# 大口径非球面透镜支撑方法的优化

朱星申1,2,3, 官雪非1,2

<sup>1</sup>中国科学院国家天文台南京天文光学技术研究所,江苏南京 210042; <sup>2</sup>中国科学院天文光学技术重点实验室,江苏南京 210042;

<sup>3</sup>中国科学院大学,北京 100049

摘要 大口径光学镜面检测系统常常需要透镜元件。透镜元件由自重引起的表面变形严重干扰了系统成像质量, 优化设计合适的支撑方案获得较小的变形量是较为关键的工作。针对某检测装置中直径为 1.5 m 的透镜进行研 究,使用三维绘图软件 Solidworks 和有限元软件 Ansys 模拟透镜支撑点的位置和力的大小,通过实验设计软件 Design-Expert 以及 Ansys 中的 OPT 模块进行优化,选定最佳的设计方案,借助 Zernike 多项式拟合出透镜前后表 面的面形。结果表明:透镜两个表面变形量的均方根(RMS)值分别为 1.85 nm 和 3.28 nm,波峰-波谷值分别为9.4 nm 和 24.4 nm,透镜的整体变形量引起的透射波前像差 RMS 值为0.998 nm,满足镜面检测对于透镜的精度要求。

关键词 光学设计;大口径透镜;有限元分析;响应面优化;Zernike多项式;波像差

中图分类号 TH74 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP54.012203

# Optimization on Supporting Method of Large-Aperture Aspheric Lens

Zhu Xingshen<sup>1, 2, 3</sup>, Gong Xuefei<sup>1, 2</sup>

<sup>1</sup> Nanjing Institute of Astronomical Optics & Technology, National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210042, China;

<sup>2</sup> Key Laboratory of Astronomical Optics & Technology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210042, China;
 <sup>3</sup> University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** Usually, a lens is used in a large-aperture mirror testing system. The deformation caused by gravity of the lens seriously influences imaging quality, so it is a critical work to reduce deformation of a support system by optimization. We investigated a large-aperture lens with 1.5 meter diameter in a testing system, and the 3D solid model constructed by Solidworks was imported into Ansys software for finite element analysis. The position of support points and support force were optimized with Design-Expert software and OPT workbench of Ansys. The front and rear surfaces of the distorted mirror were simulated with Zernike polynomial. The root mean square (RMS) values of the two surfaces' deformation are 1.85 nm and 3.28 nm, Peak to valley (PV) values are 9.4 nm and 24.4 nm. Meanwhile the RMS wavefront error is 0.998 nm, which meets the technical requirements.

Key words optical design; large-aperture lenses; finite element analysis; response surface optimization; Zernike polynomial; wavefront error

OCIS codes 220.1250; 220.3630; 230.4040

收稿日期: 2016-09-01; 收到修改稿日期: 2016-09-19; 网络出版日期: 2016-12-28

**基金项目**:国家自然科学基金(11627804)

**作者简介**:朱星申(1992—),男,硕士研究生,主要从事光学镜面支撑方法方面的研究。E-mail: xszhu@niaot.ac.cn **导师简介**:宫雪非(1972—),男,博士,研究员,主要从事天文仪器结构设计与分析方面的研究。

# 1引言

随着大口径天文望远镜的日趋发展,几十米级的光学望远镜将逐渐成为主流的光学天文精细观测设备, 其中三十米望远镜(TMT)是在建的下一代极大口径望远镜之一。在研制三十米望远镜 492 块拼接子镜过 程中,检测装置是保证子镜磨制质量的关键。在对每一块直径为 1.5 m 的 TMT 子镜进行干涉检测时,设计 了一套检测光路对非球面子镜进行零位补偿,其中光路中用到消球差单透镜元件。但是大口径的透镜支撑 长期以来一直是检测设备研制过程中的难点<sup>[1]</sup>。本文采用有限元分析法,从影响变形的三个方面来进行优 化分析:1)支撑点的数目;2)支撑点的位置;3)施加的载荷力。给出透镜变形最小的支撑方法,再用 Zernike 多项式对变形后的面形进行拟合,计算出表面变形量的均方根(RMS)值,波峰-波谷(PV)值以及由 透镜整体变形量引起的透射波像差 RMS 值,从而验证该支撑方案的合理性。

### 2 透镜参数

所用的光学元件是双凸透镜,材料为熔石英,主要参数如表1所示。透镜直径为1500 mm,中心厚度为200 mm;镜面A为球面,曲率半径为58 m,镜面B为偶次非球面(图1),其中非球面表达式为<sup>[2]</sup>

$$z = \frac{cr^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + K)c^2r^2}} + \alpha_2 r^4 + \alpha_3 r^6 + \alpha_4 r^8, \qquad (1)$$

式中 K = 0; c = 1/81;  $a_2 = 1.7323 \times 10^{-12}$ ;  $a_3 = 4.357 \times 10^{-21}$ ;  $a_4 = 3.052 \times 10^{-27}$ ;  $r^2 = x^2 + y^2$ ;  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$  为偶 次多项式的系数。



Table 1 Properties of fused silica

Density /(kg • $m^{-3}$ )	Modulus of elasticity /GPa	Poission's ratio
$2.205 \times 10^{3}$	73	0.17



图 1 竖直放置的双凸透镜 Fig. 1 Upright placed biconvex lens

# 3 支撑方案

由于检测光路为水平放置,透镜在光路中为垂直放置,故采用边缘支撑的方法,上下半周均匀分布多个 支撑点,通过上拉下推的方式平衡镜子自身的重力,对大口径透镜卸荷,支撑定位采用外圈等120°均匀分布 三点限制主镜的六个自由度,并且所有作用点均过重心平面<sup>[3-4]</sup>,如图2所示。

## 4 支撑点优化

### 4.1 模型网格划分

通过 Solidworks 将透镜模型导入 Ansys 软件 OPT 模块进行网格划分与分析<sup>[5]</sup>,划分的节点数 (Nodes)为106064,单元数(Elements)为70463,网格的雅可比率(Jacobian ratio)如图 3 所示;网格的纵横比 (aspect ratio)如图 4 所示。其中雅可比率反映的是单元偏离其理想形状的程度,其值小于 40 可接受;纵横 比为顶点到对边最短距离的比值,其值小于 5 可接受;综合考虑,划分的单元网格可用于有限元分析。





Fig. 2 Support form and fixaion. (a) Push-down and pull-up; (b) 3-point constraint



#### 4.2 支撑点的确定

一般来说,光学镜面的支撑点越多,越可以得到更好的面形<sup>[6]</sup>。但从工艺角度,随着支撑点的增多,点与 点之间过于密集,工艺难度增大。因此,支撑点的数量也应尽可能地优化,这样在得到镜面面形的同时又能 获得适当的工艺难度。为确定合适的支撑点数目,采用传统的外边缘等角间距,同方向等支撑力的方法作为 优化设计的起点,力的总和与透镜自重持平,如图 5 所示。再分别使用 8,12,16,20,24,28,32,36 个支撑点, 根据

$$R = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i^2},$$
 (2)

$$P = \max(x_i) - \min(x_i) \tag{3}$$

计算镜面变形。式中 R 为 RMS 值, P 代表 PV 值。x<sub>i</sub>为第 i 个节点在光轴方向的变形量; N 为节点总数。 不同支撑点下的变形情况如图 6 所示,其中 R<sub>A</sub>和 R<sub>B</sub>表示镜面 A 和 B 的 RMS 值, P<sub>1</sub>和 P<sub>2</sub>表示镜面 A 和 B 的 PV 值。











#### 激光与光电子学进展

由图可得,采用多于16个支撑点的方案时,面形的变化趋势并不明显;但是从16个支撑点减少到12个 或者8个时,面形精度显著降低,远达不到精度要求。因此最终选用了16个的外圈支撑点,对各个支撑点的 径向间距以及支撑力大小进一步进行优化,来提高透镜镜面的面形精度。

#### 4.3 响应面优化

在镜面支撑设计时,采用外边缘支撑,为了不引入额外的力矩,一般要求下推与上拉点的位置分别关于 *xz* 平面对称,对称点支撑力的大小分别相等<sup>[7]</sup>,如图 6 所示。利用有限元软件 Ansys 可以建立参数化的模型<sup>[8]</sup>,其中设计变量为

$$\begin{cases} 0 \leq L_{i} \leq D = 1500 \text{ mm}, \ i = 1, 2, \cdots, 8 \\ 0 \leq F_{i} \leq \frac{1}{8}G = 750 \text{ N}, \ i = 1, 2, \cdots, 8 \\ F_{1} + F_{2} + \cdots + F_{8} = G \end{cases}$$

$$(4)$$

目标函数为

$$\begin{cases} f_1 = \min(P_1) \\ f_2 = \min(P_2) \end{cases},$$
(5)

式中L<sub>i</sub>为对称支撑点径向距离;F<sub>i</sub>为支撑力的大小。各参数表示如图 7 所示。



图 7 支撑点的位置分布 Fig. 7 Locations of support points

将 Ansys 当中所有方案的模拟计算分析结果导入到 Design-Expert 软件中,进行响应面优化。响应面 优化法是一种实验条件寻优的方法,将实验得出的数据结果,通过复杂的函数用多项式来拟合出目标函数 *f*(*x*)与设计变量*x*(包括*L<sub>i</sub>*和*F<sub>i</sub>*)之间的预测模型,从而在各因素水平的响应值基础上,通过迭代求解和逐 步逼近的方法可以找出理想的响应值以及实验条件。选择两个三次多项式拟合方程分别表达目标函数 *f*<sub>1</sub> 和 *f*<sub>2</sub>,其中包含常数项,一次项,二次项,三次项(二次项三次项包含交互作用项),拟合方程表示为<sup>[9]</sup>。

$$\begin{cases} f_1 = y(x) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \sum_{k=j}^n a_{ijk} x_i x_j x_k \\ f_2 = y(x) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \sum_{k=j}^n a_{ijk} x_i x_j x_k \end{cases},$$
(6)

式中 a<sub>i</sub>, a<sub>ij</sub>, a<sub>aik</sub>为系数。对两个预测模型进行迭代和逐步逼近,给出了两种最优解方案如表 2 和表 3 所示。

对比两个方案,两个方案中两个面的 PV 值相差不大,但是方案1中两个面的 RMS 值较小,即选取方案 1。为了确保优化的结果最优,将实验数据再输入到 Ansys 中来,进入 OPT 模块<sup>[10-11]</sup>,将方案1 的数值调至 在其上下 10%范围内,通过多目标遗传算法,进行迭代处理到收敛。根据收敛结果,得出最后的优化方案 (表 2 和表 3),考虑工艺,将数值保留到整数。

#### 激光与光电子学进展

#### 表 2 初步和最终优化方案的位置和受力

Table 2 Position and force of primary and final optimization schemes

i —	Primary	Primary scheme 1		scheme 2	Final scheme	
	$L_i/mm$	$F_i/N$	$L_i/mm$	$F_i/N$	$L_i/mm$	$F_i/N$
1	212.92	629.10	155.85	565.00	235	559
2	314.43	27.89	568.58	597.45	365	42
3	1038.80	462.65	1051.80	507.05	1075	479
4	1454.80	637.90	1262.70	349.97	1438	647
5	417.90	213.55	390.59	391.35	403	206
6	679.23	252.25	691.33	305.49	703	522
7	1014.00	284.85	855.14	441.06	1050	275
8	1432.10	624.35	1400.90	294.26	1435	603

#### 表 3 初步和最终优化方案的 RMS 值和 PV 值

Table 3	RMS and	PV	values	of	primary	and	final	optimization	schemes
---------	---------	----	--------	----	---------	-----	-------	--------------	---------

Scheme –	RMS va	llue /nm	PV value /nm		
	$R_{ m A}$	$R_{ m B}$	$P_{1}$	$P_2$	
Primary scheme 1	5.09	5.70	37.4	34.9	
Primary scheme 2	7.52	9.92	37.7	34.4	
Final scheme	4.64	5.08	34.1	28.5	

# 5 Zernike 多项式拟合

将有限元分析中得到的表面变形数据导入到 Matlab 中,通过编程进行 Zernike 多项式拟合<sup>[12-13]</sup>计算出 Zernike 系数 *Z<sub>j</sub>*,*j* 代表项数。前 6 项 Zernike 系数及其每一项所表达的意义如表 4 所示,再由拟合后的面 型数据计算出表面变形量的 RMS 值和 PV 值<sup>[14,15]</sup>,如表 5 所示。

#### 表 4 前 6 项 Zernike 系数

$Z_j$	Zernike coefficient of A	Zernike coefficient of B	Name
$Z_1$	$1.48 \times 10^{-6}$	$1.36 \times 10^{-6}$	Piston
$Z_2$	$1.39 \times 10^{-7}$	$1.74 \times 10^{-7}$	X-Tilt
$Z_{3}$	$-6.24 \times 10^{-6}$	$-5.73 \times 10^{-6}$	Y-Tilt
$Z_4$	$-6.24 \times 10^{-6}$	$2.20 \times 10^{-6}$	Pri Astig-X
$Z_5$	$-3.07 \times 10^{-7}$	$-2.80 \times 10^{-7}$	Focus
$Z_{6}$	$9.32 \times 10^{-10}$	$-7.01 \times 10^{-9}$	Pri Astig-Y

#### 表 5 拟合前后结果对比

Γable 5 Results of contrast before and after the fit	ting
--	------

Surface of Lens	Surfa	ace A	Surfa	ace B
	$R_{\rm A}/{ m nm}$	$P_1/nm$	$R_{\rm B}/{ m nm}$	$P_2/\mathrm{nm}$
Before fitting	4.64	4.1	5.08	28.5
After fitting	1.85	9.4	3.28	24.4

进行 Zernike 拟合前,拟合后的镜面变形如图 8 和图 9 所示。

表 5 表明经过支撑结构优化后的透镜两表面变形量是满足设计指标的,但是在透射式光学系统中,还需要计算透镜整体变形量 Δz 引起的透射波像差 ΔL 的 RMS 值。

借助拟合过的 A 和 B 面,可以得到

$$\Delta L = \Delta Z \times (n-1), \tag{7}$$

进而计算出平行光束通过整个透镜的波像差 RMS 值<sup>[16-17]</sup>为

$$R = \sqrt{\sum \left[\Delta L^2 \times S(i,j)\right]/S},$$
(8)





Fig. 8 Deformation (a) before and (b) after the fitting on the surface A





Fig. 9 Deformation (a) before and (b) after the fitting on the surface B

式中 S(i,j)为每束光线对应的投影在 xy 平面的表面单元的表面积; S 为整个透镜的投影面; n 为透镜折射 率(n=1.5168)。特别说明,在输入 Matlab 计算时均匀采样,即 S(i,j)/S = 1/N, N 是采样点数量。投影 到 xy 平面的变形分布如图 10 所示。经过计算,透镜整体变形量引起的波像差的 RMS 值为 0.998 nm,按照 入射光波长  $\lambda = 632.8 \text{ nm}, R < \lambda/50, 验证了透镜在该支撑设计下的合理性。$ 



图 10 投影到 xy 平面的变形分布图

Fig. 10 Distribution of deformation projected to xy plane

# 6 结 论

对于垂直放置的 1.5 m 大口径透镜采用外边缘多点支撑方案,优化确定支撑点的数量,位置以及支撑力的大小,结合透镜前后表面变形量的 RMS 值和 PV 值以及透镜整体变形量引起的波像差 RMS 值,进而选出最终的支撑方案。研究成果可为同类工作或更大口径的透镜支撑设计提供参考。

#### 参考文献

[1] Li Fu, Ruan Ping, Zhao Baochang. Study on the surface deformation of flat reflector under gravity load [J]. Acta

Photonica Sinica, 2005, 34(2): 272-275.

李 福, 阮 萍, 赵葆常. 重力作用下平面反射镜变形研究[J]. 光子学报, 2005, 2, 34(2): 272-275.

- [2] Xu Qiuyun, Xu Chen, Li Bo, et al. Optical testing design for plenty of large off-axis aspherical mirrors[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(10): 101205.
  - 徐秋云,徐 晨,李 博,等.大口径批量化离轴非球面镜的检测光路设计[J].光学学报,2015,35(10):101205.
- [3] Cheng Jingquan. The principles of astronomical telescope design [M]. Beijing: Chinese Science & Technology Press, 2003: 65-67.
- 程景全. 天文望远镜原理和设计[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2003: 65-67.
- [4] 胡企千. 望远镜技术与天文测天[M]. 南京: 东南大学出版社, 2014: 204-207.
- [5] Cai Yong, Gong Xuefei. Integrated modeling and analysis of the segment support system of segmented-mirror telescope
   [J]. Machinery Design & Manufacture, 2014(9): 132-135.

蔡 勇, 宫雪非. 拼接镜面望远镜的子镜室集成建模与分析[J]. 机械设计与制造, 2014(9): 132-135.

[6] Yang Ruoxi, Zhang Rongzhu. Analysis of themulti-point supporting scheme for large aperture optical mirror[J]. Optics
 & Optoelectronic Technology, 2008, 6(4): 56-59.

杨若曦,张蓉竹.大型光学镜面的多点支撑方案分析[J].光学与光电技术,2008,6(4):56-59.

 [7] Han Guangyu, Shao Shuai, Gao Yunguo, et al. The analysis & optimal for azimuthal support of primary mirror[J]. Machinery Design & Manufacture, 2009(7): 214-215.

韩光宇, 邵 帅, 高云国, 等. 主镜侧支撑结构分析与优化[J]. 机械设计与制造, 2009(7): 214-215.

[8] Wang Yang, Zhang Jingxu. Optimization and analysis for the support of the large aperture telescope primary mirror[J]. Opto-Electronic Engineering, 2009, 36(1): 107-113.

王 洋,张景旭.大口径望远镜主镜支撑优化分析[J].光电工程,2009,36(1):107-113.

[9] Wang Shuxin. Design and optinization of 2 m-class space reflector assemblies[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academiy of Sciences, 2013.

王书新.2m量级空间反射镜组件设计与优化[D].长春:中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,2013.

[10] Luo Jiaqi, Liu Feng. Gradient-based response surface approximations for design optimization[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(19): 190201.

罗佳奇,刘 锋.基于梯度响应面模型的优化设计[J].物理学报,2013,62(19):190201.

[11] Kuake Workroom. Analysis on the finite element-ANSYS and mathematical [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.

夸克工作室. 有限元分析基础篇-ANSYS 与 mathematical [M]. 北京:清华大学出版社, 2002.

- [12] Xu Jiahui, Xia Lixin, Chen Cheng. Optimization analysis for the underside support of the primary mirror by the finite element method[J]. Machinery Design & Manufacture, 2004(3): 67-69.
   徐加慧,夏立新,陈 诚. 基于有限元法的主镜底支撑的优化分析[J]. 机械设计与制造, 2004(3): 67-69.
- [13] Xie Jin, Guo Jialong. The solution of surface shape error of already-known equation surface on the basis of matlab software[J]. Machinery Design & Manufacture, 2008(1): 81-83.

谢 晋,郭家隆.基于 Matlab 软件对曲面方程已知的曲面面形误差求解与分析[J].机械设计与制造,2008(1):81-83.

[14] Shan Baozhong, Wang Shuyan, Niu Hanben, et al. Zernike polynomial fitting method and its application[J]. Optics and Precision Engineering, 2002, 10(3): 318-323.

单宝忠, 王淑岩, 牛憨笨, 等. Zernike 多项式拟合方法及应用[J]. 光学 精密工程, 2002, 10(3): 318-323.

- [15] Juergens R C, Coronato P A. Improvedmethod for transfer of FEA results to optical codes [C]. SPIE, 2003, 5174: 105-115.
- [16] Li Xianhui. Study on the integrated optomechanical analysis optical surface post-process system [D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academiy of Sciences, 2004.
   李贤辉. 光机集成有限元分析光学面形后处理研究与实现[D]. 长春:中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2004.
- [17] Zhao Lixin. Thermal-optical evaluation to optical window s of space camera [J]. Acta Optica Sinica, 1998, 18(10): 1440-1444.

赵立新. 空间相机光学窗口的热光学评价[J]. 光学学报, 1998, 18(10): 1440-1444.

[18] Zhang Dejiang, Liu Liren, Xu Rongwei, et al. Finite element analysis for wavefront error of lenses induced by gravity
 [J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(4): 538-541.

张德江, 刘立人, 徐荣伟, 等. 透镜自重变形引起波像差的有限元分析[J]. 光学学报, 2005, 25(4): 538-541.