

四步空域准相移单帧载频条纹相位解调技术

林锦新, 马 骁, 李仕萍, 钟金钢

暨南大学光电工程系, 广东 广州 510632

摘要 提出了一种适合动态光学测量的单帧载频条纹相位解调技术——四步空域准相移技术。基于载频条纹信号的频率调制正弦函数表达形式,并利用帧内四个区域的积分强度以及四个区域在帧内的相移关系,推导了该技术的相位解调算法。该算法采用四个区域内的积分强度进行相位计算,具有较好的高斯白噪声抵抗能力;计算相位时可隔离不同区域噪声的影响,具有较高的空间局域性;可以克服次条纹积分算法中的频率失配问题;无需进行频率的探测,提高了相位解调效率,尤其适合动态测量。实验和仿真结果均证明了所提出方法的可行性和有效性。

关键词 测量; 条纹分析; 相移; 相位测量

中图分类号 O436 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP54.011203

Four-Step Spatial Quasi-Phase-Shifting Technique for Phase Demodulation from a Single Carrier Fringe Pattern

Lin Jinxin, Ma Xiao, Li Shiping, Zhong Jingang

Department of Optoelectronic Engineering, Jinan University, Guangzhou, Guangdong 510632, China

Abstract Four-step spatial quasi-phase-shifting technique, an analysis method for phase estimation from a single spatial carrier fringe pattern, is proposed for dynamic optical measurement. Based on the frequency-modulation form of sinusoidal function for the carrier fringe pattern, the phase demodulation formulas are derived with the intra-frame phase shift relations and the integral intensity in four segments. This proposed algorithm has robustness for white Gaussian noise by using the integral intensity for phase estimation, and has high spatial localization for local noise isolation. It can deal with the problem of frequency mismatch in the sub-fringe integration algorithm. Because the local frequency detection process is not necessary, the computation efficiency for the phase estimation is increased. Particularly, it is suitable for dynamic measurement. The simulation and experimental results demonstrate the feasibility and the validity of the proposed algorithm.

Key words measurement; fringe analysis; phase shift; phase measurement

OCIS codes 120.2650; 050.5080; 120.5050

1 引言

基于载频条纹的光学测量广泛应用于工业生产、医学等领域,其中载频条纹相位解调技术是测量的关键^[1]。目前在常用的载频条纹相位解调算法中,条纹信号多采用相位调制正弦函数表达形式,根据所需条纹图数量的不同,大体可分为多帧和单帧两类算法^[2]。常见的多帧算法,如时域相移算法(TPS)^[1],尽管具有较高的计算精度,但需要至少三帧以上的变形条纹图,因此不适于高速动态的测量^[3]。相比之下,单帧条纹相位解调算法更适用于动态测量^[4-5]。常见的单帧算法有傅里叶变换法(FT)^[6]、窗口傅里叶变换法(WFT)^[7-11]、小波变换算法(WT)^[12-18]、空域相位测量法^[19-21]以及次条纹积分法(SI)^[22-24]等。

次条纹积分法对于高斯白噪声具有良好的抵抗能力。假设载频条纹在受到被测物体调制时变形条纹的

收稿日期: 2016-09-22; 收到修改稿日期: 2016-10-11; 网络出版日期: 2017-01-04

基金项目: 国家自然科学基金(61475064)、广东省自然科学基金(2015A030310458)、广东省科技计划(2013B060100001)

作者简介: 林锦新(1991—),男,硕士研究生,主要从事光电信息技术方面的研究。E-mail: 609673349@qq.com

导师简介: 钟金钢(1964—),男,博士,教授,主要从事光电信息技术方面的研究。E-mail: tzjg@jnu.edu.cn(通信联系人)

周期近似保持不变的前提下,这种算法将条纹的一个周期等分为四个区间进行积分求解相位。然而,在实际测量中,条纹形变有时较大,因此条纹周期近似保持不变的假设失效,从而导致相位测量误差较大,称之为条纹周期失配或频率失配。最近提出了一种单帧的三步空域准相移(SQPS3)算法^[25]和改进的次条纹积分法^[26],条纹信号采用频率调制正弦函数表达形式,可有效避免频率失配问题,提高相位解调精度。然而,这两种算法都需要预先探测变形条纹各处的条纹周期或频率,通常使用连续小波变换进行探测,这将耗费大量的计算时间。因此,本文提出了四步空域准相移(SQPS4)算法。这种算法无需独立的频率探测过程,提高了相位解调效率,更适用于动态测量。

2 四步空域准相移算法

通常一维载频变形条纹信号采用相位调制正弦函数表达形式^[6]:

$$I(x) = a(x) + b(x) \cos [2\pi f_0 x + \phi(x)], \quad (1)$$

式中 $I(x)$ 为条纹信号强度; $a(x)$ 和 $b(x)$ 分别为背景强度和条纹信号的对比值; f_0 为载频; $\phi(x)$ 为调制相位,包含了待测信息。尽管这种表达形式已广泛应用于目前常用的多种条纹相位解调算法,但考虑到不同位置条纹的频率(或周期)是相同的,只用相位调制量来表示变形条纹的形变量,对空域相位解调算法来说存在局限性(尤其是对变形较大的条纹而言),因为对实际的变形条纹图而言,不同位置的条纹,其周期可能不同,即各处的频率是变化的,如果从变化的条纹频率这个角度来考虑,根据相位与频率关系,(1)式可改写为频率调制表达形式^[25]:

$$I(x) = a(x) + b(x) \cos [2\pi f_L(x)x + \phi_{0,L}(x)], \quad (2)$$

式中 $f_L(x)$ 为随 x 变化的局域化频率(类似于时变信号的瞬时频率), $\phi_{0,L}(x)$ 为相对的初相位。该频率调制表达形式假设变形条纹在不同位置(或区域)的周期(或频率)是不相同的,但在一个小区内,比如在一个周期或更短的信号区域内,周期[或局域化频率 $f_L(x)$]没有变化,同时在这个区域内 $a(x)$, $b(x)$ 和 $\phi_{0,L}(x)$ 也可以看作常数,即 $a(x) \approx a$, $b(x) \approx b$, $f_L(x) \approx f_L$, $\phi_{0,L}(x) \approx \phi_{0,L}$ 。因此,(2)式在一个小区内可简化为

$$I(x) = a + b \cos(2\pi f_L x + \phi_{0,L}), \quad (3)$$

式中 $-T_L/2 + x' < x < T_L/2 + x'$, x' 表示信号的某个位置, $T_L = 1/f_L$ 表示在 x' 这个位置的条纹周期。

将一个周期或更短的信号区域分为四等份进行强度积分运算,得到的第 i 个积分强度表示为 I_i 。四个积分区域相对位置可以为间隔、相邻或部分重叠,如图 1 所示。

在图 1 中, n 和 k 均为整数,且 $n < k$, $k \geq 1$ 。当 $n < 0$ 时,积分区域间隔 n 个像素;当 $n = 0$ 时,积分区域相邻;当 $n > 0$ 时,积分区域重叠 n 个像素。通过计算可得四个积分强度为

$$I_1 = \int_{x-(2k-1.5n)\Delta x}^{x-(k-1.5n)\Delta x} I(x) dx = A + B \cos [2\pi f_L x + \phi_{0,L} - 3\pi f_L (k-n) \Delta x], \quad (4)$$

$$I_2 = \int_{x-(k-0.5n)\Delta x}^{x+0.5n\Delta x} I(x) dx = A + B \cos [2\pi f_L x + \phi_{0,L} - \pi f_L (k-n) \Delta x], \quad (5)$$

$$I_3 = \int_{x-0.5n\Delta x}^{x+(k-0.5n)\Delta x} I(x) dx = A + B \cos [2\pi f_L x + \phi_{0,L} + \pi f_L (k-n) \Delta x], \quad (6)$$

$$I_4 = \int_{x+(k-1.5n)\Delta x}^{x+(2k-1.5n)\Delta x} I(x) dx = A + B \cos [2\pi f_L x + \phi_{0,L} + 3\pi f_L (k-n) \Delta x], \quad (7)$$

式中

$$A = ak \Delta x, \quad B = \frac{b}{\pi f_L} \sin(\pi f_L k \Delta x). \quad (8)$$

从(4)~(7)式可以看出四个积分强度相差一个恒定的未知相位差 $2\pi f_L (k-n) \Delta x$, 因此可采用 Carré 相移算法^[27-31],利用四个积分强度计算条纹相位,根据(4)~(8)式可得

$$\phi(x) = \arctan \left\{ \frac{2(I_3 - I_2)}{(I_4 - I_3) - (I_2 - I_1)} \sin [2\pi f_L (k-n) \Delta x] \right\} - 2\pi f_0 x, \quad (9)$$

$$\sin [2\pi f_L (k-n) \Delta x] = \pm \sqrt{1 - \left[\frac{(I_4 - I_3) + (I_2 - I_1)}{2(I_3 - I_2)} \right]^2}. \quad (10)$$

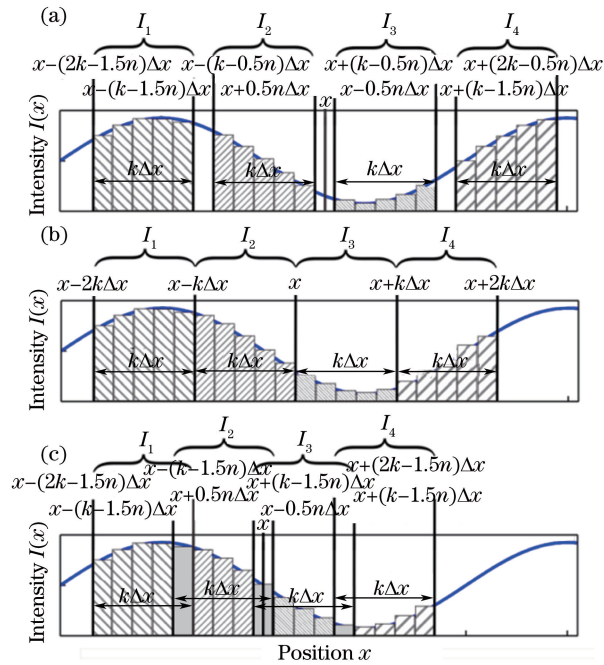


图 1 四步空域准相移算法示意图。(a)四个积分区域间隔($k=5, n=-1$);(b)四个区域相邻($k=5, n=0$);(c)四个区域重叠($k=5, n=1$)

Fig. 1 Illustration of the SQPS4. (a) Four segments are separated ($k=5, n=-1$); (b) four segments are adjacent ($k=5, n=0$); (c) four segments are overlapping ($k=5, n=1$)

(10)式给出的正弦值有正负取值问题,但在小于一个条纹周期的小区域内,划分四个子区域,即 $(k-n)\Delta x < T_L/2$, 则 $2\pi f_L(k-n)\Delta x < \pi$, 因此满足条件 $0 < 2\pi f_L(k-n)\Delta x < \pi$, (10)式取正值,可得

$$\phi(x) = \arctan \left[\frac{\sqrt{(I_1 + I_2 - I_3 - I_4)(I_1 - 3I_2 + 3I_3 - I_4)}}{(I_2 - I_1) - (I_4 - I_3)} \right] - 2\pi f_0 x. \quad (11)$$

与三步空域准相移算法相比,提出的四步方法完成相位解调只需使用四个积分强度(I_1, I_2, I_3 和 I_4),且不再需要独立的频率探测过程,提高了运算效率。对于单帧条纹相位解调算法,在计算某一点相位时,通常要使用其邻域像素点辅助计算,而所使用的邻域像素点数表征了算法的空间局域性,不同区域噪声的隔离效果与空间局域性有关^[25]。算法的空间局域性越高(使用邻域点数越少),在计算每个像素点的相位时对不同区域噪声的隔离效果越好。以傅里叶变换算法为例,这种方法采用全局变换,不具有空间局域性,某一像素点携带的噪声会影响所有像素点的相位计算精度。窗口傅里叶变换算法的空间局域性取决于窗口的选择。小波变换算法的空间局域性与条纹信号的载频有关。次条纹积分法的空间局域性约为一个条纹周期。三步空域准相移算法的空间局域性为 $3k$ ($k=1, 2, 3, \dots$) 个像素,但由于采用连续小波变换求解区域频率,其实际空间局域性大于 $3k$ 个像素,且不能实现连续准确调节。四步空域准相移算法的空间局域性为 $4k-3n$ 个像素,可以实现连续准确调节。

3 数值模拟

为了验证四步空域准相移算法的有效性,模拟实验分别使用傅里叶变换法、次条纹积分法、三步空域准相移法进行相位解调,并与本文算法的解调结果进行比较。在使用傅里叶变换法时,尽可能保证选择最优频谱提取窗口进行计算。

3.1 条纹信号存在区域噪声

含有噪声的条纹信号如图 2(a)所示,载频 $f_0=0.05$,添加区域噪声,在 $x \in [200, 220]$ 处设置一个阴影区域(强度暗饱和),而在 $x \in [450, 460]$ 处为亮斑区域(强度亮饱和)。相应的傅里叶频谱与待求解调制相位 $\phi(x)$ 分别如图 2(b)、(c)所示。图 3 所示为使用多种方法得到的相位解调结果,图 4 所示为各方法相应的相位解调误差。

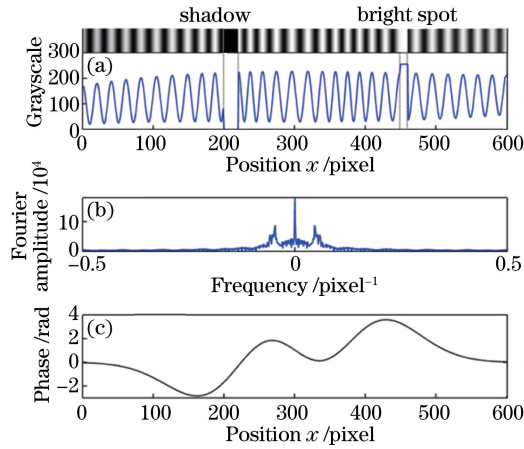


图 2 (a)一维条纹信号 $I(x)$ 的强度分布;(b)相应的傅里叶频谱;(c)调制相位 $\phi(x)$

Fig. 2 (a) Intensity distribution of one-dimensional signal $I(x)$; (b) corresponding Fourier spectrum; (c) modulated phase $\phi(x)$

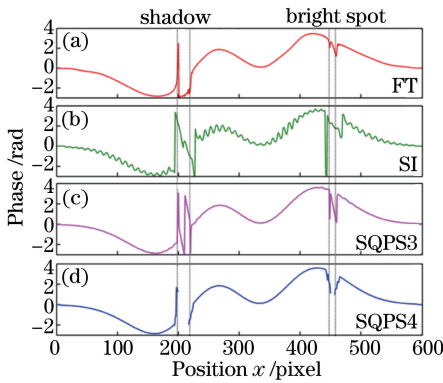


图 3 相位解调结果。(a)傅里叶变换法;(b)次条纹积分法;
(c)三步空域准相移算法($k=4$);(d)四步空域准
相移算法($k=3, n=0$)

Fig. 3 Phase demodulation results. (a) FT; (b) SI;
(c) SQPS3 ($k=4$); (d) SQPS4 ($k=3, n=0$)

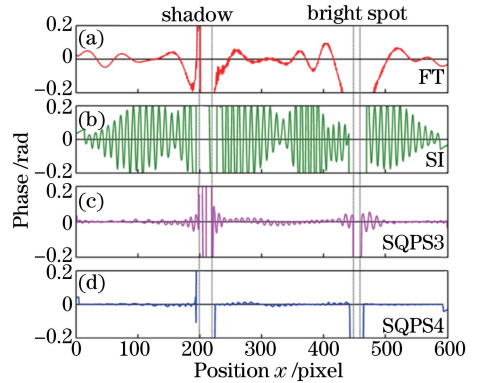


图 4 相位解调误差。(a)傅里叶变换法;(b)次条纹积分法;
(c)三步空域准相移算法($k=4$);(d)四步空域准
相移算法($k=3, n=0$)

Fig. 4 Phase demodulation error. (a) FT; (b) SI;
(c) SQPS3 ($k=4$); (d) SQPS4 ($k=3, n=0$)

图 3 和图 4 中的阴影和亮斑区域用虚线标出。傅里叶变换法是全局变换,致使图 3(a)和图 4(a)中的阴影和亮斑区域解调误差传播到了虚线区域之外,影响了整体解调精度。图 3(b)和图 4(b)所示次条纹积分法的空间局域性约为一个条纹周期,但频率失配导致了较大的相位解调误差。设置三步和四步空域准相移算法在公式上具有相同的空间局域性,都是 12 个像素点,小于载频条纹的周期($1/f_0=20$ pixel)。但由于三步算法采用了连续小波变换求解区域频率,实际空间局域性降低,因此在图 4(c)中可以明显看到误差已扩散到虚线区域之外。相比之下四步空域准相移算法的相位解调结果误差最小,如图 4(d)所示。

3.2 条纹信号存在高斯白噪声

在存在高斯白噪声的情况下进行模拟,以验证提出方法的抗噪能力。受高斯白噪声影响的条纹信号可表示为

$$I(x) = a(x) + b(x) \cos[2\pi f_0 x + \phi(x)] + n(x). \quad (12)$$

强度 $I(x)$ 受高斯白噪声 $n(x)$ 的影响如图 5 所示,其中 $n(x)$ 的标准差和期望分别为 0.2885 和 -0.0101 。高斯白噪声遍布条纹信号频谱,采用频谱滤波很难去除。仍采用多种解调算法进行对比,相位解调结果和相应误差分别如图 6 和图 7 所示。

由图 6 和图 7 可以看出,在高斯白噪声存在的情况下,四步空域准相移算法的解调精度与三步算法和傅里叶变换法接近,比次条纹积分法精度高。次条纹积分法的误差主要来自频率失配。对于三步空域准相移

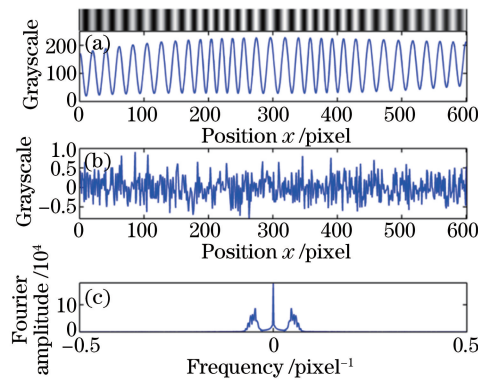


图 5 (a)一维条纹信号 $I(x)$ 的强度分布;(b)高斯白噪声 $n(x)$;(c)相应的傅里叶频谱

Fig. 5 (a) Intensity distribution of one dimensional signal $I(x)$; (b) white Gaussian noise $n(x)$; (c) corresponding Fourier spectrum

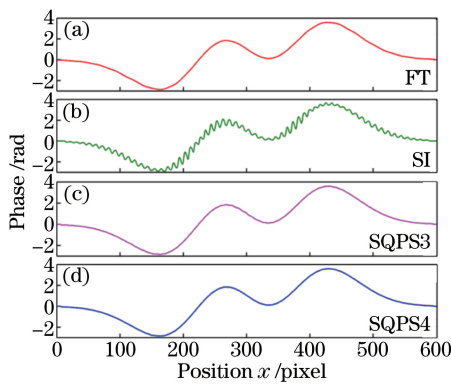


图 6 相位解调结果。(a)傅里叶变换法;(b)次条纹积分法;
(c)三步空域准相移算法($k=4$);(d)四步空域准
相移算法($k=3, n=0$)

Fig. 6 Phase demodulation results. (a) FT; (b) SI;
(c) SQPS3 ($k=4$); (d) SQPS4 ($k=3, n=0$)

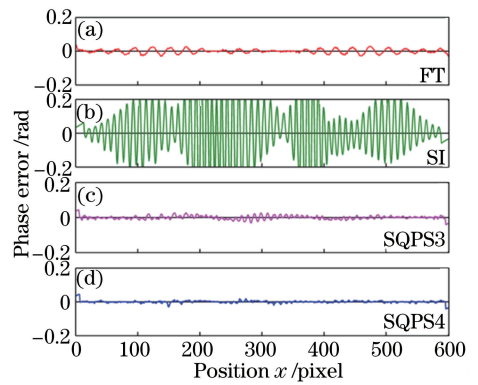


图 7 相位解调误差。(a)傅里叶变换法;(b)次条纹积分法;
(c)三步空域准相移算法($k=4$);(d)四步空域准
相移算法($k=3, n=0$)

Fig. 7 Phase demodulation error. (a) FT; (b) SI;
(c) SQPS3 ($k=4$); (d) SQPS4 ($k=3, n=0$)

算法,使用连续小波变换探测区域频率也会引入一定的误差。总体来看,四步空域准相移算法的相位解调精度最高。如果使用四个以上区间强度值计算相位,相当于多步相移法,更利于抵抗白噪声,但多个区间强度值的使用会降低算法的空间局域性,不利于不同区域非白噪声的隔离。

4 实 验

实验通过光学测量中常见的条纹投影轮廓术,对提出方法进行实验验证。实验装置如图 8(a)所示,其中 h 为物体的高度分布, l 为数字投影仪与参考面之间的距离, d 为数字投影仪与数码相机之间的距离, C 和 P 分别为数码相机和投影仪的出瞳。

首先进行静态实验。数字投影仪将一幅标准载频条纹图投射在待测物体(石膏人头像)上,使用数字

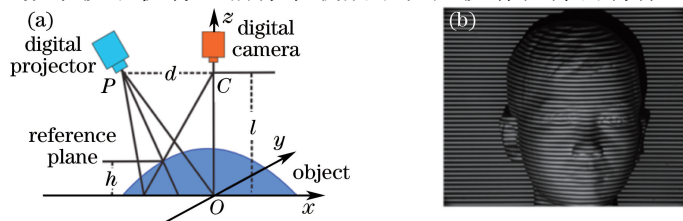


图 8 (a)条纹投影轮廓术的光路图;(b)拍摄到的变形条纹

Fig. 8 (a) Optical geometry of fringe projection profilometry; (b) captured deformed fringe pattern

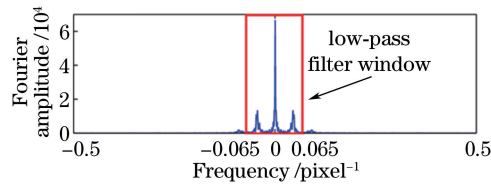


图9 拍摄的变形条纹图第750列的傅里叶频谱

Fig. 9 Fourier spectrum at the 750th column of the captured deformed fringe pattern

CCD(SONY XCD-SX910, 日本)进行图像采集,图8(b)所示为采集到的1280 pixel×1024 pixel的变形条纹图,石膏像高度分布被编码在变形条纹的相位中。对所得条纹图沿垂直方向进行一维傅里叶变换,图9所示为第750列傅里叶频谱。

图9显示拍摄得到的变形条纹存在二次谐波。为了保证条纹的正弦性,在进行相位计算之前,使用低通滤波器进行预处理,滤波窗口如图9中方框所示。使用多种方法进行相位解调,如时域四步相移法(TPS)(多帧法)、傅里叶变换法、次条纹积分法、三步空域准相移算法和四步空域准相移算法,对计算相位结果进行比对。时域四步相移法使用多帧条纹图进行相位解调,精度最高,因此以时域四步相移法解调结果作为对比值,评价几种算法的相位解调结果。设置三步空域准相移算法($k=3, 3k=9$)和四步空域准相移算法($k=3, n=1, 4k-3n=9$)具有相同的空间局域性参数。求得包裹相位后,使用洪流相位解包裹算法^[32]进行解包裹运算,相位解调结果如图10所示,选择其中第750列单独进行比对,如图11所示,其中黑线表示时域四步相移算法的相位解调结果。图12表示第750列中 $y \in [780, 865]$ 区间时各方法与时域四步相移法之间的相位解调差值。比较图11、12可知,四步空域准相移算法的相位最接近时域四步相移法。图10所示各方法的重建结果均有较大区域的展开相位错误,是由于采用的洪流相位展开算法是与路径有关的相位展开算法,在跨过人头边缘时出现错误,这是与路径有关的相位展开算法都存在的问题。

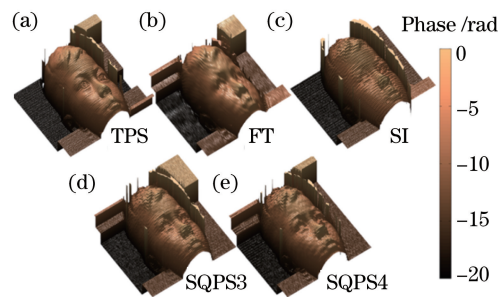


图10 解包裹相位的三维重建结果。(a)时域四步相移算法;(b)傅里叶变换法;(c)次条纹积分法;
(d)三步空域准相移算法($k=3$);(e)四步空域准相移法($k=3, n=1$)

Fig. 10 3D reconstruction results of unwrapped phases. (a) TPS; (b) FT; (c) SI; (d) SQPS3 ($k=3$);
(e) SQPS4 ($k=3, n=1$)

除上述实验外还进行了真人面部动态动作测量实验,动态实验装置与静态实验时相同。将标准载频条纹图投影在真人面部,每秒拍摄15帧1280 pixel×1024 pixel的图片,得到一段时长55 s的视频。选取画面512 pixel(宽)×300 pixel(高)区域进行相位解调。为了保证条纹的正确性,去除二次谐波,与静态实验相同,使用低通滤波器进行预处理。再通过四步空域准相移算法($k=3, n=1$)进行相位解调,然后使用洪流解包裹算法^[32]求解包裹相位,得到三维动态视频。动态四步空域准相移算法解调结果如图13所示,其中图13(a)所示为视频第611帧图像。相位计算结果在嘴唇区域效果较好。

此外还对三步和四步空域准相移算法求解单帧条纹图用时进行比较。在同一台计算机上使用 Matlab 编写两种相位解调算法,对图13(a)进行相位计算(不包括解包裹运算),重复1000次,三步算法平均用时22.08 s,而四步算法平均只需要1.18 s。这说明四步算法有效地提高了相位解调效率,因此四步算法更适合用于动态物体的测量。

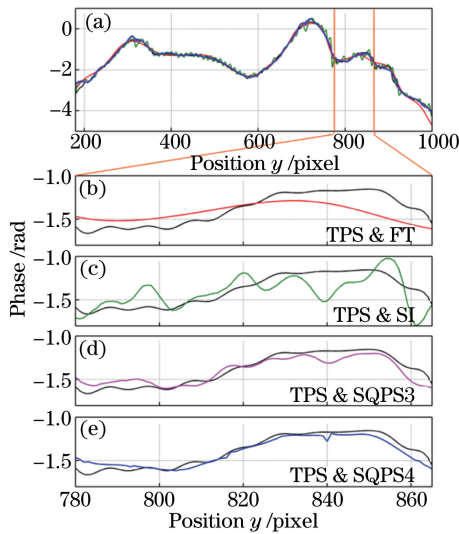


图 11 (a)第 750 列解包裹相位以及 $y \in [780, 865]$ 处放大的对比结果;(b)时域四步相移法和傅里叶变换法;(c)时域四步相移法和次条纹积分法;(d)时域四步相移法和三步空域准相移算法;(e) 时域四步相移法和四步空域准相移算法
Fig. 11 (a) Unwrapped phases at the 750th column and comparison in the magnified region $y \in [780, 865]$;
(b) TPS and FT; (c) TPS and SI; (d) TPS and SQPS3; (e) TPS and SQPS4

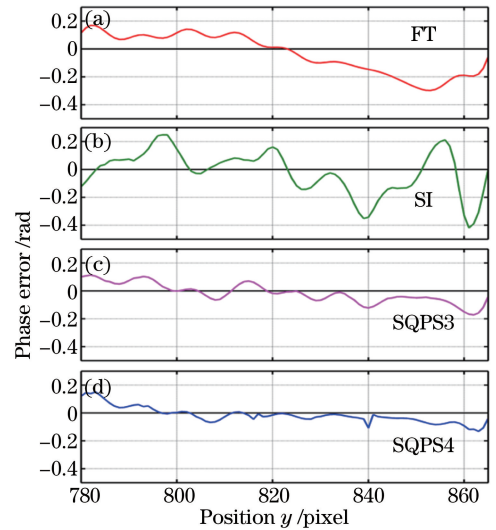


图 12 第 750 列 $y \in [780, 865]$ 处各方法与时域四步相移法之间的相位差值。(a)傅里叶变换法;(b)次条纹积分法;(c)三步空域准相移算法;(d)四步空域准相移算法
Fig. 12 Phase difference at the 750th column ($y \in [780, 865]$) between TPS and various algorithms. (a) FT; (b) SI; (c) SQPS3; (d) SQPS4

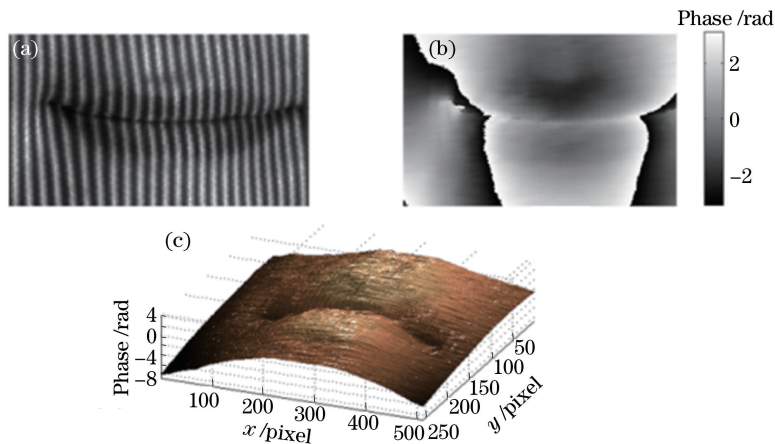


图 13 动态相位解调结果。(a)视频第 611 帧图像;(b)二维包裹相位;(c)三维解包裹后的相位
Fig. 13 Dynamic phase demodulation results. (a) 611th frame of captured video of deformed fringe patterns;
(b) 2D wrapped phase; (c) 3D distribution of unwrapped phase

5 结 论

通过模拟仿真和实验,证明了四步空域准相移技术的可行性和有效性。该技术采用一个小区域内的积分强度进行相位计算,有较好的高斯白噪声抵抗能力;具备较高空间局域性,可隔离不同区域的噪声对计算相位的影响,无需再引入其他同类算法需要的区域频率探测过程,提高了相位解调计算效率,同时保证了相位解调精度。这是一种单帧相位解调技术,更适合动态物体的测量。

参 考 文 献

- [1] Rastogi P, Hack E. Phase estimation in optical interferometry[M]. Boca Raton: CRC Press, 2014.

- [2] Su Xianyu, Zhang Qican, Chen Wenjing. Three-dimensional imaging based on structured illumination[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(2): 0209001.
苏显渝, 张启灿, 陈文静. 结构光三维成像技术[J]. 中国激光, 2014, 41(2): 0209001.
- [3] Zhang S. Recent progresses on real-time 3D shape measurement using digital fringe projection techniques[J]. Optics & Lasers in Engineering, 2010, 48(2): 149-158.
- [4] Zhu X J, Tang C, Li B Y, *et al.* Phase retrieval from single frame projection fringe pattern with variational image decomposition[J]. Optics & Lasers in Engineering, 2014, 59: 25-33.
- [5] Martino J M D, Fernández A, Ayubi G A, *et al.* Differential 3D shape retrieval[J]. Optics & Lasers in Engineering, 2014, 58: 114-118.
- [6] Takeda M, Ina H, Kobayashi S. Fourier-transform algorithm of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry[J]. Journal of the Optical Society of America, 1982, 72(1): 156-160.
- [7] Qian K M. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis[J]. Applied Optics, 2004, 43(13): 2695-2702.
- [8] Zhong J G, Weng J W. Dilating Gabor transform for the fringe analysis of 3-D shape measurement [J]. Optical Engineering, 2004, 43(4): 895-899.
- [9] Zhong J, Zeng H. Multiscale windowed Fourier transform for phase extraction of fringe patterns[J]. Applied Optics, 2007, 46(14): 2670-2675.
- [10] Wang Chenxing, Da Feipeng. Anovel adaptive windowed Fourier transform for phase retrieval in 3D shape measurement [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(6): 0612005.
王辰星, 达飞鹏. 三维测量中一种新的自适应窗口傅里叶相位提取法[J]. 光学学报, 2012, 32(6): 0612005.
- [11] Dong Fuqiang, Da Feipeng, Huang Hao. Windowed Fouriertransform profilometry based on advanced S-transform[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(5): 0512008.
董富强, 达飞鹏, 黄昊. 基于S变换的改进窗口傅里叶三维测量法[J]. 光学学报, 2012, 32(5): 0512008.
- [12] Zhong J, Weng J. Spatial carrier-fringe pattern analysis by means of wavelet transform: Wavelet transform profilometry [J]. Applied Optics, 2004, 43(26): 4993-4998.
- [13] Zhong J, Weng J. Phase retrieval of optical fringe patterns from the ridge of a wavelet transform[J]. Optics Letters, 2005, 30(19): 2560-2562.
- [14] Yu Cheng, Li Sikun, Wang Xiangzhao. Fastthree-dimensional shape measurement technique by means of wavelet transform based on parallel computing[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(5): 0512005.
余程, 李思坤, 王向朝. 基于并行小波变换的快速三维面形测量技术[J]. 光学学报, 2014, 34(5): 0512005.
- [15] Zheng Yi, Chen Wenjing, Zhong Min, *et al.* Study of profilometry measurement precision improvement based on Morlet wavelet transform[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(11): 111203.
郑毅, 陈文静, 钟敏, 等. 提高基于Morlet小波"脊"处理方法的相位解调精度研究[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 51(11): 111203.
- [16] Wang Z, Ma H. Advanced continuous wavelet transform algorithm for digital interferogram analysis and processing[J]. Optical Engineering, 2006, 45(4): 045601.
- [17] Gdeisat M A, Burton D R, Lalor M J. Spatial carrier fringe pattern demodulation by use of a two-dimensional continuous wavelet transform[J]. Applied Optics, 2006, 45(34): 8722-8732.
- [18] Zhang Z, Zhong J. Applicability analysis of wavelet-transform profilometry[J]. Optics Express, 2013, 21(16): 18777-18796.
- [19] Kujawinska M. Spatial phase measurement methods in interferogram analysis [J]. London: Institute of Physics Publishing, 1993: 141-193.
- [20] Ferrari J A, Frins E M. Multiple phase-shifted interferograms obtained from a single interferogram with linear carrier [J]. Optics Communications, 2007, 271(1): 59-64.
- [21] Zhang R, Guo H. Phase gradients from intensity gradients: A method of spatial carrier fringe pattern analysis[J]. Optics Express, 2014, 22(19): 22432-22445.
- [22] Wyant J C. Use of an ac heterodyne lateral shear interferometer with real-time wavefront correction systems [J]. Applied Optics, 1975, 14(11): 2622-2626.
- [23] Ei-Morsy M, Harada K, Itoh M, *et al.* A subfringe integration algorithm for multiple-beam Fizeau fringe analysis[J].

- Optics & Laser Technology, 2003, 35(3): 223-232.
- [24] Wang M, Zhong J, Li D. Subfringe integration profilometry of three-dimensional diffuse objects [J]. Optical Engineering, 1997, 36(9): 2567-2572.
- [25] Zhang Z, Zhong J. Spatial quasi-phase-shifting technique for single-frame dynamic fringe analysis[J]. Optics Express, 2014, 22(3): 2695-2705.
- [26] Hu Kui, Ma Xiao, Zhong Jingang. Improved sub-fringe integration technique for phase analysis[J]. Journal of Applied Optics, 2016, 37(2): 215-220.
胡奎, 马骁, 钟金钢. 改进的次条纹积分相位分析技术[J]. 应用光学, 2016, 37(2): 215-220.
- [27] Carré P. Installation et utilisation du comparateur photoélectrique et interférentiel du Bureau International des Poids et Mesures[J]. Metrologia, 1996, 2(1): 13-23.
- [28] Servin M, Gonzalez A. Linear analysis of the four-step Carré phase shifting algorithm: Spectrum, signal-to-noise ratio, and harmonics response[R/OL]. (2012-03-08)[2016-07-03] <https://arxiv.org/abs/1203.1947>.
- [29] Ransom P, Kokal J V. Interferogram analysis by a modified sinusoid fitting technique[J]. Applied Optics, 1986, 25(22): 4199-4204.
- [30] Larkin K. Efficient nonlinear algorithm for envelope detection in white light interferometry[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1996, 13(4): 832-843.
- [31] Stoilov G, Dragostinov T. Phase-stepping interferometry: Five-frame algorithm with an arbitrary step[J]. Optics & Lasers in Engineering, 1997, 28(1): 61-69.
- [32] Asundi A, Wensen Z. Fast phase-unwrapping algorithm based on a gray-scale mask and flood fill[J]. Applied Optics, 1998, 37(23): 5416-5420.