

# 高斯光束小尺度自聚焦的临界功率

邓剑钦<sup>1,2</sup>, 王兴龙<sup>2</sup>, 刘侠<sup>2</sup>, 肖青<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>天津大学精密仪器与光电子工程学院 激光与光电子研究所, 天津 300072;

<sup>2</sup>珠海光库科技股份有限公司, 广东 珠海 519000

**摘要** 通过理论分析和数值模拟研究了高斯光束发生小尺度自聚焦(SSSF)的临界功率。发现高斯光束小尺度自聚焦的临界功率与初始调制幅度有关。初始调制幅度越大,高斯光束分裂成丝所需的功率越小;初始调制幅度越小则要求功率越大。当高斯光束输入功率低于高斯光束小尺度自聚焦临界功率,但高于整体自聚焦临界功率时,在非线性介质中传输时将以全光束塌陷的形态聚焦为一点;当高斯光束的初始输入功率高于高斯光束小尺度自聚焦临界功率时,在非线性介质中传输的高斯光束将分裂形成多根高强度的细丝。在高斯光束非线性传输过程中,整体自聚焦和小尺度自聚焦效应之间存在相互竞争,竞争的结果由高斯光束的初始参数决定。

**关键词** 非线性光学; 自聚焦; 小尺度自聚焦; 高斯光束; 临界功率

**中图分类号** O437.5 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP54.011901

## Critical Power for Small-Scale Self-Focusing of Gaussian Beam

Deng Jianqin<sup>1,2</sup>, Wang Xinglong<sup>2</sup>, Liu Xia<sup>2</sup>, Xiao Qing<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Institute of Laser and Optoelectronics, College of Precision Instrument and Optoelectronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;*

<sup>2</sup>*Advanced Fiber Resources (Zhuhai), Co. Ltd., Zhuhai, Guangdong 519000, China*

**Abstract** Critical power for small-scale self-focusing (SSSF) of Gaussian beam is studied by both theoretical analysis and numerical simulation. It is found that the initial modulation amplitude affects the critical power for SSSF of Gaussian beam. Generally, critical power of Gaussian beam deviding into filaments decreases with the increase of initial modulation amplitude, and it increases with the decrease of initial modulation amplitude. When the input power of Gaussian beam is higher than the critical power of whole beam self-focusing but lower than the critical power of SSSF, the Gaussian beam collapses into a single spot as the laser beam propagates in nonlinear media. When the initial input power of Gaussian beam is higher than the critical power of SSSF, the Gaussian beam divides into many high strength filaments as the laser beam propagates in nonlinear media. As for the nonlinear propagation process of Gaussian beam, there is a competition between the whole beam self-focusing and SSSF, and the result of the competition is determined by the initial parameters of Gaussian beam.

**Key words** nonlinear optics; self-focusing; small-scale self-focusing; Gaussian beam; critical power

**OCIS codes** 190.4390; 260.5950; 140.3530

## 1 引言

自聚焦是强激光非线性传输过程中的一个基本问题<sup>[1-4]</sup>。通常分为整体自聚焦和小尺度自聚焦(SSSF),分别引起光束的整体成丝和多路成丝。如果细丝的强度超过激光介质的破坏阈值,介质将会被破坏,在用于惯性约束聚变的高功率激光驱动器中,小尺度自聚焦是导致光束质量变差和限制激光驱动器负载的主要因素。

**收稿日期:** 2016-08-03; **收到修改稿日期:** 2016-09-13; **网络出版日期:** 2016-12-20

**基金项目:** 广东省产学研合作项目(2014B090905016)、广东省应用型科技研发专项资金项目(2015B090921006)

**作者简介:** 邓剑钦(1983—),男,博士,工程师,主要从事高功率激光的传输与控制方面的研究。

E-mail: d\_j\_q\_001@163.com

Bespalov-Talanov(B-T)理论对成丝现象给出了比较简单而清晰的解释<sup>[5]</sup>,B-T理论认为发生小尺度自聚焦的光学系统存在一个由光束参数和介质参数共同决定的最快增长的空间调制频率,而最终增长形成细丝的空间调制源正是光束自身的随机噪声。早在20世纪六七十年代,小尺度自聚焦的B-T理论就在实验上得到了验证<sup>[6-8]</sup>。随后,文双春等<sup>[9-11]</sup>在强激光的小尺度自聚焦领域做了大量细致的工作,对B-T理论作了推广或修正,例如非傍轴激光小尺度自聚焦的规律<sup>[9]</sup>、调制场与本底场的能量交换对多路成丝过程中小尺度自聚焦最终形态的影响<sup>[10]</sup>、光束局部调制状态下的小尺度自聚焦<sup>[11]</sup>,通过考虑多种不同的实际情况,使其更加接近实际情形。另外,强激光小尺度自聚焦的抑制方法<sup>[12-13]</sup>、调制光束在强非线性介质中的多路成丝<sup>[14]</sup>和小尺度自聚焦近场光强的熵表征方法<sup>[14]</sup>等成为了近几年研究的新热点,同时也为理解实际光学系统中的小尺度自聚焦现象以及如何避免出现严重的小尺度自聚现象,提供了一定的参考意义。

光束小尺度分裂成丝的临界功率以及细丝的空间分布形态受到光束空间分布的直接影响。高斯光束是一种最为普遍的激光空间分布,常用激光器大多工作在高斯基模。高斯光束在非线性介质中的传输特性已被广泛研究,但是高斯光束传输过程中由全光束塌陷向小尺度自聚焦转变时的临界功率一直没有定论。Fibich等<sup>[15]</sup>认为带有初始调制幅度10%噪声的高斯光束,在输入功率为 $40P_{cr}$ ( $P_{cr}$ 为整体自聚焦临界功率)时,将开始表现为小尺度自聚焦的形态。因此,他将 $40P_{cr}$ 定义为高斯光束小尺度分裂成丝的临界功率 $P_{MF}$ ;而Campillo等<sup>[6,8]</sup>认为相对均匀的高斯光束在输入功率高至 $100P_{cr}$ 时,仍然表现为全光束塌陷的聚焦形态。显然,两者得到的临界功率值具有很大的差异,而小尺度自聚焦效应是强激光传输过程中不可避免的现象。因此,获得高功率高斯型激光小尺度自聚焦的临界功率,对于理解高功率激光非线性传输的实验过程具有一定的指导意义。

本文通过理论分析和数值模拟详细研究了高斯光束发生小尺度分裂成丝的功率条件。结果显示高斯光束在非线性传输过程中,小尺度自聚焦效应诱导分裂成丝与整体自聚焦所导致的全光束塌陷是影响高斯光束空间分布的两种相反的机制,前者使得高斯光束分裂成多丝分布,而后者则将高斯光束聚焦为一个整体而塌陷。两者在传输过程中相互竞争的结果由光束的初始输入参数决定。因此,初始输入参数不一样,高斯光束发生小尺度分裂成丝的临界功率也不一样。

## 2 理论分析

对于小尺度自聚焦特征长度的分析,可从非线性薛定谔方程出发<sup>[2]</sup>:

$$2ik_0 \frac{\partial E}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 E + k_0^2 \frac{n_2}{n_0} |E|^2 E = 0, \quad (1)$$

式中 $k_0 = n_0 \omega_0 / c$ 为波数, $n_0$ 为介质的常折射率, $\omega_0$ 是入射光束的圆频率, $c$ 是真空中光速, $\nabla_{\perp}^2$ 为横向拉普拉斯算符, $n_2$ 为介质的非线性折射率。

设输入光束的电场表达式为<sup>[2]</sup>

$$E = A(z) + A(z) [u(x, y, z) + iv(x, y, z)], \quad (2)$$

式中 $u(x, y, z)$ 和 $v(x, y, z)$ 分别是调制的振幅分量和相位分量, $A(z)$ 为本底振幅,在非线性介质中传输时将引入由非线性效应累积的相位延迟,因此 $A(z)$ 的表达式可写为<sup>[2]</sup>

$$A(z) = A_0 \exp\left(ik_0 \frac{n_2}{2n_0} |A_0|^2 z\right), \quad (3)$$

式中 $A_0$ 为初始振幅。

把(2)~(3)式代入(1)式求解,可得:

$$u(z) = \delta e^{gz}, \quad (4)$$

$$g^2 = \frac{q_{\perp}^2}{4k_0^2} \left( 2k_0^2 \frac{n_2}{n_0} |A_0|^2 - q_{\perp}^2 \right),$$

式中 $\delta$ 为常数,代表初始调制振幅, $q_{\perp}$ 为横向空间波数,表征横向空间调制的频率, $g$ 是调制场 $u$ 的增长率,并且最大增长率为

$$g_m = k_0 \frac{n_2}{2n_0} |A_0|^2 = k_0 \frac{\gamma}{n_0} I_0, \quad (5)$$

式中  $\gamma = n_2/n_0\epsilon_0 c$  为非线性系数,  $\epsilon_0$  是真空介电常数,  $n_2$  是非线性折射率, 光强  $I_0 = n_0\epsilon_0 c |A_0|^2/2$ 。

在整体自聚焦过程中, 当光束振幅增长至初始振幅的 4~5 倍时, 将以指数形式迅速塌陷; 在很短的传输距离内, 光束就崩塌至很小的自聚焦点<sup>[2]</sup>。因此, 光束振幅增长至初始振幅的 4~5 倍的传输距离  $z$ , 称之为自聚焦长度。

小尺度自聚焦形成细丝的塌陷过程可以与整体自聚焦类比, 根据(2)式输入的电场形式, 调制增长之后的场可以表示为

$$A = A_0 + A_0 u(z) = A_0 + A_0 \delta \exp(g_m z). \quad (6)$$

当调制场  $u(z)$  增长至某一特定的近似值  $\alpha$  时, 由调制场  $u(z)$  形成的细丝将迅速聚焦至一点。由关系式  $u(z) = \delta \exp(g_m z) = \alpha$ , 可以得到小尺度自聚焦的特征长度:

$$z_{\text{SSSF}} = \frac{1}{g_m} \ln\left(\frac{\alpha}{\delta}\right) = \frac{1}{k_0 \gamma I_0 / n_0} \ln\left(\frac{\alpha}{\delta}\right). \quad (7)$$

设输入的高斯光束为  $A = A_0 \exp(-r^2/2\omega_0^2)$ ,  $A_0$  和  $\omega_0$  分别为高斯光束的振幅和束腰。光强与振幅满足关系  $I(r) = \frac{n_0 c \epsilon_0}{2} |A|^2 = \frac{n_0 c \epsilon_0}{2} |A_0|^2 \exp(-r^2/\omega_0^2)$ , 因此, 高斯光束的功率与光强  $I(r)$  的关系为

$$P = 2\pi \int_0^\infty I(r) r dr = \pi \omega_0^2 I_0. \quad (8)$$

整体自聚焦的临界功率为<sup>[16]</sup>

$$P_{\text{cr}} = \frac{\pi 0.61^2 \lambda_0^2}{8n_0 \gamma}. \quad (9)$$

把(8)~(9)式代入(7)式, 小尺度自聚焦的特征长度可以表示为

$$z_{\text{SSSF}} = \frac{4n_0 \omega_0^2}{\pi 0.61^2 \lambda_0} \frac{\ln(\alpha/\delta)}{N}, \quad (10)$$

式中  $N = P/P_{\text{cr}}$ , 表示输入光束的功率与自聚焦临界功率的比值。

而高斯光束整体自聚焦的特征长度等于全光束自聚焦的塌陷距离  $z_{\text{BC}}$ <sup>[17]</sup>:

$$z_{\text{BC}} = \frac{2n_0 \omega_0^2}{0.61 \lambda_0} \frac{1}{\sqrt{N-1}}. \quad (11)$$

显然, (10)式说明高斯光束小尺度自聚焦的特征长度与功率成反比, 并且与光束的初始调制幅度  $\delta$  有关; (11)式则表明高斯光束整体自聚焦的特征长度近似与功率的平方根成反比。图 1 给出了初始调制幅度为  $\delta = 0.005$  时,  $z_{\text{SSSF}}$  和  $z_{\text{BC}}$  与输入功率的关系曲线。从图 1 中可以看到两条曲线有一交点, 交点位置对应的功率即为高斯光束小尺度自聚焦的临界功率  $P_{\text{SSSF}}$ 。图 1 中, 高斯光束因小尺度自聚焦效应分裂成细丝的临界功率  $P_{\text{SSSF}} \approx 45P_{\text{cr}}$ 。因为, 当  $P < P_{\text{SSSF}}$  时,  $z_{\text{BC}} < z_{\text{SSSF}}$ , 高斯光束的整体自聚焦先于小尺度自聚焦发生, 因此, 表现为整体自聚焦; 当  $P > P_{\text{SSSF}}$  时,  $z_{\text{BC}} > z_{\text{SSSF}}$ , 高斯光束小尺度自聚焦的特征长度小于整体自聚焦的特征长度, 高斯光束的小尺度自聚焦先于整体自聚焦发生; 因此, 高斯光束已经因严重的小尺度自聚焦而分裂形成多根高强的细丝, 从而抑制了光束整体自聚焦的发生。

图 2 是高斯光束小尺度自聚焦的临界功率  $P_{\text{SSSF}}$  与初始调制幅度  $\delta$  的关系曲线, 其中实线、虚线和点线分别为对应于  $\alpha = 3$ 、 $\alpha = 4$  和  $\alpha = 5$ , 代表估算自聚焦点所选取的不同的调制增长值。图 2 表明, 在同一初始调制幅度下,  $\alpha$  的取值不一样时, 临界功率  $P_{\text{SSSF}}$  的估值会有所偏差, 但变化趋势一致,  $\alpha$  取值越大,  $P_{\text{SSSF}}$  的数值也越大。所讨论的自聚焦问题中,  $\alpha = 3$  是较为合理的取值, 这一点在下文的数值模拟中将得到验证。图 2 还说明随着高斯光束初始调制幅度的减小, 即随着光束均匀性的提高, 小尺度自聚焦的临界功率将迅速增大, 达到甚至超过  $100P_{\text{cr}}$ , 这也表明与整体自聚焦不同, 小尺度自聚焦的临界功率不是定值, 它与整体自聚焦临界功率  $P_{\text{cr}}$  的比值由初始调制幅度决定。

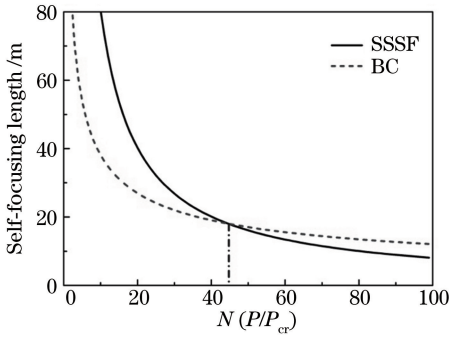


图1 高斯光束小尺度自聚焦和整体自聚焦特征长度与输入功率的关系

Fig. 1 Curves of SSSF of Gaussian beam, whole beam self-focusing length and input power

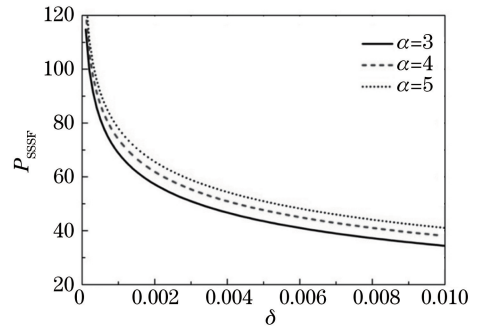


图2 高斯光束小尺度自聚焦的临界功率与初始调制幅度  $\delta$  的关系

Fig. 2 Relationship between SSSF critical power of Gaussian beam and initial modulation amplitude  $\delta$

### 3 数值模拟

引入归一化长度  $Z = z/L_{DF} = 2z/k_0\omega_0^2$ , (1)式变为

$$\frac{\partial A}{\partial Z} = \frac{i}{4} \nabla_{\perp}^2 A + i \frac{L_{DF}}{L_{NL}} |A|^2 A, \quad (12)$$

式中  $A$  为以光束中心位置的振幅归一化后的光场振幅,  $Z$  为衍射长度  $L_{DF}$  归一化的传输距离,  $L_{NL} = 1/(k_0 n_2 |A_0|^2 / n_0)$  是非线性长度。计算参数如下: 光束波长为  $\lambda_0 = 1053$  nm, 非线性介质为铍玻璃, 介质参数为常折射率  $n_0 = 1.55$ , 非线性折射率  $n_2 = 1.15 \times 10^{-13}$  esu。

数值计算加入噪声调制后高斯光束带有相同初始调制幅度、在不同的输入功率情况下的聚焦形态。设输入的光场表达式为

$$A(x, y) = A_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\omega_0^2}\right) \left\{ 1 + \delta \times f_{\text{Random}[-1,1]} * \exp\left[-\left(\frac{x^2}{S_{gx}^2} + \frac{y^2}{S_{gy}^2}\right)\right] \right\}, \quad (13)$$

式中  $A_0$  为光束中心位置的振幅,  $\omega_0$  是高斯光束的束腰,  $\delta$  是控制调制幅度的调制系数,  $f_{\text{Random}[-1,1]}$  表示从  $-1$  到  $1$  均匀分布的随机数,  $*$  代表卷积,  $S_{gx}$  和  $S_{gy}$  是决定  $x$  方向和  $y$  方向空间调制频率的参数,  $S_{gx}$  和  $S_{gy}$  越大则空间调制的间距越大, 即调制频率越小。

在图1的理论分析过程中, 初始调制幅度为  $0.005$ , 数值模拟选取的初始调制幅度与理论分析保持一致。

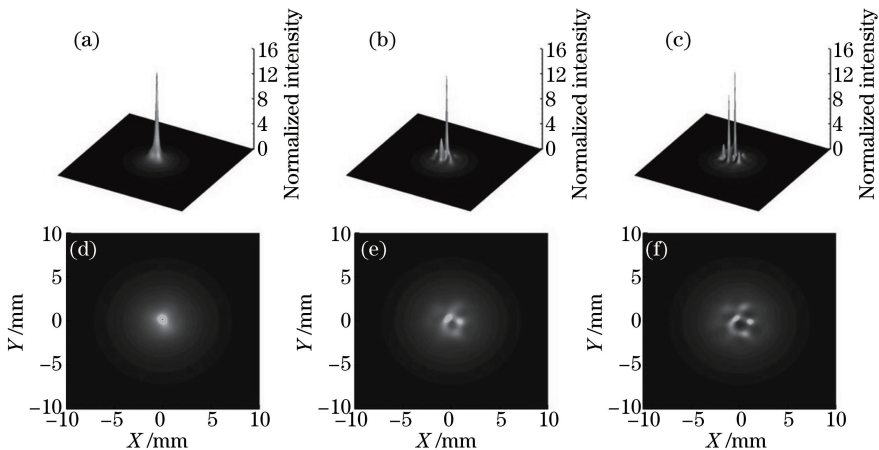


图3 初始调制幅度  $\delta = 0.005$  的高斯光束在不同输入功率条件下的聚焦形态。(a)  $P = 25 P_{cr}$ ; (b)  $P = 45 P_{cr}$ ; (c)  $P = 65 P_{cr}$ ; (d), (e), (f) 分别是 (a), (b), (c) 的光束剖面图

Fig. 3 Beam profile suffers self-focusing for different input powers when Gaussian beam with initial modulation amplitude  $\delta = 0.005$ . (a)  $P = 25 P_{cr}$ ; (b)  $P = 45 P_{cr}$ ; (c)  $P = 65 P_{cr}$ ; (d), (e), (f) are the beam profiles of (a), (b), (c), respectively



图 3 给出了初始调制幅度  $\delta=0.005$  时,束腰  $w_0=5$  mm 的高斯光束在不同的输入功率情况下聚焦形态的对比,其中,图 3(a)、(b)和(c)对应的光束输入功率分别为  $P=25P_{cr}$ 、 $P=45P_{cr}$ 和  $P=65P_{cr}$ , (d)、(e)和(f)则分别是(a)、(b)和(c)的光束截面图。图 3 给出的高斯光强分布对应的传输距离均为其峰值强度增至约 16 倍初始光强的传输距离。如图 3(a)所示,虽然高斯光束具有 0.005 的初始调制幅度,但是当  $P=25P_{cr}$ 时,高斯光束仅因全光束自聚焦的作用而形成一根细丝;然而当  $P=45P_{cr}$ 时,如图 3(b)和(e)所示,在一根高强度的细丝(光强约为初始光强的 16 倍)附近已经开始出现一些光强相对较弱的细丝,但光强已经是初始光强的 4 倍,这说明高斯光束开始表现为由小尺度自聚焦诱导的多丝的形成,明显不同于整体自聚焦作用下的光束分布[图 3(a)和(d)];当输入功率进一步增大至  $P=65P_{cr}$ 时,如图 3(c)和(f)所示,光束分裂的现象更为明显。此时,高斯光束因严重的小尺度自聚焦效应而分裂成多根细丝,并且已经有两根超过 10 倍初始光强的高强度细丝,说明高强度细丝的数量也在增加。图 3 与 Fibich 等<sup>[15]</sup>的仿真结果在趋势上是一致的,但是,两者的初始调制幅度不同,得到的小尺度自聚焦的临界功率也不一样。图 3 的结果表明初始调制幅度为 0.005 时,高斯光束小尺度自聚焦的临界功率为  $45P_{cr}$ ,这与图 1 中曲线交点的理论数值吻合得非常好;而 Fibich 等<sup>[15]</sup>的仿真结果是基于 10% 的初始调制,在文献[15]中也没有给出相应的理论验证,与后文的实验数据也没有一致性。

图 4 是初始调制幅度  $\delta=0.005$  时,束腰  $w_0=5$  mm 的高斯光束在  $P=45P_{cr}$ 时归一化峰值光强随传输距离  $z$  的变化曲线。如图 4 所示,高斯光束在钨玻璃介质中传输时,经历了一段较长的调制缓慢增长的传输过程,之后在某一特定传输位置(图 4 中的  $z=14$  m)光强将迅速获得增长。数值模拟的归一化初始本底峰值为 1,图 3(b)和(e)对应于图 4 中的虚线交点,即光束峰值强度增长至初始本底峰值强度的 16 倍的传输位置为  $z=16.2$  m。显然,传输距离  $z=16.2$  m 之后的光强增长速度很快,峰值光强将在非常短的传输距离内迅速增大,调制尖峰将迅速塌陷至直径很小的自聚焦点,因此,取  $z=16.2$  m 近似为  $P=45P_{cr}$ 时小尺度自聚焦的特征长度。将图 3(b)和(e)的计算参数,调制幅度  $\delta=0.005$ ,功率比值  $N=45$ ,束腰  $w_0=5$  mm 以及波长  $\lambda_0=1053$  nm 代入(10)式,并取近似参数  $\alpha=3$ ,小尺度自聚焦的特征长度为  $z_{SSSF}=17.9$  m。根据(6)式,参数  $\alpha=3$  时,相当于增长后的峰值振幅增长至初始本底峰值振幅的 4 倍,换算到光强则是峰值强度增长至初始本底峰值强度的 16 倍。数值模拟的光强增长至初始光强的 16 倍时的传输距离  $z=16.2$  m 与  $\alpha=3$  时特征长度的理论值  $z_{SSSF}=17.9$  m 具有较好的一致性。因此,把光束峰值光强增长至初始本底峰值强度的 16 倍的传输距离定义为数值模拟的自聚焦长度。

图 5 是高斯光束小尺度自聚焦的临界功率  $P_{SSSF}$ 与初始调制幅度  $\delta$  的关系曲线,实线为数值计算结果,虚线为  $\alpha=3$  的理论值。显然,初始调制幅度越大,则高斯光束因小尺度自聚焦而分裂成丝所需的功率越小;反之,初始调制幅度越小则所需的功率越大。因此,提高光束的近场均匀性,降低光束的初始调制幅度有利于提高高斯光束小尺度自聚焦的临界功率  $P_{SSSF}$ ,从某种意义上说相当于实现了对小尺度自聚焦的抑制作用。

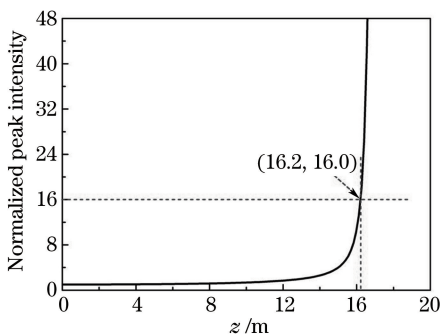


图 4 归一化峰值强度随传输距离的变化曲线  
Fig. 4 Curves of normalized peak intensity versus propagation distance

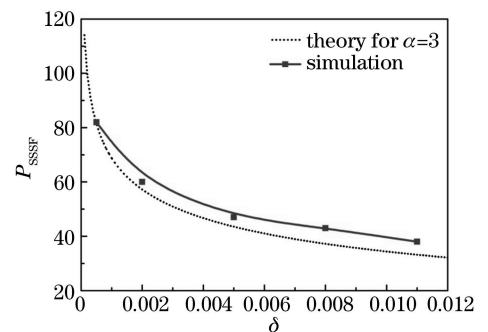


图 5 小尺度自聚焦临界功率与调制幅度的关系  
Fig. 5 Relationship between SSSF critical power and modulation amplitude

## 4 结 论

从理论分析和数值模拟两方面详细研究了高斯光束小尺度分裂成丝的功率条件。研究发现,高斯光束从整体自聚焦到小尺度自聚焦的转变所需要的功率与初始的调制幅度有关。初始调制幅度越大,则高斯光束因小尺度自聚焦而分裂成丝所需的功率越小;反之,初始调制幅度越小则所需的功率越大。高斯光束在非线形介质中传输,是以整体的形式全光束塌陷,还是表现为小尺度分裂成丝,是由全光束塌陷的特征长度与小尺度分裂成丝之间的竞争结果决定。因为,在输入功率小于临界功率时,高斯光束在发生小尺度自聚焦以前,已经作为一个整体全光束塌陷于空间一点,因而表现为全光束整体自聚焦。然而,当输入功率大于临界功率时,高斯光束表现出的聚焦形态为小尺度自聚焦,因为此时在全光束塌陷之前,高斯光束已经因严重的小尺度自聚焦而分裂形成多根高强度的细丝。高斯光束因小尺度自聚焦效应而分裂成丝的过程与整体自聚焦所导致的全光束塌陷是影响高斯光束空间分布的两种相反的机制,前者促使光束分裂成多根细丝,而后者则趋向于将高斯光束作为一个整体而塌陷为空间中的一点。从自聚焦的特征长度来说,它们是一种竞争关系,哪个长度更短,则表现为哪种聚焦形态。由于小尺度自聚焦的特征长度与初始调制幅度有关,因此高斯光束因小尺度自聚焦而分裂成丝的临界功率与光束的初始调制幅度有关。

## 参 考 文 献

- [1] Garmire E, Chiao R Y, Townes C H. Dynamics and characteristics of the self-trapping of intense light beams[J]. Phys Rev Lett, 1966, 16(9): 347-349.
- [2] Kelley P L. Self-focusing of optical beams[J]. Phys Rev Lett, 1965, 15(26): 1005-1008.
- [3] Lallemand P, Bloembergen N. Self-focusing of laser beams and stimulated Raman gain in liquids[J]. Phys Rev Lett, 1965, 15(26): 1010-1012.
- [4] Talanov V I. Self-focusing of wave beams in nonlinear media[J]. Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 1965, 2(5): 138-141.
- [5] Bespalov V I, Talanov V I. Filamentary structure of light beams in nonlinear liquids[J]. Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 1966, 3(11): 471-476.
- [6] Campillo A J, Shapiro S L, Suydam B R. Periodic breakup of optical beams due to self-focusing[J]. Appl Phys Lett, 1973, 23(11): 628-630.
- [7] Bliss E S, Speck D R, Holzrichter J F, *et al.* Propagation of a high-intensity laser pulse with small-scale intensity modulation[J]. Appl Phys Lett, 1974, 25(8): 448-450.
- [8] Campillo A J, Shapiro S L, Suydam B R. Relationship of self-focusing to spatial instability modes[J]. Appl Phys Lett, 1974, 24(4): 178-180.
- [9] Wen Shuangchun, Fan Dianyuan. Small-scale self-focusing of nonparaxial laser beams[J]. Acta Physica Sinica, 2000, 49(3): 460-462.  
文双春, 范滇元. 非傍轴光束的小尺度自聚焦研究[J]. 物理学报, 2000, 49(3): 460-462.
- [10] Wen Shuangchun, Fan Dianyuan. Filamentation of intense laser beam in high power laser and the B integral[J]. Acta Optica Sinica, 2001, 21(11): 1331-1335.  
文双春, 范滇元. 高功率激光放大器中光束的成丝和 B 积分[J]. 光学学报, 2001, 21(11): 1331-1335.
- [11] Wen Shuangchun, Qian Liejia, Fan Dianyuan. A study on multiple filamentation of locally modulated laser beams[J]. Acta Physica Sinica, 2003, 52(7): 1640-1644.  
文双春, 钱列加, 范滇元. 强光束局部小尺度调制致多路成丝现象研究[J]. 物理学报, 2003, 52(7): 1640-1644.
- [12] Deng Jianqin, Zhang Jin, Yang Hua, *et al.* Condition for suppression of small-scale self-focusing of high-power laser beams by spectral bandwidth[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(5): 0519001.  
邓剑钦, 张进, 杨华, 等. 激光带宽抑制光束小尺度自聚焦效应的条件[J]. 光学学报, 2012, 32(5): 0519001.
- [13] Chen Baosuan, Zhang Junyong, Zhang Yanli, *et al.* Study of small-scale self-focusing in high-power laser system[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(1): 010002.  
陈宝算, 张军勇, 张艳丽, 等. 高功率激光系统中的小尺度自聚焦研究[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(1): 010002.
- [14] Zhang Lifu, Zhang Jinggui, Zhong Haizhe, *et al.* Experimental study of nonlinear propagation of intense laser with diffraction modulation induced by a circular aperture[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(12): 1202008.  
章礼富, 张景贵, 钟亥哲, 等. 圆孔衍射调制强激光非线性传输实验研究[J]. 中国激光, 2014, 41(12): 1202008.
- [15] Fibich G, Eisenmann S, Ilan B, *et al.* Self-focusing distance of very high power laser pulses[J]. Opt Express, 2005, 13(15): 5897-5903.
- [16] Grow T D, Ishaaya A A, Vuong L T, *et al.* Collapse dynamics of super-Gaussian beams[J]. Opt Express, 2006, 14(12): 5468-5475.
- [17] Boyd R W. Nonlinearoptics[M]. New York: Academic Press, 2007.