光子晶体光纤结构参量对模场分布的影响

谢亮华^{1,2},许党朋¹,李明中¹,张小民¹,孙喜博^{1,2},田小程¹, 张 锐¹,宗兆玉¹,范孟秋¹,周丹丹¹,朱 娜¹,李宏勋¹,向祥军¹ '中国工程物理研究院激光聚变研究中心,四川 绵阳 621900;

当工程的程研光脱微光家文研光中花,百片 非南 0213

²中国工程物理研究院研究生院,北京 100088

摘要 利用全矢量有限元法分析了光子晶体光纤(PCF)的结构参量对其本征模场分布的影响。数值计算结果表明,具有多层空气孔、多层纤芯、大孔间距和大占空比的结构更有利于将光场约束在纤芯中,纤芯层数、孔间距和占 空比的增加均会导致 PCF 本征模场出现更高阶次的模式。纤芯层数和孔间距的增加会对由占空比减小所引起的 功率泄漏进行一定的补偿,通过减小空气占空比、增加纤芯层数和孔间距,可实现大模场单模传输的可行性。对于 4 层空气孔、2 层纤芯、占空比为 0.01、孔间距为 20 μm 的 PCF,在保证单模传输的条件下,纤芯半径可达 40 μm,有 效模面积为 3717 μm²,纤芯功率集中度为 68.32%。

关键词 光纤光学;光子晶体光纤;单模;Comsol Multiphysics;有效模面积

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP54.100607

Effects of Structural Parameters on Mode Field Distribution of Photonic Crystal Fiber

Xie Lianghua^{1,2}, Xu Dangpeng¹, Li Mingzhong¹, Zhang Xiaomin¹, Sun Xibo^{1,2}, Tian Xiaocheng¹, Zhang Rui¹, Zong Zhaoyu¹, Fan Mengqiu¹, Zhou Dandan¹, Zhu Na¹, Li Hongxun¹, Xiang Xiangjun¹

¹Research Center of Laser Fusion, China Academy of Engineering Physics, Mianyang, Sichuan 621900; ²Graduate School of China Academy of Engineering Physics, Beijing 100088

Abstract Effects of structural parameters of photonic crystal fiber (PCF) on its eigenmode field distribution are analyzed with the full vector finite element method (FEM). The numerical calculation results show that light field will be confined in fiber core when the PCF structure is with multi-layer air hole and fiber core, long distance between air holes and large filling ratio of air. High order mode appears when the number of fiber core layers, distance between air holes and filling ratio of air increase. In addition, the increasing of the number of fiber core layers and distance between air holes compensates the power leaking at fiber core arising from the decreasing of filling ratio of air. It is demonstrated that the single-mode transmission with large mode field is feasible when we decrease filling ratio of air and increase the number of fiber core layers and distance between air holes. The core radius and effective mode area can reach 40 μ m and 3717 μ m² respectively while the power concentration of fiber core is 68.32% with four-layer air hole, two-layer fiber core, air filling ratio of 0.01 and distance between air holes of 20 μ m.

Key words fiber optics; photonic crystal fiber; single mode; Comsol Multiphysics; effective mode area **OCIS codes** 060.2310; 060.2430; 060.2400

作者简介:谢亮华(1993一),男,硕士研究生,主要从事光纤激光技术方面的研究。E-mail: xielhthu@163.com 导师简介:李明中(1966一),男,博士,研究员,硕士生导师,主要从事激光技术方面的研究。

收稿日期: 2017-03-27; 收到修改稿日期: 2017-04-04

基金项目:国家自然科学基金(61475145)

E-mail: limingzhong@sina.com(通信联系人)

54, 100607(2017)

1 引 言

与传统高功率激光器相比,高功率光纤激光器在光束质量、输出功率、转化效率、稳定性和使用灵活性等 方面更占优势,目前高功率光纤激光器已在工业加工与制造、科学研究及国防等方面得到广泛应用。实现光 纤激光器更高功率输出的基本途径是提高单纤输出能力,而阶跃型单模光纤输出能力的进一步提高受到了 非线性效应、光学损伤及热损伤等因素的限制。为了消除这些限制,最直接的方法就是增大纤芯的模场面 积,但根据阶跃光纤理论,增大模场面积的同时必须减小数值孔径 NA 才能保证光纤的单模传输条件。纤 芯半径为 10 μm 的普通单模光纤,以波长 λ=1.053 μm 为例,其单模传输所要求的数值孔径 NA<0.04,而 对于传统的制作工艺, NA 减小到 0.05 以下是非常困难的^[1]。2016 年 Kong 等^[2]利用掺 Yb³⁺的磷硅酸盐 玻璃制成了纤芯/包层直径分别为 30/400 μm、40/400 μm 两种结构参数的双包层大模场光纤, NA 达到 0.028,分别实现了 1.2 μm、1.5 μm 以上波段的单模传输。但根据目前的制作工艺水平, NA 的减小始终有 限,传统阶跃型大模场单模光纤的有效模面积一般不超过 1000 μm²。为进一步增大纤芯的模场面积,新型 结构大模场光纤的研究成为热点。20世纪90年代提出的光子晶体光纤(PCF)以其独特的结构能在保证单 模条件下实现大模场的传输与放大,因此近 20 年来 PCF 在高功率激光方面得到了广泛应用。1996 年 Knight 等^[3]研制出世界上第一根纤芯半径约为 2.3 μm 的全反射导模光子晶体光纤,实现了 458~1550 nm 波段的单模传输。2008 年 Schmidt 等^[4]利用纤芯直径为 70 μm、包层直径为 200 μm 的 PCF,采用端面抽运 的方式在1030~1090 nm波段实现了功率为 167 W 的激光输出,光束质量(M²)因子为 1.2,有效模面积达到 2300 μm²;2010 年耿鹏程等^[5]设计出一种新型的 7 芯 PCF,有效模面积达到 3703 μm²。2016 年王子薇等^[5] 利用纤芯/内包层直径为100/285 μm 的棒状 PCF 作为增益介质,在波长为1030 nm、脉冲宽度为30 ps 时实 现了峰值功率为 2.94 MW 的近衍射极限激光脉冲输出。

总体来看,近 20 年国内外关于 PCF 在激光方面的研究主要集中于模场面积与光束质量的提高^[7•9],而 关于 PCF 结构参量对模场分布的影响研究较少。目前研究 PCF 模场分布的方法主要有等效折射率法、时 域有限差分法和有限元法等。2004 年任国斌^[10]等利用 Birks 等^[11]提出的等效折射率模型分析了光子晶体 光纤的模式特性,但等效折射率模型只适用于空气填充率较小的情况(一般小于 20%),且忽略了空气孔层 数对模场分布的影响。时域有限差分法的计算效率较低,对于直径为 10⁻⁷ m 量级的 PCF,得到一个稳定的 模场分布一般需要花费几个小时。而基于全矢量有限元法的 Comsol Multiphysics 在计算 PCF 模场分布方 面具有独特的优势,对于直径为 10⁻⁷ m 量级的 PCF,得到稳定的模场分布一般只需要 5 min 左右。因此本 文选用 Comsol Multiphysics 的波动光学模块,针对 PCF 结构参量对模场分布的影响进行了数值仿真,仿真 结果对制作大模场单模光纤具有一定的指导意义。

2 PCF 结构参数的设置

最常见的制作 PCF 的方法是堆积-拉伸法^[12],在一根完整的二氧化硅(SiO₂)六棱柱周围堆积多根带有 空气孔的 SiO₂ 六棱柱,经过多次拉伸后得到常见的 PCF。根据 PCF 的制作方法,将 PCF 的横截面分为多 个六棱柱晶胞,如图 1 所示,纤芯由 *n* 层完整的 SiO₂ 六棱柱组成,包层由 *m* 层带有空气孔的 SiO₂ 六棱柱组 成,空气孔半径为 *a*,孔间距为 Γ 。取波长 $\lambda = 1.053 \ \mu m$,根据 SiO₂ 的 Sellmeier 公式^[13]可得其折射率为 1.4497,空气折射率 *n* 设为 1。

3 数值模拟结果

3.1 空气孔层数 m 对纤芯功率集中度的影响

在给定 n=1、 $\Gamma=10$ μm、a=2 μm、 $\lambda=1.053$ μm 的条件下,通过数值求解得到空气孔层数 m=1,2,3, 4,5,6 时 PCF 的基模场分布如图 2 所示。

定义纤芯功率集中度 Q 为纤芯功率 P_{core} 与截面总功率 P_{all} 的比值,即

$$Q = \frac{P_{\text{core}}}{P_{\text{all}}} \times 100 \,\% \,. \tag{1}$$



图 1 PCF 结构参量示意图

Fig. 1 Schematic of structural parameters of PCF



图 2 具有不同空气孔层数的 PCF 的基模场分布。(a) m=1;(b) m=2;(c) m=3;(d) m=4;(e) m=5;(f) m=6 Fig. 2 Fundamental mode field distributions of PCF with different number of air hole layers.

(a) m=1; (b) m=2; (c) m=3; (d) m=4; (e) m=5; (f) m=6

纤芯功率集中度 Q 随空气孔层数 m 的变化如图 3 所示,可以看出 m 越大,基模功率越集中。当 m = 4 时,Q 值可达到 90%。考虑到实际应用中 PCF 空气孔层数一般为 4 层以上,为提高计算效率,以下分析均取 空气孔层数 m = 4。



图 3 纤芯功率集中度随空气孔层数的变化

Fig. 3 Variation of power concentration of fiber core with number of air hole layers

3.2 孔间距 Γ、孔径 a 对纤芯功率集中度的影响

在保持 m = 4、n = 1、 $\lambda = 1.053$ µm 的前提下,具有不同孔间距和空气孔半径的 PCF 基模场分布如图 4 所示。定义占空比 Ω 为孔径 a 与孔间距 Γ 的比值,即

$$\Omega = \frac{a}{\Gamma} \,. \tag{2}$$

纤芯功率集中度 Q 随空气孔半径 a、孔间距 Γ 的变化分别如图 5、6 所示,纤芯功率集中度 Q 随孔间距 Γ 的减小与孔径 a 的增大而增大,即影响纤芯功率集中度的主要因素是占空比 Ω。根据阶跃光纤理论,纤芯 包层折射率差越大,纤芯对光的约束能力越强。将 PCF 等效为阶跃光纤、空气孔层等效为包层,当占空比 Ω 增大时,等效包层的折射率会减小,纤芯包层折射率差会增大,纤芯对光的约束能力也随之增强,因此 PCF 的纤芯功率集中度 Q 随占空比 Ω 的增大而增大。

根据(2)式,占空比Ω的极限为0.5,若以Q>95%为标准,占空比Ω需达到0.4,如此大的占空比在孔间

X

 $\overline{20}$

 $\Omega = 0.1$

 $\Omega = 0.2$

 $\Omega = 0.3$

 $\Omega = 0.4$

15

 $\Gamma/\mu m$

距较小的条件下会降低 PCF 制作过程中的力学稳定性,而且较小的孔间距与较大的占空比都会减小纤芯半径,无法体现出 PCF 大模场的优势。PCF 纤芯半径的具体表达式为

$$r = n\Gamma - a = (n - \Omega)\Gamma_{\circ} \tag{3}$$

通过上述分析可知,只追求高纤芯功率集中度会导致力学稳定性变差,且使力学稳定性受到纤芯半径小的限制,因此为优化纤芯功率集中度、力学稳定性和纤芯半径,需选择大孔间距、中等孔径的结构参数。



图 4 不同 Γ_{a} 下的 PCF 基模场分布。(a) $\Gamma = 5 \ \mu m$;(b) $\Gamma = 10 \ \mu m$;(c) $\Gamma = 15 \ \mu m$;(d) $\Gamma = 20 \ \mu m$ Fig. 4 Fundamental mode field distributions of PCF under different Γ and a.

(a) $\Gamma = 5 \ \mu m$; (b) $\Gamma = 10 \ \mu m$; (c) $\Gamma = 15 \ \mu m$; (d) $\Gamma = 20 \ \mu m$

100

95

90

85

80

75

70

65

60

0 %



图 5 不同 Γ 下 PCF 的纤芯功率集中度 随空气孔半径的变化



3.3 纤芯层数 n、孔间距 Γ 、占空比 Ω 对单模特性的影响

根据(3)式,纤芯层数 n 表征的是纤芯半径 r 的大小,根据阶跃光纤理论,归一化频率参量 V 与纤芯半径 r 成正比,即

$$V = \frac{2\pi r}{\lambda} NA \,. \tag{4}$$

10

图 6 不同 Ω 下 PCF 的纤芯功率集中度

随孔间距的变化

Fig. 6 Variation of power concentration of PCF fiber

core with distance between air holes under different Ω

当纤芯半径 r 增大到使 V 超过 2.405 时,光纤的本征模式就会出现高阶模式。对于 PCF,r 的增大同样 会带来高阶模式,表 1、2 分别给出了 n=1 和 n=2 时 PCF 模式的数值计算结果,SM 表示单模,MM 表示多模,圆括号里面的数字表示模式数量,方括号外面的数字表示基模纤芯功率集中度 Q 值。图 7 给出了 m=4、n=2、 $\Gamma=15$ μ m、a=3 μ m时 PCF 的基模(LP01)与几个高阶模(LP11,LP02 和 LP31)的模场分布。

表 1 n=1 时 PCF 模式的数值计算结果

Table 1	Numerical	results o	of PCF	mode	when	n = 1
---------	-----------	-----------	--------	------	------	-------

0	Q / %						
32	$\Gamma \!=\! 5~\mu \mathrm{m}$	$\Gamma \!=\! 10~\mu \mathrm{m}$	$\Gamma \!=\! 15~\mu \mathrm{m}$	$\Gamma \!=\! 20~\mu \mathrm{m}$	$\Gamma \!=\! 30~\mu \mathrm{m}$		
0.1	61.44[SM(1)]	70.34[SM(1)]	71.75[SM(1)]	73.00[SM(1)]	73.81[MM(2)]		
0.2	87.57[SM(1)]	89.75[SM(1)]	90.63[SM(1)]	91.94[SM(1)]	91.15[MM(3)]		
0.3	94.21[MM(2)]	95.98[MM(2)]	96.27[MM(2)]	97.07[MM(3)]	97.32[MM(3)]		
0.4	96.28[MM(2)]	97.59[MM(2)]	98.06[MM(3)]	98.19[MM(3)]	96.94[MM(3)]		

激光与光电子学进展

表 2 n=2 时 PCF 模式的数值计算结果

Lable 2 Numerical results of PCF mode when $n =$	Fable 2	Numerical	results	of	PCF	mode	when	n =	2
--	---------	-----------	---------	----	-----	------	------	-----	---

0	Q / %					
32	$\Gamma = 5 \ \mu m$	$\Gamma \!=\! 10~\mu \mathrm{m}$	$\Gamma \!=\! 15~\mu \mathrm{m}$	$\Gamma \!=\! 20~\mu \mathrm{m}$		
0.01	30.99[SM(1)]	50.47[SM(1)]	62.22[SM(1)]	68.32[SM(1)]		
0.02	53.74[SM(1)]	76.21[SM(1)]	81.99[SM(1)]	82.98[MM(2)]		
0.04	81.47[SM(1)]	88.96[MM(2)]	92.39[MM(3)]	92.17[MM(3)]		
0.06	90.00[MM(2)]	93.40[MM(2)]	94.99[MM(4)]	95.06[MM(4)]		
0.08	93.90[MM(2)]	95.74[MM(3)]	96.49[MM(4)]	96.80[MM(5)]		
0.10	96.07[MM(4)]	97.25[MM(4)]	97.84[MM(5)]	97.93[MM(5)]		
0.20	99.36[MM(4)]	99.54[MM(7)]	99.53[MM(6)]	99.57[MM(8)]		
0.30	99.84[MM(5)]	99.89[MM(7)]	99.92[MM(7)]	99.92[MM(10)]		
0.40	99.94[MM(7)]	99.98[MM(9)]	99.99[MM(11)]	99.99[MM(12)]		

根据表 1~2,可以得出以下结论:1)占空比相同时,PCF的本征模式会随着孔间距的增大而出现高阶模式。根据(3)式,在 n、Ω确定的前提下,纤芯半径 r 与孔间距 Γ 成正比,Γ 的增大会使纤芯半径超过单模截止半径而出现高阶模式。

孔间距相同时,PCF的本征模式会随占空比的增大而出现高阶模式。将 PCF 的空气层等效为包层,其 等效折射率与占空比是相关的。根据 Birks 等^[11]提出的等效折射率模型,PCF 在不同孔间距下的等效数值 孔径 NA 随占空比Ω 的变化如图 8 所示,当占空比Ω 从 0.1 增加至 0.4 时,4 种孔间距 PCF 的数值孔径均增 加 1 倍左右。根据(3)式,Ω 的增大虽然会引起纤芯半径 r 的减小,但 r 的减小量小于由 Ω 的增大所引起的 NA 的增加量,所以归一化频率参量 V 随占空比的增加而增加,当超过单模截止频率时便出现高阶模式。



图 7 当 m=4、n=2、 $\Gamma=15$ μ m、a=3 μ m 时 PCF 的模场分布。(a) LP01;(b) LP11;(c) LP02;(d) LP31 Fig. 7 Mode field distributions of PCF at m=4, n=2, $\Gamma=15$ μ m, a=3 μ m. (a) LP01; (b) LP11; (c) LP02; (d) LP31



图 8 具有不同孔间距的 PCF 的等效数值孔径随占空比的变化

Fig. 8 Variation of equivalent NA of PCF with filling ratio of air at different distances between air holes

增大孔间距 Γ 和增加纤芯层数 n 是获得较大纤芯半径的两条主要途径,但根据表 1、2 的计算结果,这 两条途径都会使 PCF 的本征模式出现高阶模式。为了避免这个问题,理论上可以通过减小占空比 Ω 使空 气层的等效折射率无限接近纤芯折射率,从而保证 PCF 的单模条件。根据第 3.2 节的结果,在减小占空比 的同时,会使得更多的能量泄漏到空气层中。但进一步分析发现,纤芯功率集中度 Q 会随孔间距 Γ 和纤芯 层数 n 的增加而增加,如图 9、10 所示,图 11、12 为相应的基模场分布。换言之,通过增大孔间距 Γ 、增加纤 芯层数 n 并减小占空比 Ω 来实现大模场单模传输是可行的,孔间距 Γ 和纤芯层数 n 的增加会对由占空比 Ω 减小所引起的功率泄漏进行一定的补偿。根据表 2 计算的结果,在保证单模传输的条件下的 PCF 具有 2 层 纤芯、20 μ m 孔间距、0.2 μ m 空气孔半径时可以获得近 40 μ m 的纤芯半径,纤芯功率集中度达到 68.32%。 有效模面积[14]的计算式为

$$A_{\rm eff} = \frac{2\pi \left[\int_{0}^{\infty} |E(r)|^2 r \, dr\right]^2}{\int_{0}^{\infty} |E(r)|^4 r \, dr},$$
(5)

式中 E(r)为基模电场在柱坐标系中的径向分布。计算得到有效模面积 A_{eff} = 3717 μm^2 。制作具有大孔间 距、极小占空比结构参数的 PCF 是比较困难的,目前由丹麦 NKT 公司制作的最新 PCF 产品的纤芯直径为 85 μm ,空气孔半径为 1 μm 左右,有效模面积为 3300 μm^2 ,与数值计算结果(3717 μm^2)产生差距的原因是 空气孔难以做到更小,导致功率分布更加集中^[15]。



功率集中度随占空比的变化

Fig. 9 Variation of power concentration of fiber core with filling ratio of air when n=1,2 and $\Gamma=20~\mu m$





Fig. 10 Variation of power concentration of fiber core with filling ratio of air when n=2



图 11 Γ =20 μ m、 Ω =0.01 时 PCF 的基模场分布。(a) n=1;(b) n=2 Fig. 11 Fundamental mode field distributions of PCF when Γ =20 μ m and Ω =0.01. (a) n=1; (b) n=2



图 12 n=2、Ω=0.01 时 PCF 的基模场分布。(a) Γ=5 μm;(b) Γ=10 μm;(c) Γ=15 μm;(d) Γ=20 μm
 Fig. 12 Fundamental mode field distributions of PCF when n=2 and Ω=0.01.
 (a) Γ=5 μm; (b) Γ=10 μm; (c) Γ=15 μm; (d) Γ=20 μm

4 结 论

纤芯功率集中度 Q 主要受空气孔层数 m、纤芯层数 n、孔间距 Γ 和孔径 a 的影响,具有多层空气孔、多

激光与光电子学进展

层纤芯、大孔间距和大占空比的结构更有利于将光场能量约束在纤芯中。

纤芯层数 *n* 和孔间距 *Γ* 的增大均会带来更高阶次的模式。占空比 *Ω* 的增大虽然会减小纤芯半径,但同时造成的等效数值孔径的增加量大于纤芯半径的减小量,也会使 PCF 的本征模场出现高阶模式。

通过增大孔间距 Γ 、增加纤芯层数 n 并减小占空比 Ω 来实现大模场单模传输是可行的,孔间距 Γ 和纤芯层数 n 的增加会对由占空比减小引起的能量泄漏进行一定的补偿。理论上对于具有 4 层空气孔、2 层纤芯、孔间距为 20 μ m、占空比为 0.01 的 PCF,在保证单模传输的条件下,纤芯功率集中度可达到 68.32%,有效模面积为 3717 μ m²。根据目前的工艺水平,PCF 单模运转下有效模面积不会超过该值。

参考文献

- [1] Chen M Y, Zhang Y K. Bend insensitive design of large-mode-area microstructured optical fibers [J]. Journal of Lightwave Technology, 2011, 29(15): 2216-2222.
- [2] Kong F, Dunn C, Parsons J, et al. Large-mode-area fibers operating near single-mode regime [J]. Optics Express, 2016, 24(10): 10295-10301.
- [3] Knight J C, Birks T A, Russell P St J, et al. All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding [J]. Optics Letters, 1996, 21(19): 1547-1549.
- [4] Schmidt O, Rothhardt J, Eidam T, *et al*. Single-polarization large-mode-area Yb-doped photonic crystal fiber [C]. Conference on Lasers and Electro-Optics, Optical Society of America, 2008: CMB2.
- [5] Geng Pengcheng, Hou Lantian, Han Weitao, et al. Design of large mode area Yb³⁺-doped seven-core photonic crystal fiber[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(9): 2719-2723.

耿鹏程, 侯蓝田, 韩伟涛, 等. 大模面积掺 Yb³⁺七芯光子晶体光纤的设计[J]. 光学学报, 2010, 30(9): 2719-2723.

[6] Wang Ziwei, Wang Zhaokun, Zou Feng, et al. High-pear-power rod-type photonic crystal fiber amplifier for picosecond pulse[J]. Chinese J Lasers, 2016, 43(10): 1001001.

王子薇, 王兆坤, 邹峰, 等. 高峰值功率皮秒脉冲棒状光子晶体光纤放大器[J]. 中国激光, 2016, 43(10): 1001001.

- [7] Xiang P, Liang D. Fundamental-mode operation in polarization-maintaining ytterbium-doped fiber with an effective area of 1400 μm² [J]. Optics Letters, 2007, 32(4): 358-360.
- [8] Vogel M M, Abdou-Ahmed M, Voss A, et al. Very-large-mode-area, single-mode multicore fiber[J]. Optics Letters, 2009, 34(18): 2876-2878.
- [9] Chen M Y, Sun B, Zhang Y K, et al. Design of all-solid large-mode area microstructured-core optical fibers[J]. Optics Communications, 2010, 283(16): 3153-3157.
- [10] Ren Guobin, Wang Zhi, Lou Shuqin, et al. Study on photonic crystal fiber by effective-index model[J]. Chinese J Lasers, 2004, 31(6): 723-727.

任国斌,王智,娄淑琴,等.应用等效折射率模型研究光子晶体光纤[J].中国激光,2004,31(6):723-727.

- [11] Birks T A, Knight J C, Russell P S J, et al. Endlessly single-mode photonic crystal fiber[J]. Optics Letters, 1997, 22 (13): 961-963.
- [12] Chow D M, Sandoghchi S R, Adikan F R M. Fabrication of photonic crystal fibers [C]. IEEE 3rd International Conference on Photonics, 2012: 13175947.
- [13] Agrawal G P. Nonlinear fiber optics [M]. Jia Dongfang, Transl. 3rd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002: 7.

阿戈沃.非线性光纤光学原理及应用[M].贾东方,译.3版.北京:电子工业出版社,2002:7.

[14] Liao Suying. Study on the characteristics of laser mode field in large-mode-area Yb³⁺ doped fibers [D]. Beijing: Tsinghua University, 2009: 42-43.

廖素英. 大模场 Yb³⁺ 光纤激光模式特性研究[D]. 北京:清华大学, 2009: 42-43.

[15] NKT company. Modal properties of Aerogain-rod high power ytterbium rod fiber gain modules [EB/OL]. http:// www.nktphotonics.com/lasers-fibers/en/product/aerogain-rod-high-power-ytterbium-rod-fiber-gain-modules/.