

板上芯片型 LED 光源均匀照明自由曲面透镜设计

梁文跃^{1,2}, 李远兴¹, 龙拥兵³, 申冬玲¹, 茹达兴¹, 凡利娟¹, 谢凯彬¹

¹五邑大学应用物理与材料学院, 广东 江门 529020;

²五邑大学数学与计算科学学院, 广东 江门 529020;

³华南农业大学电子工程学院, 广东 广州 510642

摘要 提出了基于能量映射关系和易加工性约束的照度偏离量累加反馈优化算法,并设计了一款可实现照度均匀分布的基于板上芯片(COB)型发光二极管(LED)光源的自由曲面透镜。本算法将每次迭代反馈优化后的仿真光分布与目标光分布的照度偏离量,累加到预设目标光分布进行修正,并利用修正后的目标光分布结合能量映射关系重构自由曲面透镜模型;同时,从易加工性的角度提出在反馈优化过程中将透镜外曲面下半部分约束为竖直面。以 Cree CXA1816 COB LED 为光源设计了相应的自由曲面透镜,结果表明,经过 3 次反馈优化后即可在距离光源 1000 mm、半径为 1480 mm 的圆形区域实现均匀照度分布。根据设计结果加工了相应的透镜并进行照明效果的测试,实测的照度分布与仿真结果比较吻合。

关键词 光学设计;非成像光学;板上芯片型发光二极管;自由曲面;反馈优化;均匀照明;易加工性

中图分类号 O439 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP54.012202

Design of Freeform Surface Lens with Chip on Board LED Sources for Uniform Illumination

Liang Wen Yue^{1,2}, Li Yuanxing¹, Long Yongbing³, Shen Dongling¹,
Ru Daxing¹, Fan Lijuan¹, Xie Kaibin¹

¹ School of Applied Physics and Material, WuYi University, Jiangmen, Guangdong 529020, China;

² School of Mathematics and Computational Science, WuYi University, Jiangmen, Guangdong 529020, China;

³ School of Electronic Engineering, South China Agricultural University, Guangzhou, Guangdong 510642, China

Abstract A cumulative feedback optimization algorithm based on illumination deviation restrained by energy mapping relationship and easy processability is proposed, and a freeform surface lens with uniform illumination distribution and light emitting diode (LED) of chip on board (COB) as light source is designed. In this approach, the new target light distribution is modified by accumulating the illumination deviation after each iterative feedback optimization between the simulation light distribution and the target light distribution to the presupposed target light distribution. The target light distribution after modification is then used to reconstruct the model of the freeform lens by combining the energy mapping relationship. Meanwhile, to make the designed lens easier to be molded and processed, the structure of the lens is modified by restraining concave plane of the lower half of lens into vertical plane in the feedback optimization progress. With this method, the corresponding freeform lens is designed with Cree CXA1816 COB LED as light source. The results show that the uniform illumination distribution in a circular region with a distance of 1000 mm from light source and a radius of 1480 mm can be achieved after 3 times feedback optimization. Finally, according to the design results, the corresponding lens is fabricated, and the illumination

收稿日期: 2016-08-19; **收到修改稿日期:** 2016-09-21; **网络出版日期:** 2016-12-20

基金项目: 广东省自然科学基金杰出青年基金(2014A030306005)、广东省高等学校人才引进专项(粤财教[2013]246,江财教[2014]10)、广东省高等学校优秀青年教师培养计划项目(粤教师函[2014]108)、广东省科研创新团队(2015KCXTD027)、江门市科技计划项目(江财工[2012]156,江科[2014]145)、大学生创新创业训练计划项目(教高司函[2014]58,粤教高函[2014]132)

作者简介: 梁文跃(1992—),男,硕士研究生,主要从事光学设计方面的研究。E-mail: wenyueyue1992@gmail.com

导师简介: 龙拥兵(1979—),男,博士,教授,主要从事光学设计等方面的研究。E-mail: yongbinglong@126.com(通信联系人)

effect is tested. Actual measured illumination of the lens is consistent with the simulation results.

Key words optical design; nonimaging optics; light emitting diode of chip on board; freeform surfaces; feedback optimization; uniform illumination; easy processability

OCIS codes 220.4298; 080.2740; 220.2740; 220.2945

1 引言

发光二极管(LED)光源具有光效高、寿命长、体积小等优点,被广泛应用于室内和户外等照明领域,已逐步取代传统的灯具。然而,直接使用LED光源照明存在照明效果差、光污染和光浪费等问题,难以满足不同场合的照明应用要求^[1]。因此,LED光源不能直接应用于通用照明领域,必须对其进行二次配光设计来调控出射光线^[2-4],使整个LED灯具系统的光场分布能够满足实际照明要求。

目前比较常见的光学设计方法是使用自由曲面实现点光源或者扩展光源的均匀照度分布。基于点光源的设计算法包括裁剪法^[5]、能量映射法^[6]等。但是实际光源都是具有一定尺寸发光面的扩展光源,当扩展光源置于点光源算法构建的光学器件后,被照射平面的光分布会严重偏离预期效果。为了解决这一问题,许多研究人员对此展开了研究。Rabl A等^[7]提出了裁剪边缘光线设计方法,通过调节扩展光源在各个出射方向的投影面积实现均匀照度分布;Bortz J等^[8-10]提出了广义函数法,通过建立扩展光源表面轮廓线、光学器件表面轮廓线和目标表面轮廓线之间映射关系的微分函数构建光学器件,实现均匀照明,但是在光源尺寸较大时效果不理想;Benítez P等^[11-13]提出了同步多曲面设计方法,通过输入和输出波前的转换关系将扩展光源的光通量重新分配到照明目标区域,由于输出波前比较复杂,没法考虑照明目标区域的照度分布;Fournier F R等^[14]和Chen E G等^[15]提出多参数优化方法设计反光杯和透镜,但是造成光能利用率下降;李登高^[16]采用遗传算法优化自由曲面的方法设计反光杯,但是优化时间较长;Wang K等^[17]提出基于点光源设计的自由曲面叠加优化方法,但提升效果不明显;彭亚蒙等^[18]利用逆向反馈优化的方法实现均匀照明,然而针对的是激光光束整形。上述扩展光源设计算法,针对的是理想的扩展面光源,没有考虑有较大发光面且亮度不均匀的板上芯片(COB)LED光源这一类实际光源。徐超等^[19-20]提出基于三次样条理论设计基于COB LED的自由曲面透镜实现均匀照明效果,未考虑光学器件的加工可行性。

针对以上问题,本文提出了基于能量映射关系和易加工性约束的照度偏离量累加反馈优化算法,并设计一款基于Cree公司的CXA1816型COB LED光源的自由曲面透镜,实现圆形区域的均匀照度分布。该算法首先通过基于点光源的能量映射法构建透镜初始结构,考虑到初始透镜模型外曲面下半部分为凹面不易于开模加工,在每次反馈优化过程中,将该部分约束为易加工的竖直面,然后将每次迭代后的基于COB LED光源的仿真光分布与目标光分布的照度偏离量分布,累加到预设目标照度分布进行修正,并利用修正的目标光分布结合能量映射关系重构透镜模型,直到满足设计要求为止。利用该算法设计的透镜,可以在距离光源1000 mm、半径为1480 mm的圆形区域实现均匀照度分布。最后,根据设计结果加工了相应的透镜,并进行照射平面的照度分布测试,实测数据与仿真结果之间比较吻合,并分析了产生误差的主要因素。

2 点光源自由曲面透镜设计

2.1 等光通量法划分光源

LED朗伯光源光强分布为

$$I(\theta) = I_0 \cos \theta, \quad (1)$$

式中, I_0 为光源光轴方向的发光强度, θ 为出射光线与光轴的夹角。

将光源光通量分成 N 等份,则有

$$2\pi \int_{\theta_0}^{\theta_i} I_0 \cos \theta \sin \theta d\theta = \frac{i}{N} \left(2\pi \int_{\theta_0}^{\pi/2} I_0 \cos \theta \sin \theta d\theta \right), \quad (2)$$

式中, θ_i ($i=0, 1, \dots, N$)为光源等光通量划分对应的出光角度,其中 $\theta_0=0$,如图1所示。

因此,得到离散化的出光角度为

$$\theta_i = \arcsin \sqrt{\frac{i}{N}}. \quad (3)$$

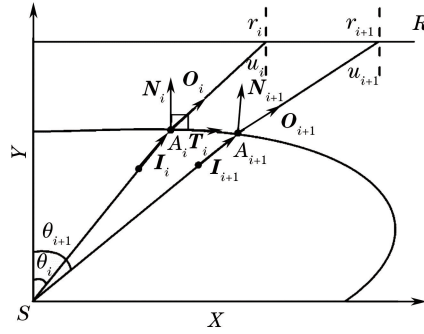


图 1 自由曲面透镜设计图

Fig. 1 Schematic diagram of freeform surface lens design

2.2 建立光源与目标平面的映射关系

在不考虑菲涅耳反射损耗的情况下,根据能量守恒定律可得光源与目标平面的映射关系

$$\frac{\int_{r_{i-1}}^{r_i} E(r) \cdot 2\pi r dr}{\int_0^R E(r) \cdot 2\pi r dr} = \frac{2\pi \int_{\theta_{i-1}}^{\theta_i} I_0 \cos \theta \sin \theta d\theta}{2\pi \int_0^{\pi/2} I_0 \cos \theta \sin \theta d\theta}, \quad (4)$$

式中, $E(r)$ 为目标平面的照度分布, R 为目标平面光分布的半径, r_i 为光源出光角度为 θ_i 的出射光线经由透镜偏转后出射到目标平面的位置所在圆的半径,如图1所示。

由(4)式可得

$$r_i = \sqrt{r_{i-1}^2 + \frac{2 \int_0^R E(r) r dr}{E(r_{i-1})} \cdot (\sin^2 \theta_i - \sin^2 \theta_{i-1})}. \quad (5)$$

(5)式给出光源与目标平面之间的离散映射关系。

2.3 基于几何法构建自由曲面

根据上述能量映射关系,利用几何构建曲面法可得到自由曲面剖面轮廓线的所有离散点^[21-23]。如图1所示, S 为光源位置; $A_1, \dots, A_i, A_{i+1}, \dots$ 为自由曲面剖面轮廓线离散点。根据光源与目标平面的映射关系可得 A_i 点的入射光线单位矢量 $\mathbf{I}_i = (\sin \theta_i, \cos \theta_i)$ 和出射光线单位矢量 $\mathbf{O}_i = (\sin u_i, \cos u_i)$,并由折射定律可得该点单位法矢量 \mathbf{N}_i

$$\mathbf{N}_i = \frac{\mathbf{O}_i - n\mathbf{I}_i}{|\mathbf{O}_i - n\mathbf{I}_i|}, \quad (6)$$

式中, n 为透镜的折射率。

几何构建曲面法要求 $A_i A_{i+1}$ 为 A_i 点的切矢量,即矢量三角形 $SA_i A_{i+1}$ 须满足

$$\mathbf{l}_{SA_{i+1}} - \mathbf{l}_{SA_i} = g\mathbf{T}_i, \quad (7)$$

式中, \mathbf{T}_i 为 A_i 点处单位切矢量, $\mathbf{l}_{SA_i} = (\rho_i, \theta_i) = \rho_i \mathbf{I}_i$ 为入射光线矢量, ρ_i 为 A_i 点的极坐标下的极径, g 为待定系数。又因为切矢量与法矢量相垂直,所以有

$$g\mathbf{T}_i \cdot \mathbf{N}_i = 0. \quad (8)$$

联合(7)式和(8)式,可得下一个点 A_{i+1} 的极径

$$\rho_{i+1} = \frac{\mathbf{I}_i \cdot \mathbf{N}_i}{\mathbf{I}_{i+1} \cdot \mathbf{N}_i} \cdot \rho_i. \quad (9)$$

通过上述的迭代过程可得自由曲面剖面轮廓线的所有离散点。

3 照度偏离量累加反馈优化自由曲面

利用点光源自由曲面透镜设计算法构建的透镜只适用于光源为点光源或者光源发光面相比较小的情况。但当光源为扩展光源或者光源发光面相对较大时,照明效果就会出现较为明显的劣化^[24]。为了解决扩

展光源引起的劣化现象,在目标平面大面积内实现均匀分布,提出了照度偏离量累加反馈优化算法来优化自由曲面,并考虑到初始透镜模型外曲面下半部分为凹面不易于开模加工,在反馈优化过程中,将该部分约束为竖直面,如图 2 所示。

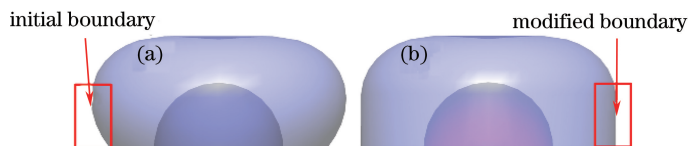


图 2 透镜模型对比图。(a)初始透镜模型;(b)调整后透镜模型

Fig. 2 Comparison of lens models. (a) Initial lens model; (b) modified lens model

如图 3 的设计流程图所示,第一步,利用点光源自由曲面透镜算法构建初始透镜模型,并将透镜外曲面下半部分的凹面约束为竖直面;第二步,基于实际扩展光源进行光线追迹得到仿真照度分布;第三步,将仿真照度分布与目标照度分布之间的照度偏离量分布,累加到预设目标照度分布进行修正,得到新的目标照度分布;第四步,利用新目标照度分布重建基于点光源的能量映射关系;第五步,利用几何法重构透镜模型,并将透镜外曲面下半部分的凹面约束为竖直面;重复第二步至第五步的迭代反馈优化过程直到仿真照度分布满足设计要求。

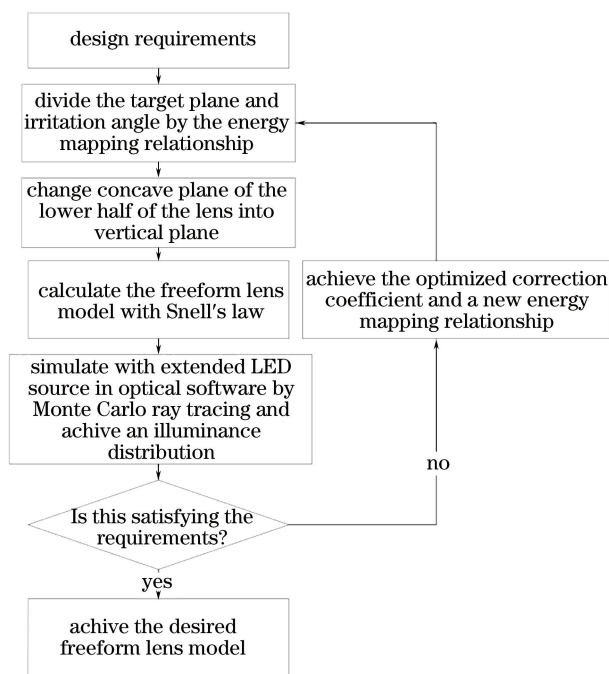


图 3 照度偏离量累加反馈优化设计流程图

Fig. 3 Flow chart of illumination deviation accumulation feedback optimization design

第 k 次迭代反馈优化的照度偏离量 $\Delta E(k)$ 为第 $k-1$ 次的仿真照度分布 $E_s(k-1)$ 和预设目标照度分布 E_T 的差值

$$\Delta E(k) = E_s(k-1) - E_T. \quad (10)$$

则第 k 次迭代反馈优化的目标照度分布 $E_c(k)$ 为 k 次照度偏离量分布累加到预设目标照度分布 E_T

$$E_c(k) = E_T + \sum_{j=1}^k \Delta E(j). \quad (11)$$

引入相对标准偏差(RSD)评价目标平面的照度均匀性,其计算公式为

$$V_{\text{RSD}} = \frac{1}{E_T} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M [E_s(i) - E_T]^2}{M-1}}, \quad (12)$$

式中 M 为目标平面照度分布的样本数目, $E_s(i)$ 为第 i 个样本点的仿真照度值, E_T 为预设均匀照度分布的照度值。RSD 值越小, 表明照度均匀度越高。

4 实例设计

利用上述提出的照度偏离量累加反馈优化算法, 设计一款基于 COB LED 光源的透镜实现圆形区域的均匀照度分布。使用 Cree 公司的 CXA1816 型大功率白光 COB LED 作为光源, 其光束角为 116° , 配光分布为近朗伯分布, 发光面直径为 12 mm, 光通量为 504 lm; 透镜材料为聚甲基丙烯酸甲酯 (PMMA) 光学塑料, 其折射率为 1.4936; 透镜中心高度为 25 mm, 发光面直径与透镜中心高度的比例为 1:2, 因此透镜相对光源来说是比较紧凑的; 设计目标是要在距离光源 1000 mm 远的平面内实现圆形区域的均匀照度分布。

首先, 对基于点光源自由曲面透镜设计算法构建的透镜初始模型进行了光线追迹, 追迹过程中光源为朗伯型点光源, 目标平面的照度分布如图 4(a) 所示。从该图可以看出, 在半径 $R = 1730$ mm 的圆形区域内照度均匀分布, 这表明了点光源设计算法的正确性。图 4(b) 给出 Cree CXA1816 COB LED 作为透镜光源的情况下目标平面的照度分布。从图 4(b) 可以看出, 目标平面照度分布不均匀, 整个光分布发生严重的恶化。为了实现大面积的均匀照度分布, 利用照度偏离量累加反馈优化设计算法优化透镜结构。经过 3 次迭代反馈优化后得到透镜的最优结构, 图 5 给出优化后目标平面的照度分布。

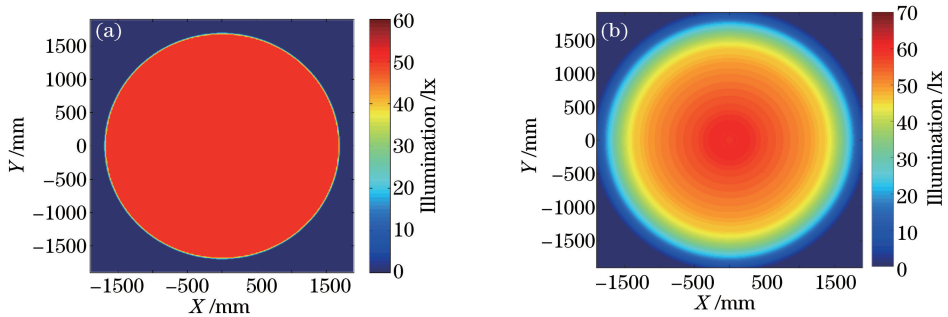


图 4 (a) 初始透镜目标平面照度分布图(点光源); (b) 初始透镜目标平面照度分布图(COB LED 光源)

Fig. 4 (a) Illuminance distribution on target plane of initial lens (point source); (b) illuminance distribution on target plane of initial lens (COB LED source)

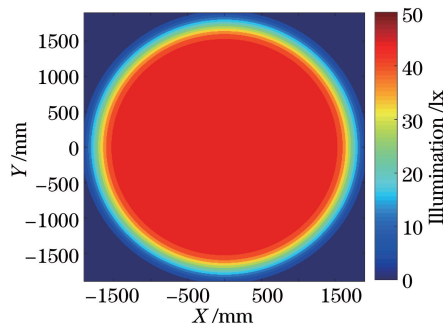


图 5 最优透镜目标平面照度分布图(COB LED 光源)

Fig. 5 Illuminance distribution on target plane of optimal lens (COB LED as light source)

图 6(a) 给出初始透镜和第 1 次至第 3 次迭代反馈优化构建的透镜的目标平面照度均匀性 RSD 值的变化情况, 图 7 给出对应的目标平面照度分布图。从图 6(a) 可以看出, 在半径 $R = 1730$ mm 的圆形照明区域内, 初始透镜的目标平面照度均匀性 RSD 值为 0.2499, 经过 3 次迭代反馈优化后其 RSD 值下降到 0.0801, 降低了 67.95%; 在半径 $R = 1480$ mm 的圆形照明区域内, 初始透镜的 RSD 值为 0.1956, 经过 3 次迭代反馈优化后其 RSD 值下降到 0.0062, 降低了 96.83%。图 6(b) 给出各次迭代反馈优化的透镜光能利用率, 在考虑菲涅耳损耗和材料吸收的同时, 经过 3 次迭代反馈优化后其光能利用率仍保持 80% 以上。因此, 经过 3 次迭代反馈优化后的透镜可以在照射目标平面上实现高照度均匀度的光分布, 而且还保持高的光能利用率。

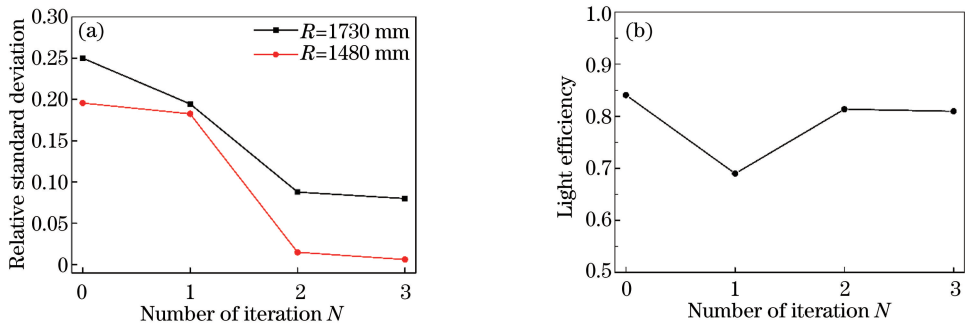


图 6 (a)优化过程中 RSD 的变化;(b)优化过程中光能利用率的变化

Fig. 6 (a) Change of RSD in optimization process; (b) change of light efficient in optimization process

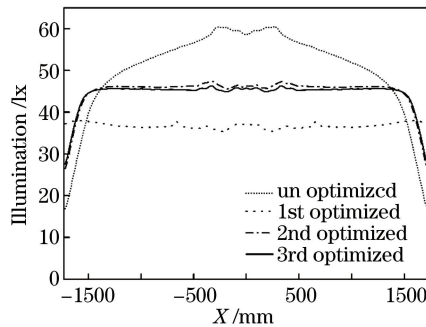


图 7 各次迭代对应的目标平面照度分布图

Fig. 7 Illuminance distribution on target plane corresponding to iterations

为了探讨亮度不均匀的 COB LED 光源与理想朗伯型扩展光源在同一个光学器件产生的光分布差异,用具有相同发光面的理想朗伯型面光源替代 COB LED 光源在优化后的透镜模型进行光学仿真,结果表明半径 $R=1730$ mm 的圆形照明区域内的 RSD 值上升到 0.1104,而半径 $R=1480$ mm 的圆形照明区域内的 RSD 值上升到 0.0471,照度均匀性变差。这表明在光学设计时,不能简单地使用理想朗伯型扩展光源替代实际光源。

根据设计结果进行加工,加工的透镜如图 8(a)所示,照射平面的照明效果如图 8(b)所示。采用远方光电的 Z-10 型智能照度计(准确度为 $\pm 5\%$)对照射面的照度分布进行测量,并与仿真数据进行对比,如图 9 所示。引入归一化互相关系数(NCC)来计算实测数据与仿真结果之间的吻合程度,其计算公式为

$$V_{\text{NCC}} = \frac{\sum_{i=1}^N (E_{a_i} - \bar{E}_a) \cdot (E_{s_i} - \bar{E}_s)}{\left[\sum_{i=1}^N (E_{a_i} - \bar{E}_a)^2 \cdot \sum_{i=1}^N (E_{s_i} - \bar{E}_s)^2 \right]^{1/2}} \quad (13)$$

式中 E_{a_i} 代表每一个实测数据, \bar{E}_a 代表实测数据的平均值, E_{s_i} 代表每一个仿真结果数据, \bar{E}_s 代表仿真结果数

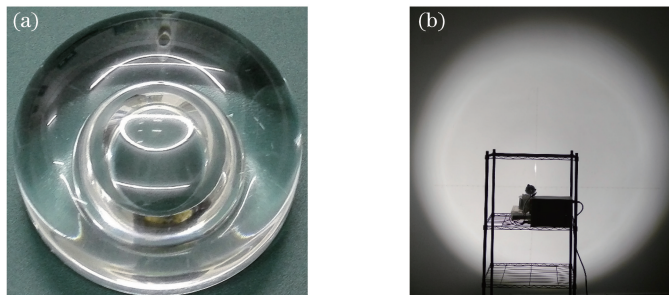


图 8 (a)实际透镜;(b)实际照明效果

Fig. 8 (a) Actual lens; (b) actual illumination effect

据的平均值。实测数据与仿真结果之间的 $V_{NCC} = 0.9784$, 表明两者之间比较吻合, 但仍存在一定的误差。误差主要来源于两个方面: 1) 由于采用的是计算机数控(CNC)加工, 加工精度在 0.1 mm 左右, 而且抛光的过程中, 也会对透镜表面结构造成一定的影响; 2) 安装误差: 由于 COB LED 的尺寸较大, 透镜在安放的过程中, 其中心位置没有很好地与光源的中心位置重叠, 这会导致光斑不对称。

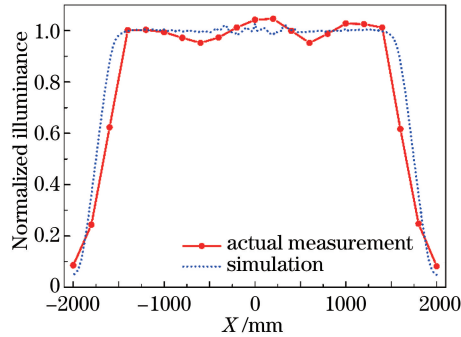


图 9 模拟仿真与实测照度分布对比图

Fig. 9 Comparison of illuminance distribution between simulation and actual measurement

5 结 论

提出基于能量映射关系和易加工性约束的照度偏离量累加反馈优化算法, 设计了一款可实现照度均匀分布的基于 Cree CXA1816 COB LED 光源的自由曲面透镜。仿真结果表明, 经过 3 次反馈优化后, 在距离光源为 1000 mm 的目标平面上, 半径为 1480 mm 的圆形区域 RSD 值从初始的 0.1956 下降到 0.0062, 半径为 1730 mm 的圆形区域 RSD 值则从 0.2499 下降到 0.0801, 分别下降了 96.83% 和 67.95%, 光能利用率保持在 80% 以上, 在保持高的光能利用率的同时实现高的照度均匀性的光分布。最后, 根据设计的透镜模型加工了相应的透镜并测试其照射面的照度分布, 实测结果与仿真结果之间的 NCC 值为 0.9784, 实测结果与仿真结果比较吻合, 表明该设计算法具备可行性, 并且分析了误差的来源。所提出的光学设计算法和透镜修正方法对于 LED 二次光学设计具有参考意义。

参 考 文 献

- [1] Luo Yi, Feng Zexin, Han Yanjun, *et al.* Optics in solid state lighting[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(9): 0900117. 罗毅, 冯泽心, 韩彦军, 等. 面向半导体照明的光学[J]. 光学学报, 2011, 31(9): 0900117.
- [2] Winston R, Minano J C, Benitez P G. Nonimaging optics[M]. Burlington: Elsevier Academic Press, 2005.
- [3] Chaves J. Introduction to nonimaging optics[M]. Florida: CRC Press, 2015.
- [4] Koshel R J. Illumination Engineering: design with nonimaging optics[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2012.
- [5] Ries H, Muschaweck J. Tailored freeform optical surfaces[J]. J Opt Soc Am A, 2002, 19(3): 590-595.
- [6] Fournier F R, Cassarly W J, Rolland J P. Fast freeform reflector generation using source-target maps[J]. Opt Express, 2010, 18(5): 5295-5304.
- [7] Rabl A, Gordon J M. Reflector design for illumination with extended sources: the basic solutions[J]. Appl Optics, 1994, 33(25): 6012-6021.
- [8] Bortz J, Shatz N. Generalized functional method of nonimaging optical design[C]. SPIE, 2006, 6338: 633805.
- [9] Bortz J, Shatz N. Iterative generalized functional method of nonimaging optical design[C]. SPIE, 2007, 6670: 66700A.
- [10] Bortz J, Shatz N. Relationships between the generalized functional method and other methods of nonimaging optical design[J]. Appl Optics, 2011, 50(10): 1488-1500.
- [11] Benítez P, Min J C, Dross O, *et al.* Simultaneous multiple surface optical design method in three dimensions[J]. Opt Eng, 2004, 43(7): 1489-1502.
- [12] Dross O, Mohedano R, Benitez P, *et al.* Review of SMS design methods and real-world applications[C]. SPIE, 2004, 5529: 35-47.

- [13] Miñano J C, Benítez P, Santamaria A. Free-form optics for illumination[J]. *Opt Rev*, 2009, 16(2): 99-102.
- [14] Fournier F R, Cassarly W J, Rolland J P. Designing freeform reflectors for extended sources[C]. *SPIE*, 2009, 7423: 742302.
- [15] Chen E G, Zhuang Z F, Cai J, *et al.* Segment and spline synthesis optimization method for LED based freeform total-internal-reflection lens design[C]. *SPIE*, 2012, 8420: 84200T.
- [16] Li Denggao, Yin Songfeng, Ling Yongshun, *et al.* Design of freeform surface based on the genetic algorithm[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, 43(11): 1122006.
李登高, 殷松峰, 凌永顺, 等. 基于遗传算法的自由曲面优化设计[J]. *光子学报*, 2014, 43(11): 1122006.
- [17] Wang K, Han Y J, Li H T, *et al.* Overlapping-based optical freeform surface construction for extended lighting source [J]. *Opt Express*, 2013, 21(17): 19750-19761.
- [18] Peng Yameng, Su Zhouping. Design of freeform surface lens for shaping divergent laser beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(5): 0522003.
彭亚蒙, 苏宙平. 用于发散激光光束整形的自由曲面透镜设计[J]. *光学学报*, 2016, 36(5): 0522003.
- [19] Xu Chao, Gao Shumei, Qian Weiying, *et al.* A optimization design of compact uniform lens for large-size LED[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(4): 042201.
徐超, 高淑梅, 钱维莹, 等. 大面型 LED 紧凑型匀透镜优化设计[J]. *激光与光电子学进展*, 2015, 52(4): 042201.
- [20] Pan Hao, Chen Guoqing, Du Bojun. Design of double freeform surface lens for LED uniform illumination based on cubic splines[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(3): 032201.
潘浩, 陈国庆, 杜伯钧. 基于三次样条的双自由曲面 LED 匀光透镜设计[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(3): 032201.
- [21] Mao X L, Li H T, Han Y J, *et al.* Two-step design method for highly compact three-dimensional freeform optical system for LED surface light source[J]. *Opt Express*, 2014, 22(106): A1491-A1506.
- [22] Wang L, Qian K Y, Luo Y. Discontinuous free-form lens design for prescribed irradiance[J]. *Appl Optics*, 2007, 46(18): 3716-3723.
- [23] Wang K, Liu S, Chen F, *et al.* Freeform LED lens for rectangularly prescribed illumination[J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2009, 11(10): 105501.
- [24] Wu D, Wang K, Liu S. Freeform lens design for uniform illumination with extended source[C]. *Electronic Packaging Technology and High Density Packaging (ICEPT-HDP)*, 2011 12th International Conference on IEEE, 2011: 1-5.