

拉盖尔-高斯光束拓扑荷复用测量的仿真

杨春勇 丁丽明 侯金 钟志有 陈少平

中南民族大学电子信息工程学院智能无线通信湖北省重点实验室,湖北 武汉 430074

摘要 针对涡旋光束复用传输中拓扑荷测量的问题,根据广义惠更斯-菲涅耳积分,利用傅里叶光学分析方法和光束分步传播法,建立光束传播模型,对拉盖尔-高斯光束经复用在真空中传输进行数值仿真。通过分析光束真空传输后的相位分布,发现两束光复用后的相位分布特征与参与复用的各光束拓扑荷值之间有可辨别的关联,具体规律是相位的中心扇叶片数和叶片旋转方向与复用光束中拓扑荷绝对值较小的光束相同,而相位的外边缘相位叉点的个数和旋转方向分别与复用各光束的拓扑荷数值差的绝对值、拓扑荷数值较大者相同。所得结果为涡旋光束拓扑荷数的测量提供新方法。

关键词 物理光学;轨道角动量复用;拉盖尔-高斯光束;拓扑荷

中图分类号 O436 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP53.092603

Simulation on Measurement of Topological Charge for Laguerre-Gauss Beams by Multiplexing

Yang Chunyong Ding Liming Hou Jin Zhong Zhiyou Chen Shaoping

Hubei Key Laboratory of Intelligent Wireless Communications, College of Electronics & Information Engineering, South-Central University for Nationalities, Wuhan, Hubei 430074, China

Abstract To solve the problem of topological charge measurement in vortex beams multiplexing transmission, a beam propagation model is established based on the extended Huygens-Fresnel diffraction integral, the Fourier optics and split-step beam propagation method. The multiplexing transmission of Laguerre-Gaussian beams in vacuum is numerically simulated. Analysis of the phase distribution after the transmission in vacuum shows that a recognizable association exists between the phase distributions after two beams multiplexing and the topological charge of each multiplexing beam. Specifically, the number and the rotation direction of the central fans are the same as the smaller absolute value of topological charge, while the phase fork of external rim is equal to the difference absolute value of topological charge of each multiplexing beam, and the rotation direction of the external rim is the same as the one with bigger absolute value of topological charge. Therefore, the phase distribution can be used as a new method to measure the topological charge of vortex beams.

Key words physical optics; orbital angular momentum multiplexing; Laguerre-Gauss beam; topological charge

OCIS codes 260.6042; 260.3160; 060.2605

1 引言

近年来,轨道角动量(OAM)涡旋光束受到广泛关注^[1],其在光学信息传输、自由空间光通信等方向^[2-7]的研究不断得到拓展。而涡旋光束拓扑荷的测量,是涡旋光束理论及应用研究的重要前提和关键性问题。

目前,涡旋光束拓扑荷的测量方法主要分为干涉测量和衍射测量两类。例如,陈子阳等^[8]通过涡旋光束的杨氏双缝干涉实验,观察光束干涉条纹移动的大小来确定涡旋光束的拓扑荷值。柯熙政等^[9]利用拉盖尔-高斯(LG)光束进行杨氏双缝干涉实验,根据采集到的干涉条纹扭曲方向及条纹扭曲程度来实现涡旋光束轨道角动量的测量。Berkhout等^[10]用多孔干涉仪在远场平面上测量光学涡旋的轨道角动量,但对入射光束拓

收稿日期:2016-03-28;收到修改稿日期:2016-05-17;网络出版日期:2016-08-26

基金项目:国家自然科学基金(61002013,11147014)、湖北省自然科学基金(2014CFA051)

作者简介:杨春勇(1975—),男,博士,教授,主要从事光通信与光网络方面的研究。E-mail: cyyang@mail.scuec.edu.cn

扑荷的极性判定存在困难。而刘曼等^[11]针对 Berkhout 实验的不足,提取 LG 光束经过多孔衍射屏形成的干涉光场的实部和虚部,从而得到干涉光场的相位分布,再根据相位分布来准确确定入射光束的拓扑荷。Soares 等^[12]通过 LG 光束三角孔衍射实验来测量拓扑荷值,但是拓扑荷的可测量范围受到限制。刘曼^[13]模拟 LG 光束经弱随机散射屏散射,再根据光束散射后的光斑数和分布来探测涡旋光束的拓扑荷值。彭宇等^[14]提出利用柱透镜测量涡旋光束拓扑荷的方法,发现退化光场中暗核的数目与入射光束的拓扑荷相对应。这些成果为推进涡旋光束拓扑荷测量技术的进步奠定了重要的实验与理论基础,但关于轨道角动量复用传输中拓扑荷测量的研究鲜有报道。

本文以文献[11,15]获得干涉光场相位分布的方法和实验结论为前提,采用 LG 模式光作为模拟光束,研究轨道角动量复用传输与测定兼顾的拓扑荷测量方法。首先利用傅里叶光学分析方法和光束分步传播法建立 LG 复用光束的传播模型,对复用的 LG 光束真空传输进行数值模拟,然后通过分析复用光束的相位分布特征来确定各复用光束的拓扑荷值。

2 理论分析

2.1 菲涅耳衍射模型

假设输入光场强度为 $U(x_1, y_1)$, 根据菲涅耳衍射积分, 可得到输出光场强度 $U(x_2, y_2)$ 为:

$$U(x_2, y_2) = \frac{\exp(ik\Delta z)}{i\lambda\Delta z} \iint_{-\infty}^{\infty} U(x_1, y_1) \exp\left\{i\frac{k}{2\Delta z} [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]\right\} dx_1 dy_1, \quad (1)$$

式中 x_1 和 y_1 为光源坐标, x_2 和 y_2 为接收屏坐标, Δz 表示传播距离, k 为波矢, λ 为光的波长。根据傅里叶光学, 将(1)式写成:

$$U(x_2, y_2) = U(x_1, y_1) \otimes \left\{ \frac{\exp(ik\Delta z)}{i\lambda\Delta z} \exp\left[i\frac{k}{2\Delta z}(x_1^2 + y_1^2)\right] \right\}. \quad (2)$$

2.2 光束复用

空间域中, LG 光束的电场表达式可写成^[16]:

$$u(r, \theta, z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p + |l|)!}} \cdot \frac{1}{w(z)} \cdot \left[\frac{\sqrt{2r}}{w(z)}\right]^{|l|} \cdot L_p^l\left[\frac{2r^2}{w^2(z)}\right] \cdot \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \times \exp\left[\frac{-ikr^2 z}{2(z^2 + z_R^2)}\right] \cdot \exp[i(2p + |l| + 1) \cdot \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right)] \cdot \exp(-il\theta), \quad (3)$$

式中 $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ 为瑞利距离, w_0 为光束的束腰半径; 光束沿 z 方向传输的束径 $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}$; l 为拓扑荷, 即光束携带的轨道角动量; p 为径向指数; $L_p^l[\cdot]$ 为缔合拉盖尔多项式。

因任意缔合拉盖尔多项式 $L_p^l[\cdot]$, 存在 $p=0$ 时 $L_p^l=1$, 则在 $z=0$ 处, (3)式又可简写成:

$$u(r, \theta, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi(|l|)!}} \cdot \frac{1}{w(z)} \cdot \left[\frac{\sqrt{2r}}{w(z)}\right]^{|l|} \cdot \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \exp\left[\frac{-ikr^2 z}{2(z^2 + z_R^2)}\right] \times \exp\left[i(|l| + 1) \cdot \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right)\right] \cdot \exp(-il\theta), \quad (4)$$

如以两路光束 $u_1(r, \theta)$ 、 $u_2(r, \theta)$ 的复用为例, 则复用光束在某观测平面的场强可写为^[17-18]:

$$u_{\text{mux}}(r, \theta) = u_1(r, \theta) + u_2(r, \theta) = A(r)R(l_1, r) \cdot \exp(-il_1\theta) + A(r)R(l_2, r) \cdot \exp(-il_2\theta), \quad (5)$$

式中 $A(r) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w_0} \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right)$, $R(l, r) = \sqrt{\frac{1}{|l|!}} \cdot \left(\frac{\sqrt{2r}}{w_0}\right)^{|l|}$, l_1 和 l_2 分别为两束光的拓扑荷。故复用光束合并相位又可写成:

$$P_{\text{phase}} = \frac{u_{\text{mux}}(r, \theta)}{A(r)R(l_1, r)} = \exp(-il_1\theta) + \frac{R(l_2, r)}{R(l_1, r)} \cdot \exp(-il_2\theta), \quad (6)$$

从理论上分析可知, 假设 $|l_1| < |l_2|$, 当 $r \rightarrow 0$ 时, $\frac{R(l_2, r)}{R(l_1, r)} \propto \left(\frac{\sqrt{2r}}{w_0}\right)^{|l_2| - |l_1|} \rightarrow 0$, 故复用光束相位 P_{phase} 近

似于 $\exp(-il_1\theta)$,所以在 r 趋于小的区域,光束的相位分布与 $u_1(r,\theta)$,即拓扑荷绝对值较小光束的相位分布有关;而在 r 趋于大的区域, $\exp(-il_1\theta)$ 远小于 $\frac{R(l_2,r)}{R(l_1,r)} \cdot \exp(-il_2\theta)$,故光束的相位分布与 $u_2(r,\theta)$,即拓扑荷绝对值较大光束的相位分布有关。

3 仿真结果与分析

3.1 LG 光束仿真

以前述数学模型为基础,设定 LG 光束束宽 $w_0=5$ cm,波长 $\lambda=1550$ nm,采样点数为 256×256 ,接收孔径为 0.05 m。由(2)式可知,径向指数 $p=0$,拓扑荷 $l=1, l=-1, l=2, l=-2$ 的 LG 光束在光源平面及在真空中传输 1 km 后的观测平面上的相位分布如图 1 所示。

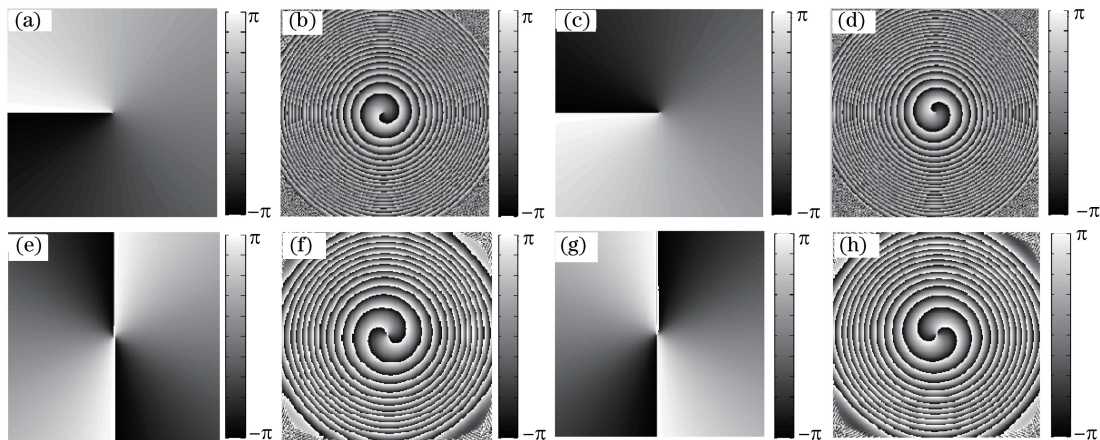


图 1 (a)和(b),(c)和(d),(e)和(f),(g)和(h)分别为拓扑荷 $l=1, l=-1, l=2, l=-2$ 的 LG 光束对应在 $z=0$ 和 $z=1$ km 处的相位分布

Fig. 1 (a) and (b), (c) and (d), (e) and (f), (g) and (h) are phase distribution patterns of LG beams at $z=0$ and $z=1$ km with topological charge of $l=1, l=-1, l=2, l=-2$

图 1 中(a)和(b),(c)和(d),(e)和(f),(g)和(h)依次分别对应拓扑荷 $l=1, l=-1, l=2, l=-2$ 的情况下 LG 光束在 $z=0$ 平面和 $z=1$ km 平面的相位分布。从图 1 可以看出:在光源处,对比正拓扑荷与负拓扑荷,相位分布[图(a)与图(c)相反,图(e)与图(g)相反];而且相位呈周期分布,周期为 l ,每个周期相位变化为 2π ,拓扑荷绝对值相同的相位图扇叶片数相同[如图(a)与图(c)相同,图(e)与图(g)相同];在真空中传输 1 km 后,各光束相位发生旋转,正拓扑荷的光束相位逆时针旋转(左旋)[如图(b)、图(f)所示],负拓扑荷的光束相位顺时针旋转(右旋)[如图(d)、图(h)所示]。由此,可将光束相位分布的扇叶片数和相位旋转方向作为判断涡旋光束轨道角动量拓扑荷的依据。

3.2 LG 光束复用仿真

由(6)式,采用 2 路 LG 光束复用,并假设参与复用的光束拓扑荷数分别为 l_1, l_2 (不妨令 $|l_1| < |l_2|$),复用后的合并光束在光源平面及在真空中传输 1 km 的观测平面上的相位分布如图 2 所示。

图 2 表示 LG 复用光束在 $z=0$ 和 $z=1$ km 处的相位分布,(a)和(b)对应 $l_1=1, l_2=4$;(c)和(d)对应 $l_1=2, l_2=4$;(e)和(f)对应 $l_1=-1, l_2=4$;(g)和(h)对应 $l_1=-2, l_2=4$;(i)和(j)对应 $l_1=-1, l_2=-4$;(k)和(l)对应 $l_1=-2, l_2=-4$;(m)和(n)对应 $l_1=1, l_2=-4$;(o)和(p)对应 $l_1=2, l_2=-4$ 。由图 2 可以看出:在光源处,复用光束的合并相位分布不再保持周期性,扇叶之间出现了叉点;在真空中传输 1 km 后,相位发生旋转,相位中心出现完整扇叶,离心区出现与在光源处相同的交叉点。还可以发现:长距离传输后,合并相位中心扇叶片数 N_1 及其旋转方向同参与复用的光束中拓扑荷绝对值小的光束相同;合并相位的离心区相位叉点(见各图中黑色圆圈标注处所示)的数目 $N = |l_1 - l_2|$,相位叉点旋转方向与复用光束中拓扑荷绝对值大的光束相同。为便于进一步总结规律,图 2 中复用光束拓扑荷与叉点、中心扇叶片数关系见表 1。

如图 2(b)所示,当 $l_1=1, l_2=4$ 时,相位中心扇叶片数为 1,其相位逆时针旋转;离心区叉点个数 3,其

相位叉点逆时针旋转。如图 2(d)所示,当 $l_1=2, l_2=4$ 时,相位中心扇叶片数为 2,其相位逆时针旋转;离心区叉点个数为 2,其相位叉点逆时针旋转。如图 2(h)所示,当 $l_1=-2, l_2=4$ 时,相位中心扇叶片数为 2,其相位顺时针旋转;离心区叉点个数为 6,其相位叉点逆时针旋转。如图 2(l)所示,当 $l_1=-2, l_2=-4$ 时,相位中心扇叶片数为 2,其相位顺时针旋转;离心区叉点个数为 2,其相位叉点顺时针旋转。如图 2(p)所示,当 $l_1=2, l_2=-4$ 时,相位中心扇叶片数为 2,其相位逆时针旋转;离心区叉点个数为 6,其相位叉点顺时针旋转。可见,这些规律与由(6)式推出的理论分析结论相一致。

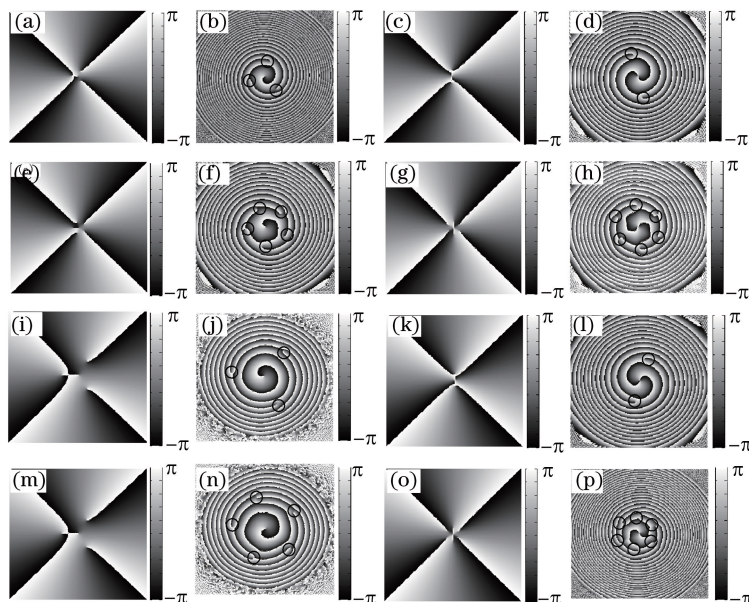


图 2 携带不同拓扑荷的 LG 复用光束在 $z=0$ 和 $z=1$ km 处的相位分布图。

(a), (b) $l_1=1, l_2=4$; (c), (d) $l_1=2, l_2=4$; (e), (f) $l_1=-1, l_2=4$; (g), (h) $l_1=-2, l_2=4$; (i), (j) $l_1=-1, l_2=-4$;
(k), (l) $l_1=-2, l_2=-4$; (m), (n) $l_1=1, l_2=-4$; (o), (p) $l_1=2, l_2=-4$

Fig. 2 Phase distribution patterns of multiplexed LG beams at $z=0$ and $z=1$ km with different topological charges.

(a), (b) $l_1=1, l_2=4$; (c), (d) $l_1=2, l_2=4$; (e), (f) $l_1=-1, l_2=4$; (g), (h) $l_1=-2, l_2=4$; (i), (j) $l_1=-1, l_2=-4$; (k), (l) $l_1=-2, l_2=-4$; (m), (n) $l_1=1, l_2=-4$; (o), (p) $l_1=2, l_2=-4$.

表 1 复用光束拓扑荷与叉点、中心扇叶片数关系表

Table 1 Relation table of topological charge with the fork and the number of central fan

l_1	l_2	$N_1 = \min(l_1 , l_2)$	$N = l_1 - l_2 $
1	4	1	3
-1	4	1	5
1	-4	1	5
-1	-4	1	3
2	4	2	2
-2	4	2	6
2	-4	2	6
-2	-4	2	2

由此可进一步作出推论,在光子轨道角动量复用传输中,接收机对携带低阶拓扑荷的涡旋光束拓扑荷 l_1 的确定方法为: $|l_1|$ 与合并相位的中心扇叶片数相等,即 $|l_1| = N_1$;根据相位中心扇叶旋转方向确定 l_1 的正负,若扇叶逆时针旋转,则 l_1 为正值,若扇叶顺时针旋转,则 l_1 为负值。对携带高阶拓扑荷的涡旋光束拓扑荷 l_2 的确定方法为:根据合并相位的离心区相位叉点旋转方向确定 l_2 的正负,若逆时针旋转,则 l_2 为正值,若顺时针旋转 l_2 为负值;当 l_1 与 l_2 同号时, $|l_2| = N_1 + N$,当 l_1 与 l_2 异号时, $|l_2| = N - N_1$ 。据此结论,若用已知拓扑荷的光束与未知拓扑荷的光束进行复用传输,可根据复用光束合并相位分布确定未知光束的拓扑荷;若相位中心扇叶片数与已知光束拓扑荷值相等,则根据相位图外围交叉点个数与旋转方向确定

未知光束的拓扑荷;若复用光束均未知,则根据合并相位的中心扇叶片数及其旋转方向,以及相位离心区相位又点来确定未知光束的拓扑荷。

4 结 论

综上所述,根据菲涅耳衍射理论分析和利用 Matlab 软件对 LG 光束复用传播模型的数值仿真,证明了在涡旋光束轨道角动量复用传输过程中,可以利用复用光束合并后的相位分布特征来判定参与复用的各光束的拓扑荷。仿真结果表明:对于携带不同拓扑荷的 LG 双光束,在真空中传输 1 km 后,复用光束相位的中心扇叶片数和旋转方向与携带低阶拓扑荷的光束相位分布相同;复用光束相位的离心区相位又点数目与两者拓扑荷差的绝对值相等,其旋转方向与携带高阶拓扑荷的光束相位分布相同。以此为依据,利用已知拓扑荷的光束与未知拓扑荷的光束进行复用传输确定未知光束的拓扑荷值。该方法可测量携带任意轨道角动量光束的拓扑荷,可为涡旋光束拓扑荷数的测定提供一种新方法。

参 考 文 献

- 1 Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J, *et al.* Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Physical Review A*, 1992, 45(11): 8185-8189.
- 2 Curtis J E, Koss B A, Grier D G. Dynamic holographic optical tweezers[J]. *Optics Communications*, 2002, 207(1-6): 169-175.
- 3 Mair A, Vaziri A, Weihs G, *et al.* Entanglement of the orbital angular momentum states of photons[J]. *Nature*, 2001, 412(6844): 313-316.
- 4 Wang J, Yang J Y, Fazal I M, *et al.* 25.6-bit/s/Hz spectral efficiency using 16-QAM signals over pol-muxed multiple orbital-angular-momentum modes[C]. *IEEE Photonics Society 24th Annual Meeting*, 2011: 587-588.
- 5 Fazal I M, Ahmed N, Wang J, *et al.* 2 Tbit/s free-space data transmission on two orthogonal orbital-angular-momentum beams each carrying 25 WDM channels[J]. *Optics Letters*, 2012, 37(22): 4753-4755.
- 6 Li Fang. Propagation characteristics of optical vortices beam in intermediate fluctuation turbulent atmosphere[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2013, 50(7): 070101.
黎 芳. 涡旋光束在中强度湍流大气中的传输特性[J]. *激光与光电子学进展*, 2013, 50(7): 070101.
- 7 Gao Fuhai, Chen Baosuan, Pu Jixiong, *et al.* Intensity distribution and spiral spectra of Laguerre-Gaussian beam passing through a single-slit[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, 48(9): 090501.
高福海, 陈宝算, 蒲继雄, 等. 拉盖尔-高斯光束经单缝后的光强分布和螺旋谱[J]. *激光与光电子学进展*, 2011, 48(9): 090501.
- 8 Chen Ziyang, Zhang Guowen, Rao Lianzhou, *et al.* Determining the orbital angular momentum of vortex beam by Young's double-slit interference experiment[J]. *Chinese J Lasers*, 2008, 35(7): 1063-1067.
陈子阳, 张国文, 饶连周, 等. 杨氏双缝干涉实验测量涡旋光束的轨道角动量[J]. *中国激光*, 2008, 35(7): 1063-1067.
- 9 Ke Xizheng, Chen Juan, Lü Hong. Study of double-slit interference experiment on the orbital angular momentum of LG beam[J]. *Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica*, 2012, 42(10): 996-1002.
柯熙政, 谌 娟, 吕 宏. 涡旋光束的轨道角动量双缝干涉实验研究[J]. *中国科学 物理学 力学 天文学*, 2012, 42(10): 996-1002.
- 10 Berkhout G C G, Beijersbergen M W. Method for probing the orbital angular momentum of optical vortices in electromagnetic waves from astronomical objects[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 101(10): 100801.
- 11 Liu Man, Chen Xiaoyi, Li Haixia, *et al.* Measurement of orbital angular momentum of Laguerre-Gaussian beam by using phase vortices of interference fields[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, 59(12): 8490-8498.
刘 曼, 陈小艺, 李海霞, 等. 利用干涉光场的相位涡旋测量拉盖尔-高斯光束的轨道角动量[J]. *物理学报*, 2010, 59(12): 8490-8498.
- 12 Soares W C, Caetano D P, Fonseca E J, *et al.* Direct determination of light beams' topological charges using diffraction [C]. *Lasers and Electro-Optics*, 2008: QTuI7.
- 13 Liu Man. Novel method to detect the orbital angular momentum in optical vortex beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(3): 0326002.

- 刘 曼. 探测涡旋光束轨道角动量的新方法[J]. 光学学报, 2013, 33(3): 0326002.
- 14 彭宇, 王亚东, 甘雪涛, 等. 利用柱透镜实验测量涡旋光束的拓扑荷[C]. 西部光子学学术会议论文集, 2013.
- 15 Cheng Chuanfu, Teng Shuyun, Song Hongsheng, *et al.* Experimental study on phase vortices of speckles and their propagation properties[J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(6): 3887-3896.
- 程传福, 滕树云, 宋洪胜, 等. 散斑场相位涡旋及其传播特性的实验研究[J]. 物理学报, 2009, 58(6): 3887-3896.
- 16 Anguita J A, Neifeld M A, Vasic B V. Turbulence - induced channel crosstalk in an orbital angular momentum-multiplexed free-space optical link[J]. Applied optics, 2008, 47(13): 2414-2429.
- 17 Wang J, Yang J Y, Fazal I M, *et al.* Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing[J]. Nature Photonics, 2012, 6(7): 488-496.
- 18 Anguita J A, Herreros J, Djordjevic I B. Coherent multimode OAM superpositions for multidimensional modulation[J]. IEEE Photonics Journal, 2014, 6(2): 1-11.