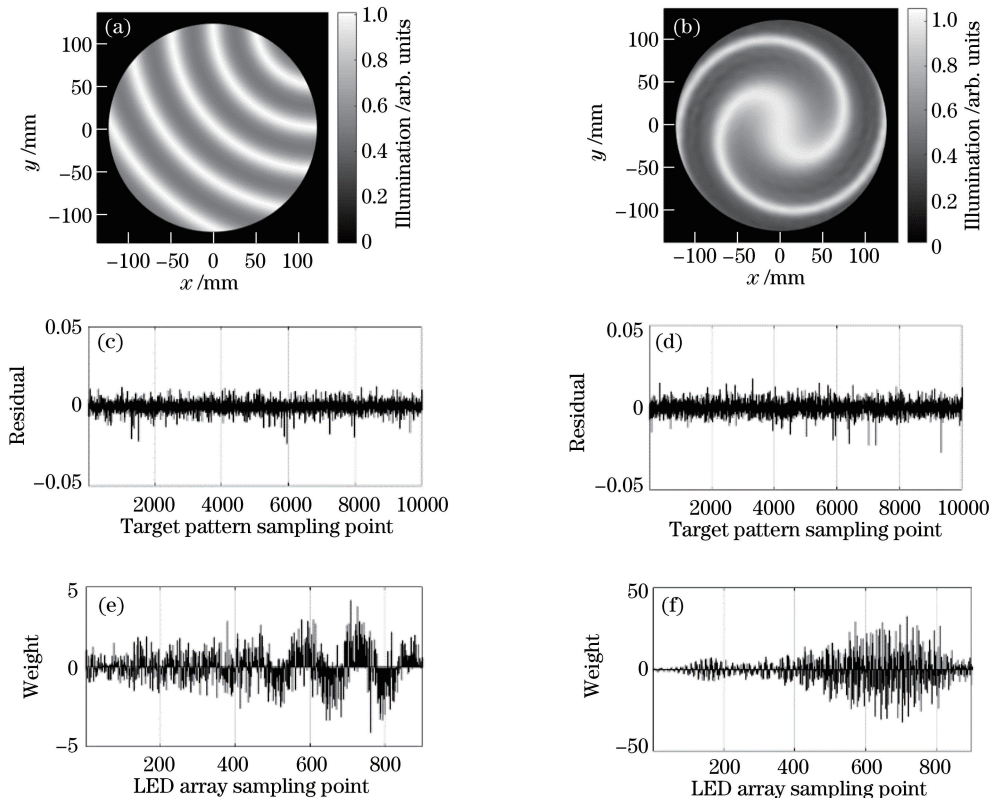


图8 最小二乘法设计结果。(a)拟合图样:环形;(b)拟合图样:螺旋;(c)拟合残差:环形;
(d)拟合残差:螺旋;(e)LED阵列权重:环形;(f)LED阵列权重:螺旋

Fig. 8 Design results of least square method. (a) Fitted pattern: rings; (b) fitted pattern: spiral; (c) fitting residual: rings;
(d) fitting residual: spiral; (e) weights assigned to LED array: rings; (f) weights assigned to LED array: spiral

采用(8)式所示的非负约束最小二乘法对 LED 阵列单元权重进行求解,得到的结果如图 9 所示。如图 9(a)和(b)所示,权重系数数值都是非负值。然而,由于求解空间的非负约束,拟合的精度退化,但仍然可以展现原始图样的分布信息,如图 9(c)和(d)所示,拟合的 RMS 误差分别为 8.93×10^{-2} 和 1.53×10^{-1} 。

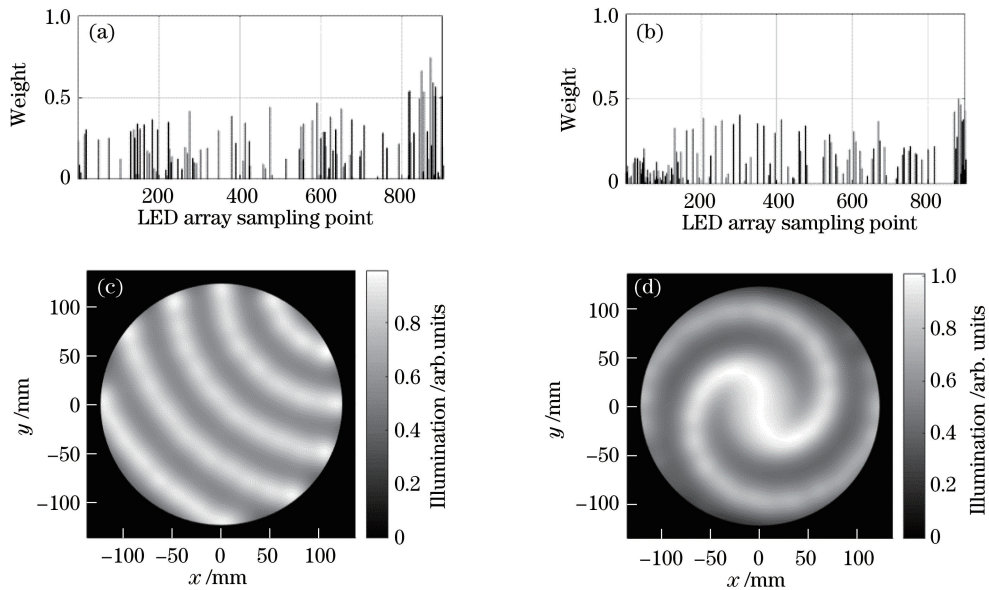


图 9 非负最小二乘法设计结果。(a)非负 LED 阵列权重:环形;(b)非负 LED 阵列权重:螺旋;
(c)拟合图样:环形;(d)拟合图样:螺旋

Fig. 9 Design results of nonnegative least square method. (a) Nonnegative weights assigned to LED array: rings;
(b) nonnegative weights assigned to LED array: spiral; (c) fitted pattern: rings; (d) fitted pattern: spiral

3.2 LED 阵列实现矩形区域照度分布图样

仍然以在长、宽分别为 $L_T=250$ mm、 $W_T=250$ mm 的矩形区域内形成(10)和(11)式所示的环形条纹分布和螺旋分布两种照度分布图样为例,其中 $L_0=L_T$ 、 $W_0=W_T$,如图 10 所示。

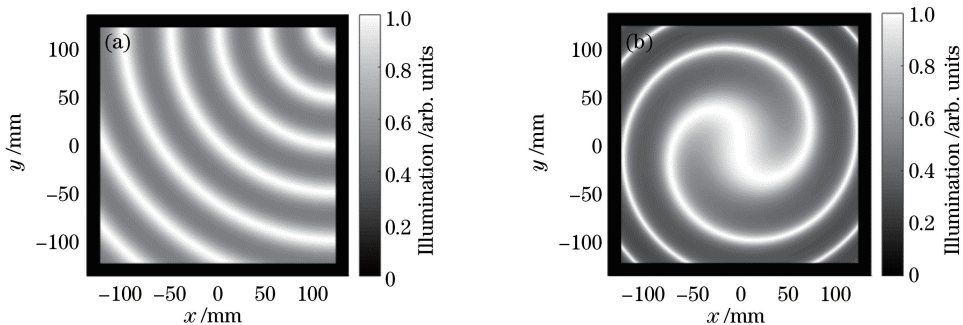


图 10 矩形照明区域目标照度分布图样。(a)目标图样:环形;(b)目标图样:螺旋

Fig. 10 Target illumination patterns within rectangular region. (a) Target pattern: rings; (b) target pattern: spiral

采用图 4 所示的 Halton 网格和矩形网格分别对矩形照明区域进行采样并对 LED 阵列单元分布位置进行选取,点数分别为 $M=10000$ 和 $N=900$,如图 11 所示。

采用(8)式所示的非负约束最小二乘法对 LED 阵列单元权重进行求解,得到的结果如图 12 所示。权重分配如图 12(a)和(b)所示,都是非负值。调整权重后 LED 阵列产生的照度分布图样如图 12(c)和(d)所示,拟合的 RMS 误差分别为 9.30×10^{-2} 和 2.02×10^{-1} 。

4 结 论

提出了一种基于 LED 阵列的动态照明设计方法,通过非负最小二乘法求解 LED 阵列各发光单元的权

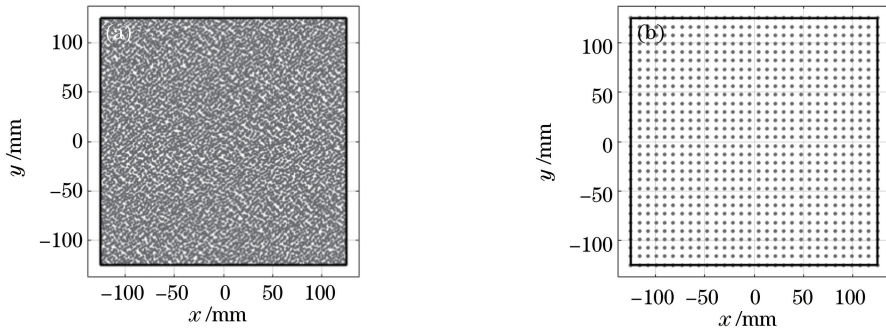


图 11 矩形区域采样网格。(a)采用 Halton 网格对目标图样采样;(b)采用矩形网格选择 LED 阵列位置
Fig. 11 Sampling grids for rectangular region. (a) Target pattern sampling with Halton grid;
(b) LED array position with rectangular grid

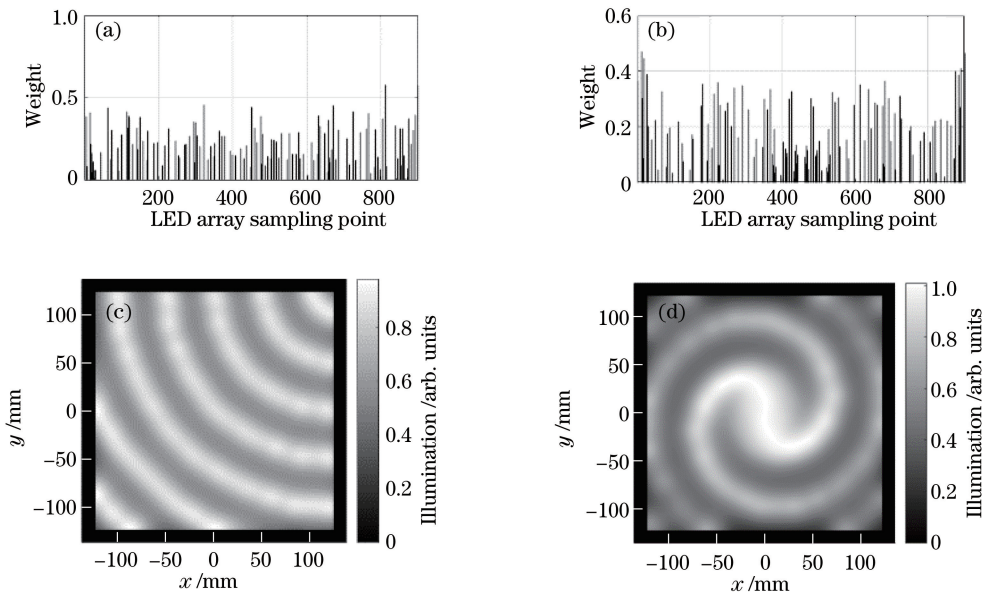


图 12 非负最小二乘法设计结果。(a)非负 LED 阵列权重:环形;(b)非负 LED 阵列权重:螺旋;
(c)拟合图样:环形;(d)拟合图样:螺旋

Fig. 12 Design results with nonnegative least square method. (a) Nonnegative weights assigned to LED array: rings;
(b) nonnegative weights assigned to LED array: spiral; (c) fitted pattern: rings; (d) fitted pattern: spiral

重分配,发光强度加权调制后的 LED 阵列在目标平面内形成指定的复杂照度分布图样,拓展了 LED 阵列照明的应用范围。分别给出了在圆形区域和矩形区域内形成环形条纹照度分布和螺旋照度分布图样的设计实例,采用 LED 阵列拟合得到的实际照度分布图样与预期目标照度图样之间的 RMS 拟合误差小于 20%,最小 RMS 拟合误差小于 10%。

需要进一步说明的是,LED 阵列对目标照度分布图样的拟合精度同时受照度图样的分布特点、LED 阵列单元数量和空间排布形式、LED 发光单元的实际光强分布特性等的影响,这不在本研究的讨论范畴内。

参 考 文 献

- [1] Member T T. Present status of energy saving technologies and future prospect in white LED lighting [J]. IEEJ Transactions on Electrical & Electronic Engineering, 2007, 3(1): 21-26.
- [2] Pimpurkar S, Speck J S, DenBaars S P. Prospects for LED lighting[J]. Nature Photonics, 2009, 3(4): 180-182.
- [3] Liu S, Luo X B. LED packaging for lighting applications: design, manufacturing, and testing[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2011.
- [4] Qian Keyuan. Near field optical modeling of LED and design optimization for direct-type backlight optical system[J].

- Acta Optica Sinica, 2015, 35(5): 0522001.
- 钱可元. LED 近场光学模型与直下式背光源透镜的设计优化[J]. 光学学报, 2015, 35(5): 0522001.
- [5] Pan Hao, Chen Guoqing, Du Bojun. Design of double freeform surface lens for LED uniform illumination based on cubic splines[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(3): 032201.
潘浩, 陈国庆, 杜伯钧. 基于三次样条的双自由曲面 LED 匀光透镜设计[J]. 激光与光电子学进展, 2016, 53(3): 032201.
- [6] Moreno I, Avendañoalejo M, Tzonchev R I. Designing light-emitting diode arrays for uniform near-field irradiance[J]. Applied Optics, 2006, 45(10): 2265-2272.
- [7] Moreno I, Muñoz J. Uniform illumination of distant targets using a spherical light-emitting diode array[J]. Optical Engineering, 2007, 46(3): 033001.
- [8] Whang J W, Chen Y Y, Teng Y T. Designing uniform illumination systems by surface-tailored lens and configurations of LED arrays[J]. Journal of Display Technology, 2009, 5(3): 94-103.
- [9] Su Z, Xue D, Ji Z. Designing LED array for uniform illumination distribution by simulated annealing algorithm[J]. Optics Express, 2012, 20(S6): A843-A855.
- [10] Huang Qilu, Wu Fengtie. Investigation of uniform illumination of near-field targets using a conic light-emitting diode array[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(10): 3039-3043.
黄启禄, 吴逢铁. 基于近场均匀照明的 LED 二次曲线阵列的研究[J]. 光学学报, 2010, 30(10): 3039-3043.
- [11] Wang Jiawen, Su Zhouping, Yuan Zhijun, *et al.* Study on uniformity of LED array illumination distribution on target plane[J]. Acta Photonica Sinica, 2014, 43(8): 16-22.
王加文, 苏宙平, 袁志军, 等. LED 阵列模组化中的照度均匀性问题[J]. 光子学报, 2014, 43(8): 16-22.
- [12] Chen Xinrui, Han Jinghua, Li Hongru, *et al.* Optimal design of LED arrays for near-field uniform illumination[J]. Journal of Applied Optics, 2014, 35(1): 122-127.
陈新睿, 韩敬华, 李洪儒, 等. 基于近场均匀照明的 LED 阵列的优化设计[J]. 应用光学, 2014, 35(1): 122-127.
- [13] Liu Qin, Liu Qineng. Power function fitting methods of light spot divergence characteristics of LED square array[J]. Acta Photonica Sinica, 2015, 44(4): 161-165.
刘沁, 刘启能. 方形 LED 阵列光斑发散特性的幂函数拟合[J]. 光子学报, 2015, 44(4): 161-165.
- [14] Qin Z, Wang K, Chen F, *et al.* Analysis of condition for uniform lighting generated by array of light emitting diodes with large view angle[J]. Optics Express, 2010, 18(16): 17460-17476.
- [15] Wu R, Zheng Z, Li H, *et al.* Optimization design of irradiance array for LED uniform rectangular illumination[J]. Applied Optics, 2012, 51(13): 2257-2263.
- [16] Liu P, Wang H, Wu R, *et al.* Uniform illumination design by configuration of LEDs and optimization of LED lens for large-scale color-mixing applications[J]. Applied Optics, 2013, 52(17): 3998-4005.
- [17] Zheng J, Qian K. Designing single LED illumination distribution for direct-type backlight[J]. Applied Optics, 2013, 52(28): 7022-7027.
- [18] Yan Wenping, Guo Zhenning, Lin Jieben, *et al.* Direct-down LED panel light design for uniform illumination[J]. Journal of Optoelectronics•Laser, 2014, 25(10): 1878-1885.
颜稳萍, 郭震宁, 林介本, 等. 直下式 LED 平板灯的均匀照明设计[J]. 光电子•激光, 2014, 25(10): 1878-1885.
- [19] Pan Shifa, Guo Zhenning, Yan Wenping, *et al.* Design and simulation of freeform-surface large angle lens for LED advertising light boxes[J]. Acta Photonica Sinica, 2016, 45(2): 140-146.
潘诗发, 郭震宁, 颜稳萍, 等. 用于 LED 广告灯箱的自由曲面大角度透镜设计与仿真[J]. 光子学报, 2016, 45(2): 140-146.
- [20] Feng Qibin, Li Yani, Li Qigong, *et al.* Lens array with double freeform surface for LED backlight in LCD imaging engine of helmet-mounted display[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(11): 1123003.
冯奇斌, 李亚妮, 李其功, 等. 用于头显液晶像源 LED 背光的双自由曲面透镜阵列设计[J]. 光学学报, 2015, 35(11): 1123003.
- [21] Chen Enguo, Zhou Xinyu, Guo Tailiang. LED intelligent lighting system based on multi-channel real-time dynamic feedback[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(1): 012301.
陈恩果, 周心禹, 郭太良. 基于多通道实时动态反馈的 LED 智能照明系统[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(1):

012301.

- [22] Fryc I, Brown S W. LED-based spectrally tunable source for radiometric, photometric, and colorimetric applications [J]. *Optical Engineering*, 2005, 44(11): 111309.
- [23] Dowling K J, Kolsky B. The design of a spectrally tunable light source[C]. *SPIE*, 2009, 7422: 742206.
- [24] He G, Zheng L. Color temperature tunable white-light light-emitting diode clusters with high color rendering index[J]. *Applied Optics*, 2010, 49(24): 4670-4676.
- [25] Zhong P, He G, Zhang M. Spectral optimization of the color temperature tunable white light-emitting diode (LED) cluster consisting of direct-emission blue and red LEDs and a diphosphor conversion LED[J]. *Optics Express*, 2012, 20(S5): A684-A693.
- [26] Hwang J M, Hwang C C. The LED technology for dynamic lighting[J]. *Journal of Light & Visual Environment*, 2013, 37(4): 205-209.
- [27] Kocis L, Whiten W J. Computational investigations of low-discrepancy sequences [J]. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 1997, 23(2): 266-294.
- [28] Wong T T, Luk W S, Heng P A. Sampling with Hammersley and Halton points[J]. *Journal of Graphics Tools*, 1997, 2(2): 9-24.
- [29] Kaya I, Thompson K P, Rolland J P. Edge clustered fitting grids for φ -polynomial characterization of freeform optical surfaces[J]. *Optics Express*, 2011, 19(27): 26962.
- [30] Maksimovic M. Optical design and tolerancing of freeform surfaces using anisotropic radial basis functions[J]. *Optical Engineering*, 2016, 55(7): 071203.
- [31] Forbes G W. Fitting freeform shapes with orthogonal bases[J]. *Optics Express*, 2013, 21(16): 19061.
- [32] Swinbank R, Purser R J. Fibonacci grids: a novel approach to global modelling[J]. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 2006, 132(619): 1769-1793.
- [33] Chen J, Richard C, Bermudez J C M, *et al.* Nonnegative least-mean-square algorithm[J]. *Signal Processing*, 2011, 59(11): 5225-5235.